



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PERFIS H LAMINADOS DE ABAS PARALELAS

Cristiane Amélia de Brito Gomes

Dissertação apresentada ao programa de pós-graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica

Ouro Preto, agosto de 2006.

G633r Gomes, Cristiane Amélia de Brito.
Resistência à compressão de perfis H laminados de abas paralelas
[manuscrito]. / Cristiane Amélia de Brito Gomes. - 2006.
xvii, 149 f.: il. color.; graf.; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula.

Área de concentração: Construção Metálica.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil.

1. Análise numérica - Teses. 2. Resistência de materiais - Teses.
I. Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. II. Título.

CDU: 539.4

Catálogo: sisbin@sisbin.ufop.br

RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DE PERFIS H LAMINADOS DE ABAS PARALELAS

AUTORA: CRISTIANE AMÉLIA DE BRITO GOMES

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 25 de agosto de 2006, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:



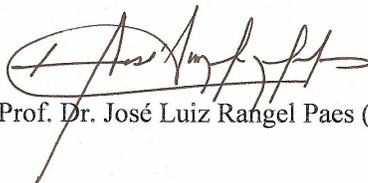
Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula (Orientador / UFOP)



Prof. Dr. Luiz Fernando Loureiro Ribeiro (Orientador / UFOP)



Prof. Dr. Emami Carlos de Araújo (UFOP)



Prof. Dr. José Luiz Rangel Paes (UFV)

A porta da verdade estava aberta,
mas só deixava passar
meia pessoa de cada vez.

Assim não era possível atingir toda a verdade,
porque a meia pessoa que entrava
só trazia o perfil de meia verdade.
E sua segunda metade
voltava igualmente com meio perfil.
E os meios perfis não coincidiam.

Arrebentaram a porta.
Derrubaram a porta.
Chegaram ao lugar luminoso
onde a verdade esplendia seus fogos.
Era dividida em metades
diferentes uma da outra.

Chegou-se a discutir qual a metade mais bela.
Nenhuma das duas era totalmente bela.
E carecia optar. Cada um optou conforme
seu capricho, sua ilusão, sua miopia.

Verdade – Carlos Drummond de Andrade.

À minha família, sempre presente.

AGRADECIMENTOS

A Deus, sempre presente e tão necessário em minha vida;

À minha mãe, pelas orações e dedicação;

A meu pai, pelo apoio e carinho;

Aos meus irmãos, Wanderson e Adriana, pela paciência;

Às minhas tias queridas, Pilar, Maria do Carmo e Conceição, pelas orações e palavras de incentivo;

A meus colegas de mestrado, especialmente de minha turma, Alexandre, Fabiano, Flávio e Paulo;

Aos amigos Bruno, Helba, Rodrigo e Silvana, pela amizade e companheirismo, sentirei saudades;

Aos professores, especialmente ao Prof. Jaime e ao Prof. Ernani pelos conselhos;

Ao meu orientador, Geraldo Donizetti de Paula, pela assistência.

Ao meu co-orientador Luis Fernando Loureiro Ribeiro, pela ajuda quando foi possível.

Aos funcionários, especialmente a Rovia e ao Prof. Dornelas pela eficiência e dedicação;

À Dona Iraci, pela alegria e carinho;

À Patrícia e Tatiana, pela ajuda;

A CAPES pelo apoio financeiro;

À Escola de Minas, pela minha formação.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma avaliação numérica do efeito das imperfeições geométricas iniciais e das tensões residuais na resistência de elementos comprimidos compostos por perfis H laminados, admitindo a flexão em torno dos eixos principais de inércia. A análise numérica via Método dos Elementos Finitos foi realizada utilizando o programa computacional ANSYS versão 10.0, o modelo numérico foi construído em elemento finito de casca (SHELL181) com imperfeição inicial igual a $L/1000$ e um diagrama tensão-deformação obtido através de um padrão teórico de distribuição de tensões residuais. Os resultados obtidos numericamente foram tratados a fim de obter uma curva de flambagem referente à média dos valores da força normal reduzida, ρ , para cada um dos eixos principais de inércia, considerando o índice de esbeltez reduzido, $\bar{\lambda}$, na faixa correspondente a $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$. As curvas de flambagem obtidas foram utilizadas para verificar se as recomendações da norma NBR 8800/86 e do Eurocode 3 (2002) são aplicáveis aos perfis H laminados (GERDAU-AÇOMINAS) produzidos no Brasil.

Palavras-chave: análise numérica, resistência à compressão, perfis laminados.

ABSTRACT

The presented study presents one numerical evaluation of the effect of the initial geometric imperfections and of the residual stresses on the strength of compressed elements composed by rolled profiles H, accepting the bending around the main axis of inertia. The numerical analysis through the Method of the Finite Elements is carried on, using the software ANSYS 10.0. The numerical model was built in finite element of shell (SHELL181) with initial imperfection equal to $L/1000$ and one diagram stress-deformation gotten through one theoretical standard of distribution of residual stresses. The numerical results was treated in order to having one curve of buckling referred to the average of normal reduced force ρ , to each one of the main axis of inertia, when it has been considered the index of reduced thinness, $\bar{\lambda}$, in the correspondent range to $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$. The obtained buckling curves are used to verify if the recommendations of the standard NBR 8800/86 and of the Eurocode 3 (2002) have been applicable to the rolled profiles H (GERDAU-AÇOMINAS) produced in Brazil.

Key-words: numerical evaluation, strength to the compression, rolled profiles H.

ÍNDICE

RESUMO	v
ABSTRACT	vi
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xvii
1. INTRODUÇÃO	01
1.1. Objetivo	02
1.2. Justificativa	02
1.3. Descrição dos capítulos	03
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	05
2.1. Aspectos gerais	05
2.2. Flambagem elástica	05
2.3. Flambagem inelástica	08
2.3.1. Teoria do módulo tangente	08
2.3.2. Teoria do módulo reduzido ou duplo módulo	10
2.3.3. Teoria de Shanley	11
2.4. Fatores que alteram a resistência de colunas comprimidas	12
2.4.1. Imperfeições mecânicas ou físicas.....	13
2.4.1.1. Seções laminadas a quente	14
2.4.2. Curvatura inicial	30
2.4.3. Efeito combinado das tensões residuais e curvatura inicial	33
2.5. Curvas de flambagem	36
2.5.1. Curvas de flambagem do ECCS – “European Convention for Constructional Steelwork”.	36
2.5.2. Curvas de flambagem da NBR 8800/86	44
3. MODELAGEM NUMÉRICA	46
3.1. Aspectos gerais	46
3.2. Critérios da análise numérica	46

3.2.1. Imperfeição geométrica	47
3.2.2. Imperfeição física	48
3.2.2.1. Padrão de distribuição de tensões residuais	50
3.2.2.2. Diagrama tensão-deformação	51
3.3. Construção dos modelos numéricos	52
3.3.1. Elemento finito adotado	53
3.3.2. Características do material envolvido	53
3.3.3. Geometria dos modelos numéricos	54
3.3.4. Malha de elementos finitos	58
3.3.5. Restrições dos nós	59
3.3.6. Aplicação de carga	59
3.4. Parâmetros de solução	60
3.5. Análise não-linear geométrica	61
3.6. Análise não-linear física	62
3.7. Análise não-linear física-geométrica	63
4. RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA	64
4.1. Aspectos gerais	64
4.2. Apresentação dos resultados	65
4.2.1. Resultados da análise não-linear geométrica	65
4.2.2. Resultados da análise não-linear física	66
4.2.3. Resultados da análise não-linear física-geométrica	67
4.3. Ajuste das curvas de flambagem	77
4.4. Análise comparativa das curvas de flambagem	82
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	86
5.1. Considerações gerais	86
5.2. Considerações com relação ao modelo numérico	87
5.3. Considerações com relação à análise comparativa das curvas de flambagem	87
5.4. Sugestões para futuras análises	88

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	89
ANEXO I	93
ANEXO II	115
ANEXO III	140

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2

Figura 2.1 - Coluna de Euler. Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.	6
Figura 2.2 - Hipérbole de Euler. – Adaptado:Araújo – 1993.	7
Figura 2.3 - Teoria do módulo tangente. – Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson,1996.	9
Figura 2.4 - Teoria de Shanley. - Adaptado: Paula -1994.	11
Figura 2.5 - Processo de resfriamento de um perfil I laminado a quente. Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.	14
Figura 2.6 - Distribuições de tensões residuais. – Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.	17
Figura 2.7 - Modelo de distribuição de tensões residuais adotado pelo ECCS. Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.	18
Figura 2.8 - Distribuição de tensões residuais em perfis jumbo laminados. Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.	19
Figura 2.9 - Eixos de distribuição das tensões residuais para os flanges e a alma. Adaptado: “A new distribution for hot-rolled I-shaped sections” J. Szalai e F. Papp, 2005.	21
Figura 2.10 - Modelo de seção transversal adotado. Adaptado: “A new distribution for hot-rolled I-shaped sections” J. Szalai e F. Papp, 2005.	22
Figura 2.11 – Padrão de distribuição de tensões do perfil HEA 220 Adaptado: Étude de la resistance dès barres comprimées - Flambement simple, H. Djalaly, 1977.	24

Figura 2.12 - Influência da forma do diagrama de distribuição e da magnitude das tensões residuais para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia. – Adaptado: Étude de la resistance des barres comprimées - Flambement simple, H. Djalaly, 1977.....	25
Figura 2.13 - Distribuição de tensões residuais numa seção transversal de um perfil H laminado. Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.	26
Figura 2.14 - Influência da tensão residual na média da curva tensão-deformação - Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.	27
Figura 2.15 - Comportamento da coluna perfeita e imperfeita Adaptado: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, T. V. Galambos,1976.	31
Figura 2.16 - Influência da curvatura inicial para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia. – Adaptado: Étude de la resistance des barres comprimées - Flambement simple, H. Djalaly, 1977.	32
Figura 2.17 - Influência da curvatura inicial para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia. – Adaptado: Étude de la resistance des barres comprimées - Flambement simple, H. Djalaly, 1977.	32
Figura 2.18 - Distribuição de tensão residual em perfis laminados. Adaptado: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, T. V. Galambos, 1976.	33
Figura 2.19 - Curvas de carga crítica para colunas sem curvatura inicial comparadas com as curvas de resistência máxima para colunas com curvatura inicial (Perfis laminados) Adaptado: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, T. V. Galambos,1976.	34
Figura 2.20 - Efeito da curvatura inicial v_0 com e sem tensões residuais. Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.	35

Figura 2.21 - Múltiplas Curvas de resistência, recomendadas pela ECCS, baseadas numa curvatura inicial de $\delta_o = 0,001L$. Adaptação: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, T. V. Galambos, 1976.	38
Figura 2.22 - Comparação entre as proposições 1 e 2. Adaptado: Formulations d' Ayrton - Perry pour flambement de barres métalliques, Rondal, J.; Maquoi, R. 1979.	41
Figura 2.22 - Curvas de flambagem da NBR 8800/86.	44

CAPÍTULO 3

Figura 3.1 - Modelo teórico do elemento comprimido na posição deformada. Adaptado: Paula -1994.	48
Figura 3.2 - Efeito da tensão residual na força normal última de colunas bi-apoiadas. - Adaptado: “A new distribution for hot-rolled I-shaped sections” J. Szalai e F. Papp, 2005.	49
Figura 3.3 - Padrão de distribuição de tensões residuais perfil W150x37,.	51
Figura 3.4 - Diagrama tensão-deformação perfil HP250x85,0.	52
Figura 3.5 - Elemento SHELL181. – Adaptado: biblioteca ANSYS 10.0.	53
Figura 3.6 - Modelo teórico do elemento comprimido na posição deslocada e posição deslocada simplificada.	55
Figura 3.7 - Esboço dos modelos numéricos apresentando a curvatura inicial (a) para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia e (b) para a maior inércia.	56
Figura 3.8 - Construção do modelo - Menor inércia.	56
Figura 3.9 - Seção transversal composta por uma única camada de elementos de casca (SHELL181).	58
Figura 3.10 - Restrições ao deslocamento.	59
Figura 3.11 - Modelo com as extremidades carregadas.	60
Figura 3.12 - Diagrama elasto-plástico perfeito.....	61
Figura 3.13 - Diagrama tensão-deformação do perfil W150x37,1.	62

CAPÍTULO 4

Figura 4.1 - Resultado da análise não-linear geométrica.	66
Figura 4.2 - Resultados da análise não-linear física.	66
Figura 4.3 - Resultados da análise não-linear física-geométrica.	67
Figura 4.4 – Resultados das análises não-linear geométrica, física e física-geométrica.....	68
Figura 4.5 – Deslocamentos devido a flambagem com relação ao eixo de menor inércia.	69
Figura 4.6 – Curvas da média aritmética para a flambagem com relação aos eixos principais de inércia e envoltórias inferior e superior.	72
Figura 4.7 –Deformada do perfil W150x22,5, 1° subpasso de carga (escala 1:10).	73
Figura 4.8 -Deformada do perfil W150x22,5, 8° subpasso de carga (escala 1:10).	74
Figura 4.9 –Deformada do perfil W150x22,5, 73° subpasso de carga (escala 1:10).	74
Figura 4.10 –Deformada do perfil W150x22,5, 135° passo de carga (escala 1:10).	75
Figura 4.11 – Variação do r_e em função de kL para o perfil W150x22,5.	77
Figura 4.12 - Média menor inércia e as Curvas 1 ($\alpha_{ef} = 0,353$) e 2 ($\alpha_{ef} = 0,260$).	79
Figura 4.13 - Média maior inércia e Curvas 3 ($\alpha_{ef} = 0,261$) e 4 ($\alpha_{ef} = 0,195$).	81
Figura 4.14 - Comparação entre as curvas da NBR 8800/86 e a Curva 1 ($\alpha = 0,353$).	82
Figura 4.15 - Comparação entre as curvas de flambagem do Eurocode 3, a Curva 1 e a curva para o perfil HEA 220 (menor inércia).	83
Figura 4.16 – Comparação entre as curvas de flambagem da NBR 8800 e a Curva 3.	83

Figura 4.17 – Comparação entre as curvas de flambagem do Eurocode 3, Curva 3 e a curva para o perfil HEA 220 (maior inércia).	84
Figura 4.18 – Diagrama força normal versus deslocamento, para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia para $\bar{\lambda} = 1,0$	85
Figura 4.19 – Diagrama força normal versus deslocamento, para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia para $\bar{\lambda} = 1,0$	85

ANEXO I

Figura I.1 - Distribuição de tensões em condições de equilíbrio instável (Teoria do duplo módulo). - Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.	93
Figura I.2 - Elemento dz ao longo do eixo da coluna na posição de equilíbrio instável. - Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.	94
Figura I.3 - Teoria de Shanley- Adaptado: Paula -1994.	96
Figura I.4 - Influência das tensões residuais na resistência à compressão de um perfil estrutural de aço. Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.	99
Figura I.5 - Distribuição de tensões residuais para perfis I laminados de aço, de abas planas, caso elasto-plástico.). Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.	101
Figura I.6 - Curvas de flambagem para um perfil com e sem tensões residuais. Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.	103
Figura I.7 - Elemento com uma curvatura inicial. - Adaptado: Paula -1994.	104
Figura I.8 – Representação da distância y ao eixo x. - Adaptado: Paula -1994.	107
Figura I.9 – Curvas de flambagem para perfil de seção H com tensão residual de compressão nas extremidades dos flanges. Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.	109

ANEXO II

Figura II.1 - Distribuição de tensões residuais numa seção transversal de um perfil H laminado. Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.	115
Figura II.2 - Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado - Flanges parcialmente escoados. Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.	116
Figura II.3 - Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado - Flanges parcialmente escoados e alma começando a escoar. Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.	118
Figura II.4 - Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado - Flanges e alma parcialmente escoados. Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.	120
Figura II.5 - Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado - Flanges completamente escoados e alma parcialmente escoada. Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.	122
Figura II.6 - Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado - Seção completamente escoada. Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.	124

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

Tabela 2.1 – Distribuições típicas de tensões residuais para perfis de seção I laminados. Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.	16
Tabela 2.2 – Dimensões e propriedades geométricas do perfil HEA 220. Catálogo online de perfis de abas paralelas. site: www. metalica .com.br.....	23
Tabela 2.3 - Classificação das seções para as curvas de flambagem do Eurocode 3. Adaptado: Eurocode 3 (2002).	43
Tabela 2.4 - Classificação das seções para as curvas de flambagem da NBR 8800/86. Adaptado: NBR 8800/86.	45

CAPÍTULO 3

Tabela 3.1 - Dimensões dos perfis laminados.	54
Tabela 3.2 - Características geométricas dos perfis laminados.	54
Tabela 3.3 - Coordenadas para a construção dos modelos (menor inércia).	57
Tabela 3.4 - Coordenadas para a construção dos modelos (maior inércia).	57

CAPÍTULO 4

Tabela 4.1 – Comparação entre as forças críticas das análises não-linear geométrica, não-linear física e não-linear física-geométrica, para os perfis W150x37,1 e HEA 220.	70
Tabela 4.2 – Valores de ρ para a faixa de esbeltez de $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$, para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia.	71

Tabela 4.3 - Valores de ρ para a faixa de esbeltez de $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$, para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia.	71
Tabela 4.4 – Propriedades estatísticas da curva média aritmética.	72
Tabela 4.5 – Tensões críticas de flambagem ($\bar{\lambda} = 0,2$) e os raios de giração.	76
Tabela 4.6 - Flambagem local.	78
Tabela 4.7 - Valores da soma do quadrado da diferença.	79
Tabela 4.8 - Valores da soma do quadrado da diferença.	80

ANEXO I

Tabela I.1 - Valores da tensão crítica f para um perfil I de aço A36.	102
---	-----

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, a crescente necessidade de tornar mais econômicas as estruturas através da redução do peso e consumo de materiais sem, contudo, diminuir a sua segurança e durabilidade, tem sido o principal objetivo da engenharia. Devido a esse objetivo, novos materiais e ferramentas gráficas e numéricas foram desenvolvidos através de pesquisas, tornando as estruturas cada vez mais leves, e conseqüentemente mais esbeltas.

À medida que um elemento estrutural se torna mais esbelto o seu mecanismo de colapso pode sofrer significativas mudanças qualitativas. Em uma coluna curta, por exemplo, o colapso pode ocorrer ao se atingir o limite de resistência do material. Tem-se então colapso por esmagamento, fissuração, plastificação, etc. O dimensionamento deste tipo de elemento estrutural é feito através de um critério de resistência (von Mises, por exemplo), e a capacidade de carga da estrutura, segundo os critérios, para materiais dúcteis, depende apenas do limite de resistência do material, sendo que o limite de resistência independente do comprimento e da geometria da estrutura. Já para as colunas esbeltas, a perda de estabilidade ocorre devido ao fenômeno de flambagem, o que faz com que a ruína ocorra devido à presença de grandes deslocamentos laterais.

As normas de cálculo e projeto de estruturas de aço, inclusive a brasileira - NBR 8800 (1986), adotam para a determinação da resistência última à compressão dos perfis I e H laminados, a mesma curva de flambagem adotada para os perfis I e H soldados,

que apresentam distribuição de tensões residuais ao longo da seção transversal diferente da distribuição dos perfis I e H laminados, essa diferença é devida ao processo de fabricação.

E em razão da não realização de uma investigação mais aprofundada a este respeito, a norma NBR 8800 (1986) adotou as curvas de flambagem utilizadas no ECCS - “European Convention for Constructional Steelwork” (1978), obtidas, entretanto, para perfis com relações dimensionais e propriedades mecânicas diferentes das apresentadas pelos perfis produzidos no Brasil.

1.1. Objetivo

O objetivo principal desta pesquisa é a determinação da resistência última de elementos comprimidos de aço compostos por perfis I laminados de abas paralelas, por meio de uma análise numérica utilizando o programa computacional ANSYS.

Com o objetivo específico pretende-se verificar a curva de flambagem adotada pela norma brasileira NBR 8800: 1986 e pelo Eurocode 3 (2002), para classificar os perfis laminados de abas paralelas, fabricados pela Siderúrgica Brasileira GERDAU - AÇOMINAS.

1.2. Justificativa

Por ser um produto relativamente novo, os perfis laminados produzidos pela GERDAU-AÇOMINAS não possuem um estudo a respeito da influência das imperfeições físicas (tensões residuais) e geométricas (curvatura inicial) na resistência última à compressão.

1.3. Descrição dos capítulos

No Capítulo 2 apresenta-se a revisão bibliográfica, descrevendo-se inicialmente o fenômeno de flambagem elástica, apresentando-se os conceitos desenvolvidos por Euler. Em seguida, aborda-se a flambagem inelástica, mostrando-se o trabalho desenvolvido por F. Engesser e A. Considère (1889) para o módulo de elasticidade tangente. A teoria do módulo de elasticidade reduzido é apresentada resumidamente juntamente com o trabalho desenvolvido por Von Kármán. Em seguida apresenta-se o modelo matemático desenvolvido por Shanley. Apresentam-se os fatores que alteram a resistência à compressão, apresenta-se um relato a respeito das causas do aparecimento das tensões residuais nos perfis laminados a quente, os vários padrões de distribuição teóricos desenvolvidos para representá-las entre os quais está o padrão desenvolvido por Szalai e Papp (2005) utilizado neste trabalho. Em seguida mostra-se a formulação teórica, para a obtenção do diagrama tensão-deformação, desenvolvida por Huber e Beedle (1954), também utilizada neste trabalho. Por fim, apresentam-se os métodos práticos utilizados para a determinação das tensões residuais. Na seqüência, apresenta-se a imperfeição geométrica, mais especificamente a curvatura inicial, apresentando a influência de vários valores da curvatura inicial na força normal reduzida (ρ) em função do índice de esbeltez reduzido ($\bar{\lambda}$). Fechando os fatores que alteram a resistência à compressão com o efeito combinado das tensões residuais e da curvatura inicial. No final do Capítulo 2, são apresentadas as curvas de flambagem do ECCS, descrevendo a formulação desenvolvida por Rondal e Maquoi (1978 e 1979). E as curvas de flambagem da norma brasileira NBR 8800 (ABNT 1986).

No Capítulo 3 apresentam-se os critérios adotados na análise numérica, primeiro a imperfeição geométrica (curvatura inicial) e a imperfeição física. Em seguida, apresenta-se a construção dos modelos numéricos, o elemento finito adotado, as características do material envolvido, a geometria, a malha de elementos finitos, a aplicação das condições de contorno e o carregamento e os parâmetros de solução adotados. As imperfeições físicas e geométricas adotadas nas análises não-linear geométrica, física e física-geométrica são apresentados no final deste capítulo.

No Capítulo 4 apresenta-se os resultados das análises não-lineares. Inicialmente apresentam-se as análises não-lineares física, geométrica e física-geométrica feitas para estudos do modelo numérico adotado, através da comparação com os resultados obtidos por Djalaly (1977). Em seguida, são apresentados os resultados da análise não-linear física-geométrica. Neste capítulo também apresenta-se o ajuste das curvas de flambagem referentes a cada um dos eixos principais de inércia para a posterior comparação com as curvas de flambagem da NBR 8800/86, do Eurocode 3 e com os resultados obtidos por Djalaly (1977).

As considerações finais e recomendações para futuras pesquisas são apresentadas no Capítulo 5.

No Anexo I apresenta-se o desenvolvimento do módulo de elasticidade reduzido, (E_r), a obtenção da força normal para o modelo desenvolvido por Shanley (1947), o efeito das tensões residuais no diagrama tensão-deformação, o efeito das imperfeições iniciais e o modelo de segunda espécie e por fim, as curvas de flambagem do CRC – “Column Research Council”, do AISC/ASD – “American Institute of Steel Construction / Allowable Stress Design”, do SSRC – “Structural Stability Research Council”, do CSA – “Canadian Standards Association” e do AISC/LRFD – “American Institute of Steel Construction / Load and Resistance Factor Design”.

No Anexo II apresenta-se a dedução das equações de tensão do diagrama tensão-deformação apresentada no Capítulo 2 (Huber e Beedle, 1954), os padrões de distribuição de tensões residuais para cada um dos perfis adotados utilizando a formulação desenvolvida por Szalai e Papp (2005) e por fim, os diagramas tensão-deformação para cada perfil adotado na análise, obtidos pelas equações apresentadas no Capítulo 2 (Huber e Beedle, 1954) e cuja dedução é apresentada no início deste mesmo anexo.

No Anexo III apresentam-se as tabelas contendo as forças normal críticas para as curvas de flambagem das normas NBR 8800/86 e Eurocode 3 para a flambagem com relação aos eixos de menor e maior inércia, a força normal numérica, obtida na análise não-linear física-geométrica para cada um dos perfis adotados, os comprimentos de flambagem com relação aos eixos x e y, os índices de esbeltez com relação aos eixos x e y e o índice de esbeltez reduzido.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Aspectos Gerais

Nenhum outro campo de estudo da resistência dos materiais tem uma história tão variada como a teoria da resistência a flambagem de elementos comprimidos em estruturas de aço. Apesar das numerosas investigações nas últimas décadas, algumas pesquisas nesse campo especializado procuram definir o comportamento real das colunas através de análises experimentais e numéricas

Este capítulo faz um apanhado das pesquisas relativas ao estudo dos elementos comprimidos, apresentando os fatores que alteram a resistência à compressão, as imperfeições físicas e geométricas, além de apresentar um quadro resumido sobre a evolução das curvas de flambagem contidas nas normas técnicas, utilizadas neste trabalho.

2.2. Flambagem Elástica

A teoria de flambagem de colunas tem seu início em 1774 com a publicação do primeiro trabalho de L. Euler. Neste trabalho, foi determinado o limite elástico útil para uma coluna perfeita devido aos grandes deslocamentos sob a carga crítica

$N_{cr} = \pi^2 B / L^2$, onde o termo B foi inicialmente definido como sendo a elasticidade absoluta, depois, em 1775, como o momento rigidez. Apenas em seu terceiro trabalho, em 1778, Euler finalmente introduziu a fórmula clássica e definiu o termo B como sendo a rigidez à flexão (EI), onde E é o módulo de elasticidade ou módulo de Young e I é momento de inércia da seção transversal.

De acordo com as hipóteses de Euler, para uma coluna perfeita, bi-articulada e carregada axialmente, todas as fibras permaneceram elásticas até ocorra a flambagem, a Figura 2.1 mostra a posição deslocada da coluna.

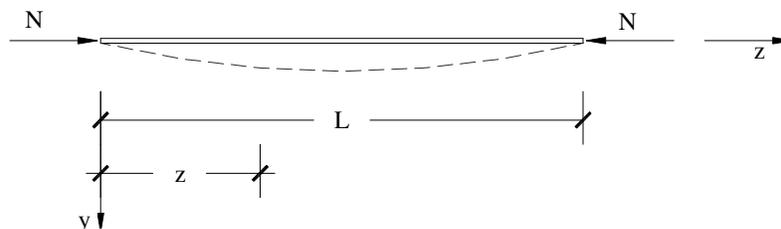


Figura 2.1 - Coluna de Euler¹.

A uma distância z qualquer, o momento de flexão, M_z , em relação ao eixo principal x é:

$$M_z = N \times y \quad (2.1)$$

sendo que

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = - \frac{M_z}{EI} \quad (2.2)$$

então, a equação diferencial fica:

$$\frac{d^2 y}{dz^2} + \frac{N}{EI} y = 0 \quad (2.3)$$

Como $k^2 = N/EI$, a solução dessa equação diferencial de segunda ordem pode ser expressa por

$$y = A \sin(kz) + B \cos(kz) \quad (2.4)$$

Aplicando as condições de contorno,

(a) $y = 0$ e $z = 0$;

¹ Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.

(b) $y = 0$ e $z = L$

Para a condição (a) obtém-se, $B = 0$ e para a condição (b),

$$0 = A \operatorname{sen}(kL) \quad (2.5)$$

Para satisfazer a Equação (2.5) poderemos ter três situações:

- $A = 0 \Rightarrow$ A solução é trivial, ou seja, não ocorrerá flambagem;
- $kL = 0 \Rightarrow$ Não há carga aplicada na estrutura;
- $kL = n\pi \Rightarrow$ A solução é não trivial, para que ocorra flambagem.

Então,

$$\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{N}{EI} \Rightarrow N = \frac{n\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.6)$$

O modo fundamental de flambagem irá ocorrer quando $n = 1$; Desta forma, a carga crítica de Euler para uma coluna com as extremidades articuladas será dada por:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.7)$$

ou em termos dos valores médios da tensão de compressão, usando $I = A_g r^2$

$$f_{cr} = \frac{N_{cr}}{A_g} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2} \quad (2.8)$$

A Figura 2.2 mostra a hipérbole de Euler, com base na Equação (2.8).

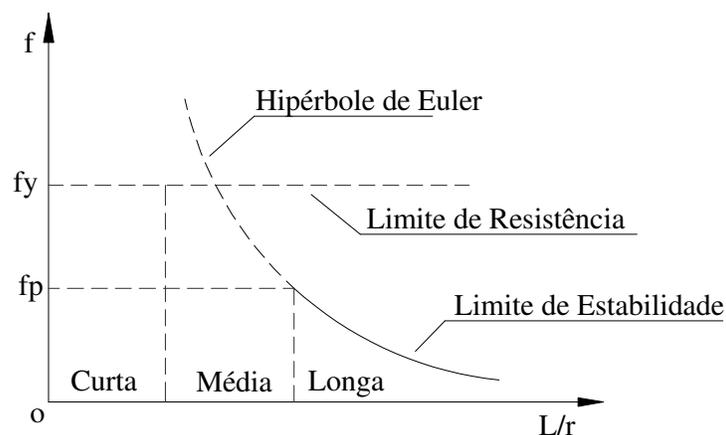


Figura 2.2 – Hipérbole de Euler².

² Adaptado: Araújo – 1993.

A equação de Euler foi abandonada juntamente com a linha de raciocínio da qual se derivou quando os resultados experimentais demonstraram discrepâncias com resultados obtidos teoricamente para as colunas curtas e médias. Essas discrepâncias se devem ao fato do limite elástico ter sido excedido antes que a flambagem ocorresse. Naturalmente, não foi levado em consideração pela teoria de Euler em sua forma original.

Em 1845, E. Lamarle estabeleceu o limite elástico como o limite de validade da equação de Euler. Segundo Salmon (1996), Lamarle mostrou que se a coluna ideal fletir, o material da fibra mais externa ultrapassará o limite elástico imediatamente. A carga de Euler pode ser vista, então, como a carga correspondente ao primeiro deslocamento, mas também como a carga de colapso da coluna. Além disso, se a carga do limite elástico for inferior à carga de Euler, a coluna ideal não entrará em colapso por flexão e sim por compressão simples. Essa condição determina o valor de L/r abaixo do qual a fórmula de Euler não é aplicável.

2.3. Flambagem Inelástica

2.3.1. Teoria do módulo tangente

A equação de Euler não foi aplicável até 1889, quando A. Considère e F. Engesser perceberam a possibilidade de utilizá-la na zona inelástica da flambagem através da introdução de um módulo de elasticidade variável.

Neste mesmo ano, Engesser publicou a teoria do módulo tangente, segundo a qual a coluna permanece reta até o momento do colapso, sendo o módulo de elasticidade no colapso dado pela tangente da curva tensão-deformação. De acordo com a Figura 1.3, que numa determinada tensão, ($f_{cr} = N_{cr}/A_g$), a coluna poderá adquirir uma configuração instável que é governada pelo módulo tangente $E_t = df/d\varepsilon$. Com base neste estudo a equação de Euler foi modificada para:

$$N_t = \frac{\pi^2 E_t I}{L^2} \quad (2.9)$$

onde N_t é a carga do módulo tangente, E_t é o módulo tangente de elasticidade na tensão f_{cr} .

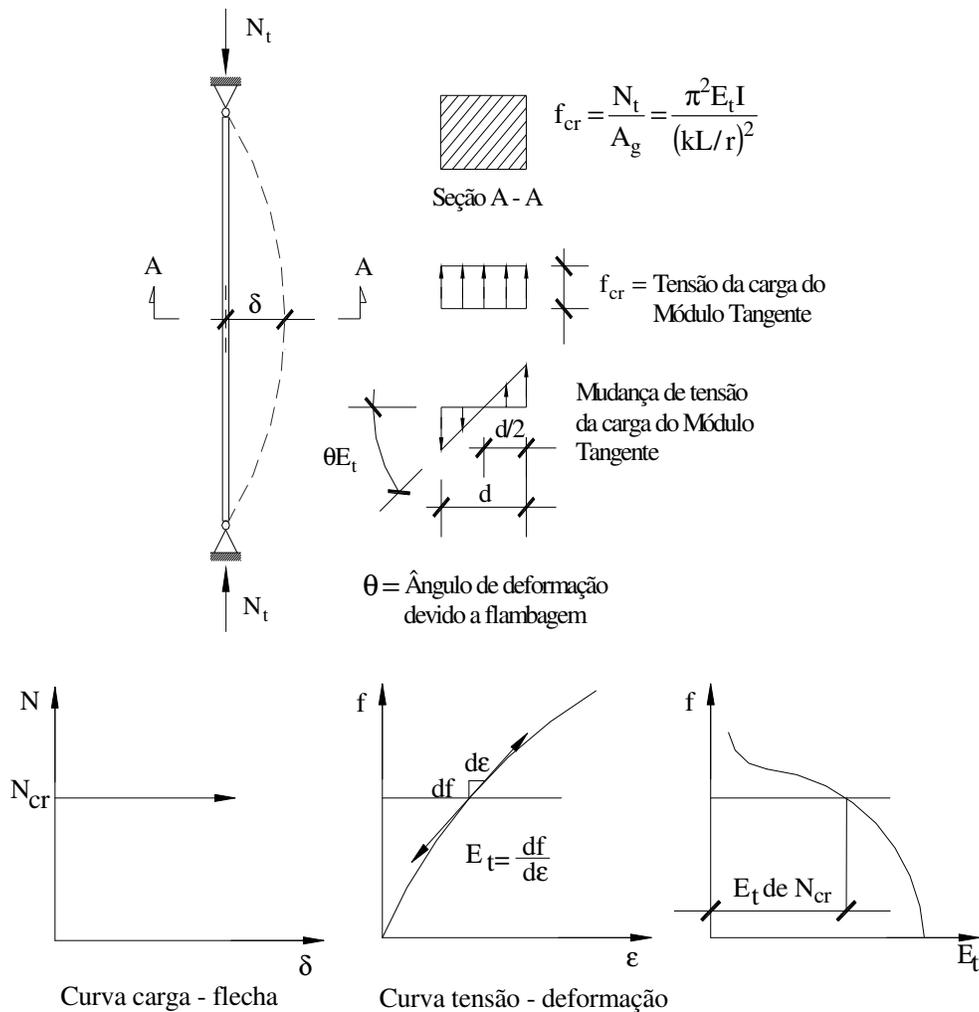


Figura 2.3 – Teoria do módulo tangente³.

Esse procedimento foi criticado por Considère (1889) e Jasinski (1895), que apontaram a necessidade de se levar em consideração o descarregamento elástico através da introdução de um “módulo efetivo” que rege o comportamento da coluna. O módulo efetivo apresenta um valor entre o módulo de elasticidade (E) e ao módulo tangente (E_t). Durante a flambagem, devido o deslocamento lateral, algumas fibras

³ Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.

sofrem um aumento de tensão e seguem a relação não linear $E_t = df/d\varepsilon$, enquanto que outras passam por um processo de alívio de parte das tensões e seguem a relação linear tensão-deformação.

2.3.2. Teoria do módulo reduzido ou duplo módulo

Em 1895, Engesser apresentou uma solução aperfeiçoada do problema de flambagem de colunas no campo inelástico, que levava em consideração as questões apontadas por Considère e Jasinski, na qual o “módulo efetivo” foi definido como “módulo reduzido” ou “duplo módulo”.

Nenhum progresso adicional foi feito até 1908, quando T. H. von Kármán levantou novamente essa questão, rerepresentou a teoria do módulo reduzido de Engesser e com base nos resultados dos testes feitos por Meyer, provou que os princípios da teoria convencional de flexão também permaneciam válidos após a tensão exceder o limite proporcional.

Em 1910, von Kármán executou uma série de testes em colunas curtas de seção retangular, tornando possível determinar o módulo reduzido, (E_r), para algumas seções:

➤ Para seções retangulares

$$E_r = \frac{4EE_t}{(\sqrt{E} + \sqrt{E_t})^2} \quad (2.10)$$

➤ Para seções I simétricas

$$E_r = \frac{2E_t + E}{E_t + E} \quad (2.11)$$

Mais tarde, o autor apontou a influência da forma da seção transversal (efeito da forma) no fenômeno da flambagem.

No Anexo I apresenta-se dedução do módulo reduzido ou duplo módulo, E_r .

2.3.3. Teoria de Shanley

F. R. Shanley, em 1947, demonstrou através de ensaios que a flexão da coluna ocorrerá simultaneamente ao aumento de carga axial, e que existe um espectro contínuo de possibilidades de configurações deslocadas correspondentes aos valores de N_{\max} entre a carga do módulo reduzido e a carga do módulo tangente ($N_t < N_{\max} < N_r$). Nestes ensaios o deslocamento lateral inicia-se sob uma carga que se aproxima do valor teórico obtido pela teoria do módulo tangente, porém em nenhum dos casos, essa carga atingiu o valor da carga obtida pela teoria do módulo reduzido.

As discrepâncias observadas por Shanley entre os resultados dos ensaios e a teoria basearam o modelo matemático por ele proposto para explicar o comportamento pós-flambagem de um elemento no regime inelástico. Este modelo é constituído por dois elementos infinitamente rígidos, ligados por uma rótula plástica, conforme ilustra-se na Figura 2.4, onde ϵ_1 e ϵ_2 são as deformações ocorridas após o início da flexão devido ao acréscimo de forças de compressão N_1 e tração N_2 .

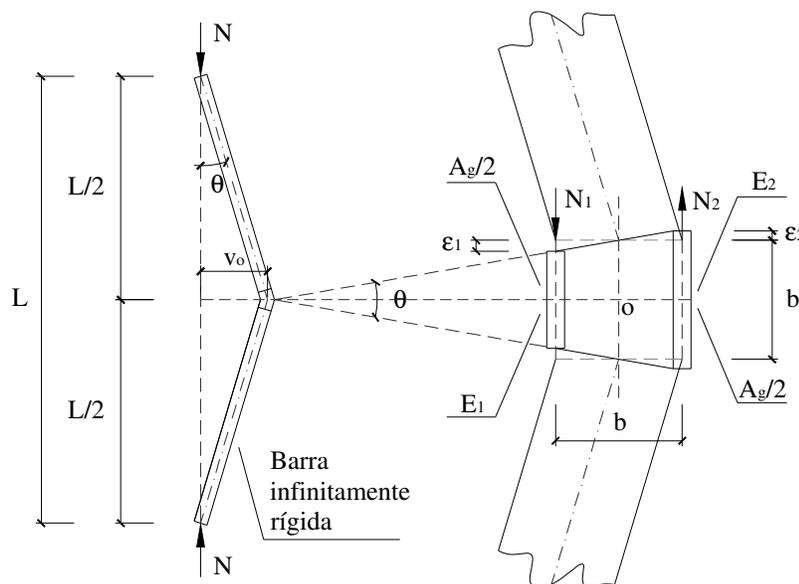


Figura 2.4 - Teoria de Shanley.⁴

⁴ Adaptado: Paula -1994.

No lado côncavo da coluna a deformação devido à compressão aumenta rapidamente após a carga do módulo tangente ser excedida e quem comanda é o módulo tangente ($E_1 = E_t$) enquanto que no lado convexo a deformação começa a reduzir lentamente e quem comanda é o módulo de elasticidade ($E_2 = E$).

Considerando o modelo matemático, Shanley deduziu analiticamente (Anexo I) uma expressão para a carga crítica, como sendo:

$$N = N_t \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{b}{2v_o} \right) + \frac{(1+\varphi)}{(1-\varphi)}} \right] \quad (2.12)$$

onde $\varphi = \frac{E_t}{E}$.

A aplicação da teoria de Shanley, que representa o ponto da chegada da tendência começada por Euler, parece ser justificada pela possibilidade de se fazer uma análise das imperfeições estruturais (tensões residuais; distribuição não homogênea das propriedades mecânicas) que caracterizam os perfis de aço produzidos industrialmente.

2.4. Fatores que alteram a resistência de colunas comprimidas

O comportamento real das colunas de aço é sempre diferente do obtido teoricamente. Essa diferença se deve principalmente às chamadas imperfeições geométricas e físicas.

As imperfeições geométricas e físicas apresentam-se como defeitos inevitáveis. A primeira pode ser decorrente da falta de retilinidade da coluna (imperfeição ou curvatura inicial), da falta de paralelismo dos flanges e ou da assimetria da seção transversal. Essas imperfeições podem ser causadas pelo desvio do ponto idealizado de aplicação de carga devido às imperfeições nas conexões (excentricidade de carregamento) e pela falta de verticalidade do membro. As imperfeições físicas são devidas às tensões residuais ou da distribuição não homogênea das características mecânicas através da seção transversal.

Todas estas imperfeições agem simultaneamente e seu efeito na resistência última à compressão depende da intensidade individual e da esbeltez da coluna. Em colunas esbeltas ou delgadas as imperfeições geométricas possuem maior influência do que as imperfeições físicas, o contrário ocorre com as colunas curtas ou robustas, em que as imperfeições físicas, principalmente a distribuição não homogênea das características mecânicas através da seção transversal, afetam a resistência à compressão.

2.4.1. Imperfeições mecânicas ou físicas

As imperfeições mecânicas ou físicas dos perfis de aço decorrem substancialmente devido à:

- presença das tensões residuais;
- distribuição não homogênea das características mecânicas através da seção transversal.

As tensões residuais representam um estado de tensões internas auto-equilibrado nos perfis de aço como consequência dos processos de produção industrial. Elas ocorrem em corpos que sofrem deformações plásticas não uniformes. Se nenhuma força externa se opuser, as tensões residuais serão sempre elásticas. A condição de deformação não homogênea, que cria as tensões residuais nas seções de aço, é devida aos processos industriais térmicos (laminação, soldagem e corte a maçarico) e mecânicos (laminação a frio, desempenho).

A distribuição não homogênea das características mecânicas através das seções transversais nos perfis de aço é também devido a sua técnica de produção. Entre as várias características mecânicas, o comportamento estrutural de uma coluna é profundamente influenciado pela variação da tensão de escoamento.

As mais recentes tendências na avaliação da carga última de membros de aço concordam na necessidade de se levar em conta as imperfeições físicas. A hipótese da coluna ideal perfeitamente reta composta de materiais homogêneos livres de tensões internas foi abandonada, por que essas barras não existem na prática. Para uma interpretação realista de sua natureza física, elas foram substituídas pelas barras

industriais com suas imperfeições inevitáveis e aleatórias (mecânicas e geométrica) devido ao processo de fabricação.

As tensões residuais que devem ser consideradas são as tensões longitudinais, porque agem no mesmo sentido que as tensões devido ao carregamento externo. Tais superposições quase sempre reduzem a carga última de barras sujeitas ao fenômeno de flambagem.

2.4.1.1. Seções laminadas a quente

Nas seções laminadas a quente, as tensões residuais são, normalmente, de natureza térmica, e se devem ao processo de resfriamento, no entanto, a sua distribuição pode ser mais tarde modificada pelo processo mecânico de desempenho.

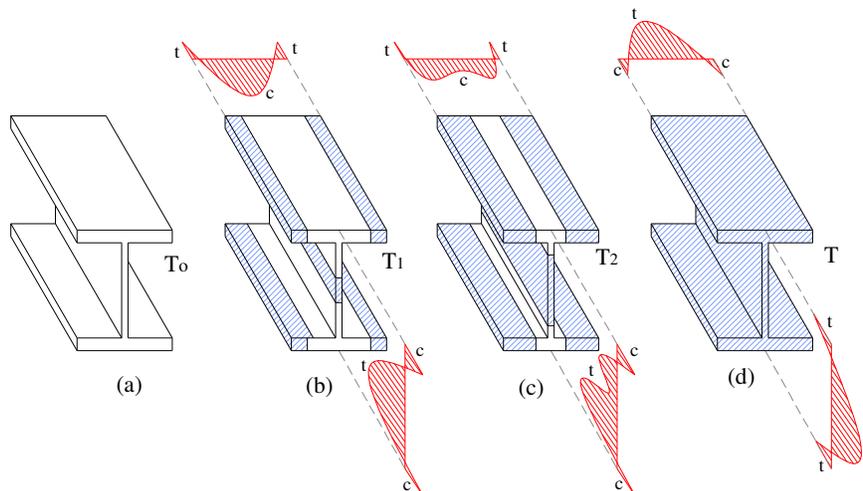


Figura 2.5 – Processo de resfriamento de um perfil I laminado a quente.⁵

No processo de resfriamento de perfil I laminado a quente (Figura 2.5 - a), a temperatura ao final da laminação (T_0) é igual a 600°C diferenças na temperatura nas várias partes da seção transversal começam a aparecer. As partes mais expostas (extremidades dos flanges e meio da alma) resfriam mais rapidamente do que as outras partes (encontro dos flanges com a alma), que estão mais protegidas termicamente. Numa fase intermediária do resfriamento (T_1), como a tendência das áreas mais frias de

⁵ Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.

encurtar é impedida pelas áreas mais mornas, uma distribuição tensão residual longitudinal surge como mostra a Figura 2.5 - b.

Neste ponto, as áreas mornas sofrem deformação plástica devido à tensão de compressão imposta a elas pela contração das áreas que resfriaram mais rapidamente. Isso reduz a tensão residual induzida, como mostra a Figura 2.5 - c para a temperatura intermediária (T_2).

O completo resfriamento das áreas mais expostas previne a contração das fibras ainda mornas, que, portanto, sofrem deformação plástica. Conseqüentemente, uma vez o resfriamento esteja completo, as áreas, que primeiro se resfriaram estarão comprimidas, enquanto que as áreas que se resfriaram por últimos estarão tracionadas, como mostra a Figura 2.5 - d.

A magnitude da distribuição das tensões residuais em perfis laminados à quente depende do tipo da seção transversal, da temperatura de laminação, das condições de resfriamento, dos procedimentos de desempenho dos perfis, e das propriedades do metal. A Tabela 2.1 apresenta as distribuições típicas de tensões residuais para seções I laminadas.

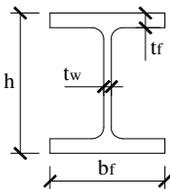
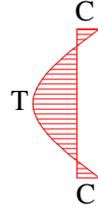
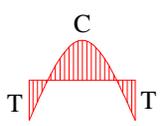
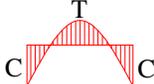
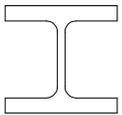
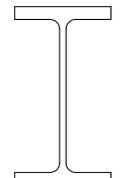
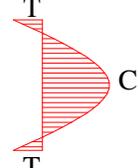
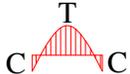
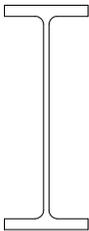
No caso de seções I, experiências mostram que a tensão residual longitudinal devido ao resfriamento dos flanges e da alma, está intimamente relacionada com as seguintes relações geométricas:

$$\triangleright \frac{h}{b_f}; \frac{t_f}{h}; \frac{t_f}{b_f}; \frac{t_w}{h} \text{ e } \frac{t_w}{b_f},$$

onde h é a altura da seção transversal, b_f é o comprimento dos flanges, t_w é a espessura da alma e t_f a espessura dos flanges.

Na realidade, a densidade de cada seção transversal, que pode ser definida pelos parâmetros acima, influencia obviamente na radiação térmica das várias superfícies, e conseqüentemente no gradiente de temperatura através da seção durante o resfriamento e na distribuição final de tensão residual. Daí o fato das seções robustas com $h/b_f < 1,2$ serem afetadas pelas tensões residuais de tração no meio dos flanges e de compressão nas extremidades, enquanto as tensões residuais no meio da alma podem ser tanto de tração como de compressão, dependendo das relações das espessuras e das dimensões globais. Os perfis esbeltos, pelo contrário, possuem $h/b_f > 1,5$, e na distribuição a predominância é das tensões residuais de tração na junta da alma com os flanges.

Tabela 2.1 – Distribuições típicas de tensões residuais para perfis de seção I laminados.⁶

$\frac{h}{b_f}$	Perfil	Tensões residuais		$\frac{t_w}{h}$	$\frac{t_w}{b_f}$	$\frac{t_f}{h}$	$\frac{t_f}{b_f}$
		alma	flanges				
$\leq 1,2$				0,032	0,032	0,045	0,045
				a	a	a	a
				0,040	0,040	0,061	0,080
$> 1,2$				0,075	0,078	0,091	0,093
				a	a	a	a
				0,100	0,112	0,162	0,182
$> 1,2$				0,062	0,068	0,104	0,113
				a	a	a	a
				0,068	0,073	0,114	0,121
$< 1,7$				0,030	0,046	0,051	0,077
				a	a	a	a
				0,032	0,048	0,051	0,080
$\geq 1,7$				0,018	0,039	0,025	0,063
				a	a	a	a
				0,028	0,056	0,043	0,085

⁶ Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.

O problema de definir um modelo de tensões residuais tem sido estudado por vários autores em vários países, com diferentes resultados incluindo aqueles mostrados na Figura 2.6, como exemplo, podemos citar o modelo americano (Galambos) com uma distribuição bi - triangular nos flanges e uma tensão constante na alma, o modelo britânico (Young) possui distribuição parabólica tanto na alma quanto nos flanges e o modelo australiano (Massey) possui tensão constante nos flanges, mas triangularmente variável ao longo da espessura.

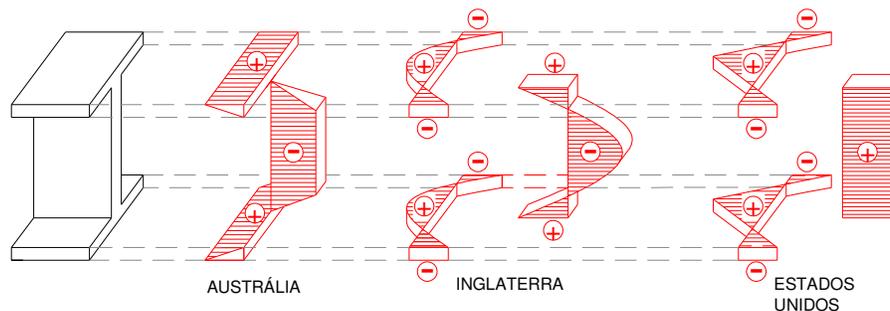


Figura 2.6 – Distribuições de tensões residuais.⁷

Um modelo similar ao britânico, adotado pela CECM-ECCS, é caracterizado pela distribuição nas extremidades e uma parabólica no meio dos flanges e da alma Figura 2.7. A distribuição é definida pelos seguintes valores:

$f_{rc,1}$ \Rightarrow tensão residual de compressão nas extremidades dos flanges;

$f_{rc,2}$ \Rightarrow tensão residual de compressão no meio da alma;

$f_{rt,1}$ \Rightarrow tensão residual de tração no encontro da alma com os flanges.

Os máximos valores testados devem ser assumidos para $f_{rc,1}$ e $f_{rc,2}$. Os valores para $f_{rt,1}$ pode ser determinado por que a distribuição global está em equilíbrio, como garantido pela seguinte Equação (2.13):

$$(3\chi + 8\beta)f_{rt,1}^3 + (16\beta f_{rc,2} + 1,5\chi f_{rc,1})f_{rt,1}^2 - (2\beta f_{rc,1}^2 + 8\chi f_{rc,2}^2)f_{rt,1} = 6\beta f_{rc,1}^2 f_{rc,2} + 4\chi f_{rc,1} f_{rc,2}^2 \quad (2.13)$$

onde: $\chi = \frac{t_w}{t_f}$ e $\beta = \frac{b_f}{h - t_f}$

⁷ Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.

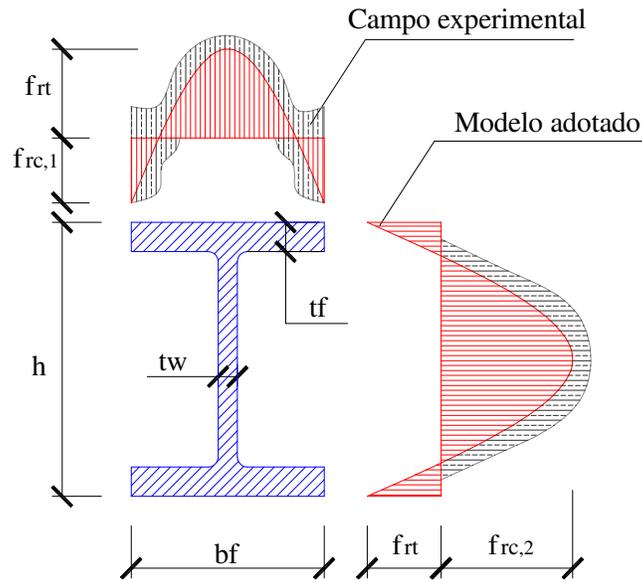


Figura 2.7 – Modelo de distribuição de tensões residuais adotado pelo ECCS.⁸

Valores máximos (em $\text{N}\cdot\text{mm}^{-2}$) caracterizam a distribuição proposta por Young (modelo britânico) Figura 2.5, então temos:

$$f_{rc,1} = 165 \left(1 - \frac{\chi}{2,4\beta} \right) \quad (2.14)$$

$$f_{rc,2} = 100 \left(1,5 + \frac{\chi}{2,4\beta} \right) \quad (2.15)$$

$$f_{rt,1} = 100 \left(0,7 + \frac{\chi}{2\beta} \right) \quad (2.16)$$

As Equações (2.14), (2.15) e (2.16) satisfazem o equilíbrio para a hipótese de uma distribuição parabólica tanto nos flanges quanto na alma, contanto que a tensão de escoamento não seja excedida.

⁸ Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.

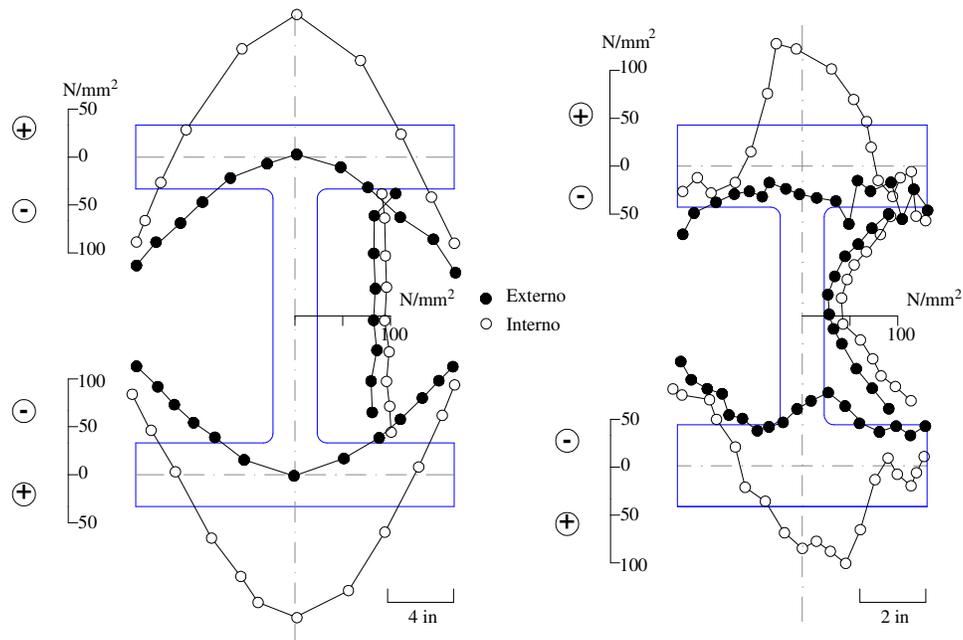


Figura 2.8 – Distribuição de tensões residuais em perfis jumbo laminados.⁹

Os resultados de pesquisas experimentais para a determinação de tensões residuais em seções jumbo laminadas mostraram uma grande dispersão através da espessura dos flanges (Figura 2.8). A máxima tensão de compressão ($f_{rc,1}$) dada por Alpsten, pode ser obtida por meio das seguintes equações empíricas (2.17), (2.18) e (2.19) (valores expressos em $N.mm^{-2}$):

$$\text{Perfis esbeltos} \Rightarrow f_{rc,1} = 180 \frac{b_f t_w}{ht_f} - 53 \quad (2.17)$$

$$\text{Perfis médios} \Rightarrow f_{rc,1} = 290 \frac{b_f t_w}{ht_f} - 58 \quad (2.18)$$

$$\text{Perfis jumbos} \Rightarrow f_{rc,1} = 450 \frac{b_f t_w}{ht_f} - 23 \quad (2.19)$$

Em 2005, J. Szalai e F. Papp apresentaram um padrão teórico de distribuição de tensões residuais que, como as outras distribuições teóricas já apresentadas, satisfaz às seguintes condições de equilíbrio:

⁹ Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983.

$$N = \int_A f_z dA = 0 \quad (2.20)$$

$$M_x = \int_A f_z y dA = 0 \quad (2.21)$$

$$M_y = \int_A f_z x dA = 0 \quad (2.22)$$

onde N , M_x e M_y são, respectivamente, a resultante da força normal e os momentos de flexão com relação aos eixos principais, f_z é a tensão residual normal agindo ao longo da seção transversal e A é a área da seção.

Segundo Szalai e Papp (2005), as distribuições de tensões residuais baseadas em resultados teóricos e/ou experimentais funcionam bem para os problemas de flambagem por flexão em colunas. Entretanto, quando a coluna tem um deslocamento torcional, em geral no caso de flambagem lateral com torção, essa distribuição pode não satisfazer às equações de equilíbrio ligadas à torção e ao empenamento. Para que a nova distribuição satisfaça o equilíbrio torcional foram adicionadas as seguintes condições:

$$M_w = \int_A f_z w da = 0 \quad (2.23)$$

$$T_w = \bar{K} \frac{\partial \theta_z}{\partial z} = 0 \quad (2.24)$$

onde M_w é o bimomento, como resultante das tensões normais de empenamento, w é a coordenada setorial da seção transversal, θ_z é a rotação com relação ao eixo longitudinal, T_w é o momento de torção como uma consequência do efeito de Wagner, isto é, a mudança na direção das tensões normais de empenamento devido a torção da seção na qual:

$$\bar{K} = \int_S a^2 f_z t dS = \int_S [(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2] f_z t dS \quad (2.25)$$

\bar{K} é chamado de coeficiente de Wagner, onde “a” é a distância entre um ponto arbitrário da seção (x,y) e o centro de cisalhamento (x_o, y_o) , e t é a espessura. Como a seção H apresenta dupla simetria, admitindo-se uma distribuição de tensões residuais também simétrica, a resultante do bimomento será nula, satisfazendo assim à Equação 2.23. Para que a Equação (2.25) também seja satisfeita o coeficiente de Wagner deverá ser nulo.

Considerando uma distribuição de tensões residuais na forma parabólica, sendo contínua e possuindo parâmetros suficientes para a calibração. A forma geral que se segue foi escolhida de acordo com os eixos de distribuição de tensões residuais apresentados na Figura 2.9:

$$f(x) = c_f + a_f x^2 \quad (2.26)$$

$$w(y) = c_w + a_w y^2 \quad (2.27)$$

onde $f(x)$ e $w(y)$ são as funções de distribuição de tensões nos flanges e na alma, respectivamente, y e z são os eixos de acordo com a Figura 2.9, c_f , a_f , c_w e a_w são os parâmetros a serem calibrados.

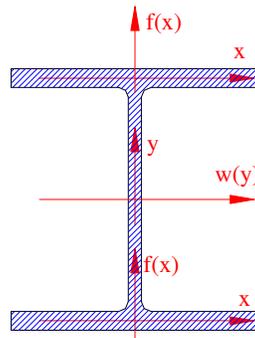


Figura 2.9 – Eixos de distribuição das tensões residuais para os flanges e para a alma.¹⁰

Substituindo as Equações (2.26) e (2.27) nas equações (2.20) e (2.25), obtém-se:

$$2t_f \int_{-\frac{b_f}{2}}^{\frac{b_f}{2}} f(x) dx + t_w \int_{-\frac{h_o}{2}}^{\frac{h_o}{2}} w(y) dy = 0 \quad (2.28)$$

$$2t_f \int_{-\frac{b_f}{2}}^{\frac{b_f}{2}} \left(\frac{h_o^2}{4} + x^2 \right) f(x) dx + t_w \int_{-\frac{h_o}{2}}^{\frac{h_o}{2}} y^2 w(y) dy = 0 \quad (2.29)$$

Considerando ainda as condições de que a tensão na conexão da alma com os flanges é a mesma e que a tensão nas extremidades dos flanges foi adotada como sendo igual a αf_y , onde f_y é a tensão de escoamento, então:

¹⁰ Adaptado: “A new distribution for hot-rolled I-shaped sections” J. Szalai e F. Papp, 2005.

$$f(0) = w\left(\frac{h_o}{2}\right) \quad (2.30)$$

$$f\left(\frac{b_f}{2}\right) = -\alpha f_y \quad (2.31)$$

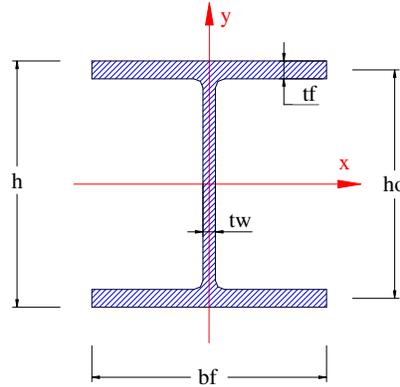


Figura 2.10 – Modelo de seção transversal adotado.¹¹

Resolvendo esse sistema obtém-se os coeficientes em função das dimensões da seção transversal (Figura 2.10) e da tensão definida nas extremidades dos flanges:

$$c_f = \alpha f_y \frac{b_f t_f (3b_f^2 + 4h_o^2)}{2b_f^3 t_f + 8b_f h_o^2 t_f + h_o^3 t_w} \quad (2.32)$$

$$a_f = -\alpha f_y \frac{20b_f^3 t_f + 48b_f h_o^2 t_f + 4h_o^3 t_w}{b_f^2 (2b_f^3 t_f + 8b_f h_o^2 t_f + h_o^3 t_w)} \quad (2.33)$$

$$c_w = -\alpha f_y \frac{b_f t_f (8b_f^3 t_f + 3b_f^2 h_o t_w + 2h_o^3 t_w)}{2h_o t_w (2b_f^3 t_f + 8b_f h_o^2 t_f + h_o^3 t_w)} \quad (2.34)$$

$$a_w = \alpha f_y \frac{2b_f t_f (8b_f^3 t_f + 9b_f^2 h_o t_w + 10h_o^3 t_w)}{h_o^3 t_w (2b_f^3 t_f + 8b_f h_o^2 t_f + h_o^3 t_w)} \quad (2.35)$$

¹¹ Adaptado: “A new distribution for hot-rolled I-shaped sections” J. Szalai e F. Papp, 2005.

As tensões residuais exercem uma grande influência na resistência última das colunas no domínio elasto-plástico. Esta influência depende da forma da seção transversal, mas também do diagrama de distribuição e da magnitude das tensões.

Em 1977, H. Djalaly, fez inicialmente um estudo sobre a influência da forma do padrão de distribuição de tensões residuais na resistência última de colunas comprimidas. Estes estudos foram desenvolvidos para o perfil HEA 220, cujas dimensões encontram-se na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Dimensões e propriedades geométricas do perfil HEA 220.¹²

Dimensões		Espessura x-x	
d (mm)	210,0	I_x (cm ⁴)	12196,9
h (mm)	207,8	W_x (cm ³)	515,0
h _o (mm)	208,9	r _x (cm)	9,2
b _f (mm)	220,0	Espessura y-y	
t _w (mm)	7,0	I_y (cm ⁴)	1980,5
t _f (mm)	11,0	W_y (cm ³)	178,0
A _g (cm ²)	64,3	r _y (cm)	5,5

Djalaly (1977) utilizou em suas análises um padrão parabólico e linear de tensões residuais, ilustrado na Figura 2.11. Estes padrões apresentam tensão residual de compressão nas extremidades dos flanges, f_{rc} , é igual a 20% e 30% da tensão de escoamento ($f_y = 24,0$ kN/cm²) e a tensão residual de compressão no meio da alma, f_{rw} , é em função das dimensões do perfil e também da tensão de escoamento, a curvatura inicial utilizada neste estudo é igual a uma semi-onda de seno com amplitude máxima igual a $L/100.000$.

¹² Catálogo online de perfis de abas paralelas - site: www.metalica.com.br

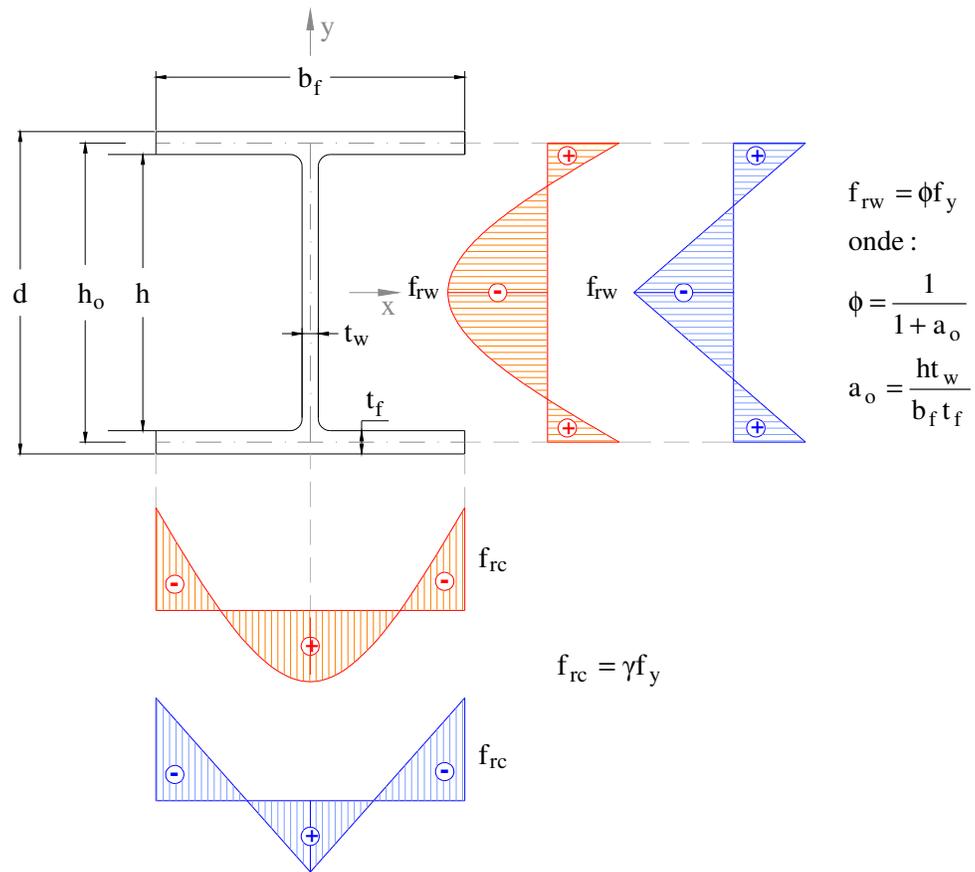


Figura 2.11 – Padrão de distribuição de tensões do perfil HEA 220.¹³

A Figura 2.12 apresenta os resultados obtidos por Djalaly (1977) do estudo da influência da forma do diagrama de distribuição e da magnitude das tensões residuais para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia.

¹³ Adaptado: Étude de la resistance des barres comprimées - Flambement simple, H. Djalaly, 1977.

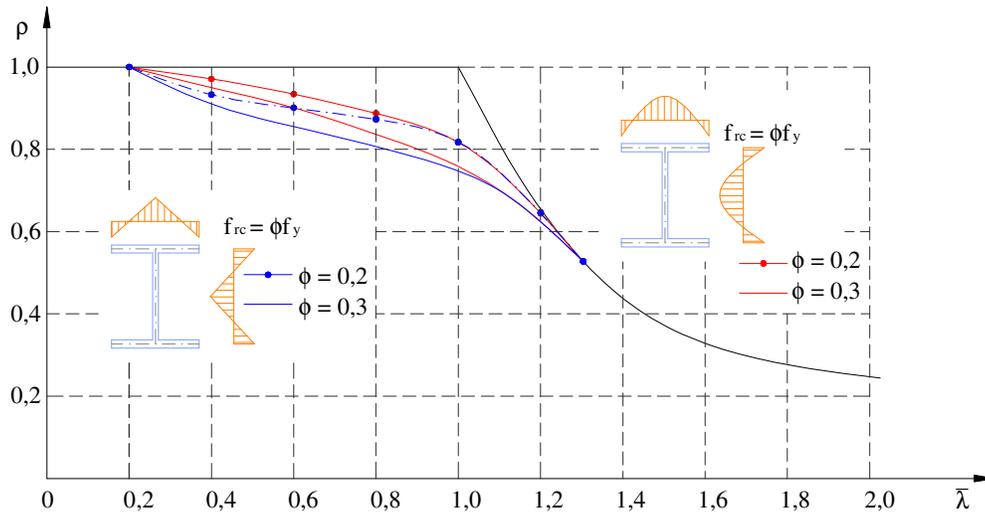


Figura 2.12 – Influência da forma do diagrama de distribuição e da magnitude das tensões residuais para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia.¹⁴

Huber e Beedle (1954) investigaram a influência das tensões residuais no diagrama tensão-deformação e na resistência à compressão de perfis metálicos. Essa influência baseia-se numa distribuição de tensões residuais conhecidas (ou adotadas) e na tensão de escoamento (f_y), desde que a condição de equilíbrio das forças na direção axial da coluna seja satisfeita:

$$\int_A f_r dA = 2t_f \int_{-\frac{b_f}{2}}^{\frac{b_f}{2}} f_r \cdot x \cdot dx + t_w \int_{-\frac{h_o}{2}}^{\frac{h_o}{2}} f_r \cdot y \cdot dy \quad (2.36)$$

Estes autores consideraram duas hipóteses:

- Os flanges escoam completamente antes da alma começa a escoar;
- A alma permanece elástica até que os flanges comecem a escoar.

Com base na segunda hipótese, desenvolveram equações para a determinação dos pontos (f, ϵ) do diagrama tensão-deformação, através de um padrão teórico de distribuição de tensões residuais. Na Figura 2.13 apresenta-se a nomenclatura utilizada para a obtenção das tensões e deformações do diagrama tensão-deformação a partir de uma distribuição de tensões residuais numa seção transversal de um perfil H laminado.

¹⁴ Adaptado: Étude de la resistance des barres comprimées - Flambement simple, H. Djalaly, 1977.

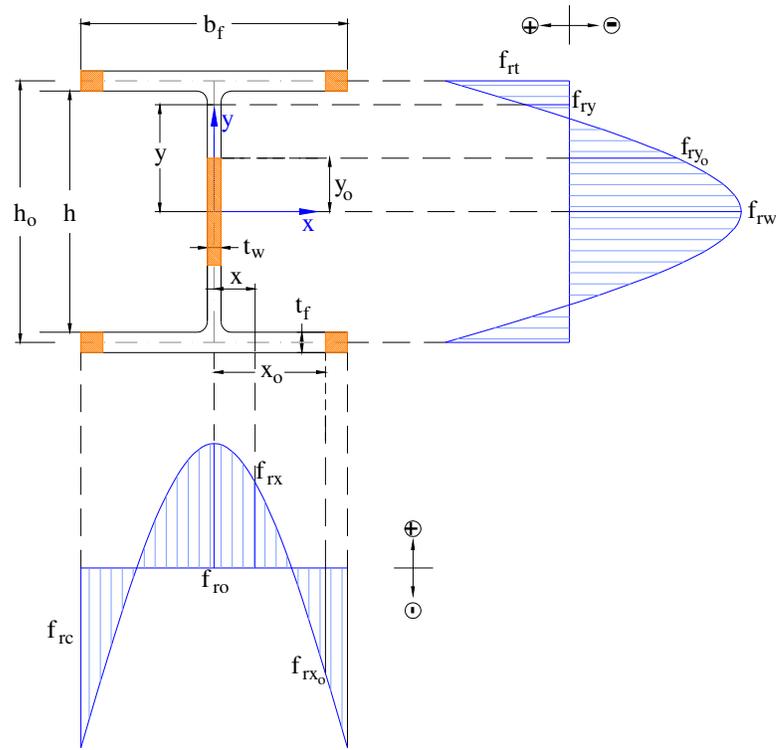


Figura 2.13 – Distribuição de tensões residuais numa seção transversal de um perfil H laminado.¹⁵

Onde:

f_{rc} \Rightarrow tensão residual de compressão nas extremidades dos flanges;

f_{ro} \Rightarrow tensão residual de tração no meio do flange;

f_{rt} \Rightarrow tensão residual de tração nas extremidades da alma;

f_{rw} \Rightarrow tensão residual de compressão no meio da alma;

f_{rx_o} \Rightarrow tensão residual de compressão no ponto z_o ;

x_o \Rightarrow distância do centro da área elástica dos flanges até a área plástica;

f_{ry_o} \Rightarrow tensão residual de compressão no ponto y_o ;

y_o \Rightarrow distância do centro da área plástica da alma até a área elástica.

Assumindo a aplicabilidade do conceito do módulo tangente. A tensão limite proporcional (f_p) nas extremidades dos flanges é dada por:

¹⁵ Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.

$$f_p = \frac{N}{A} = f_y - f_{rc} \quad (2.37)$$

A deformação correspondente ao limite proporcional é igual a:

$$\epsilon_p = \frac{1}{E}(f_y - f_{rc}) \quad (2.38)$$

De acordo com o estudo de Huber e Beedle (1954), numa seção transversal as extremidades dos flanges começam a escoar e à medida que a tensão for aumentando devido ao carregamento, se aproximando-se da tensão de escoamento, mais porções da seção entram em escoamento até que toda a seção esteja completamente submetida à tensão de escoamento, como mostra a Figura 2.14, na qual os cinco pontos (f, ε) são obtidos pelas equações a seguir:

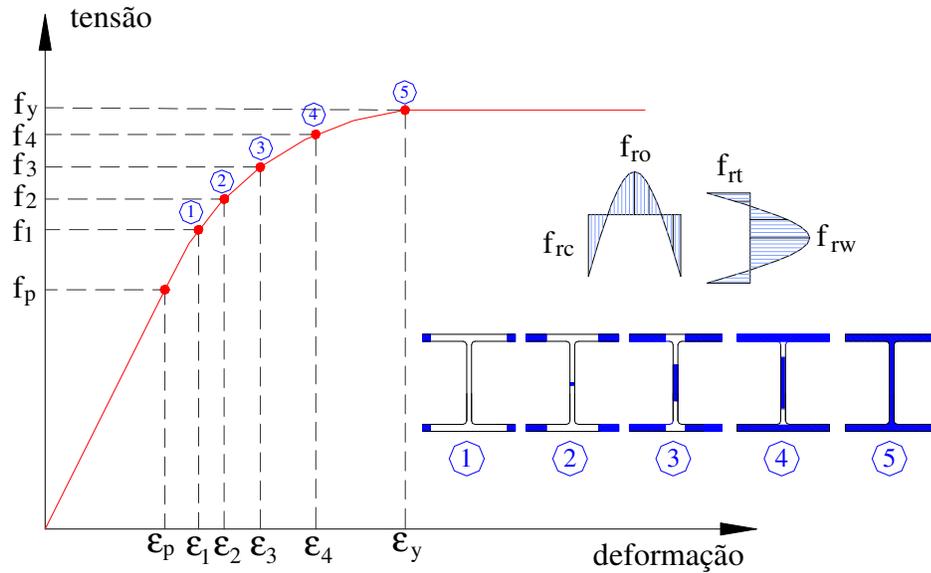


Figura 2.14 - Influência da tensão residual da curva tensão-deformação.¹⁶

- Ponto 1:

$$f_1 = \frac{N}{A} = f_y - \frac{A_e}{A} f_{rx_0} - \frac{4t_f}{A} \int_{x_0}^{\frac{b_f}{2}} f_{rz} dx \quad (2.39)$$

¹⁶ Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.

- Ponto 2:

$$f_2 = \frac{N}{A} = f_y - \frac{A_e}{A} f_{rw} - \frac{4t_f}{A} \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} f_{rx} dx \quad (2.40)$$

- Ponto 3:

$$f_3 = \frac{N}{A} = f_y - \frac{A_e}{A} f_{rx_o} - \frac{4t_f}{A} \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} f_{rx} dx - \frac{2t_w}{A} \int_0^{y_o} f_{ry} dy \quad (2.41)$$

- Ponto 4:

$$f_4 = \frac{N}{A} = f_y - \frac{A_e}{A} f_{rx_o} - \frac{4t_f}{A} \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} f_{rx} dx - \frac{2t_w}{A} \int_0^{y_o} f_{ry} dy \quad (2.42)$$

- Ponto 5:

$$f_5 = f_y \quad (2.43)$$

E a deformação pode ser obtida através do módulo tangente da curva (E_t):

$$E_t = \frac{df}{d\varepsilon} = \frac{df}{dx_o} \frac{dx_o}{d\varepsilon} \quad (2.44)$$

e pela diferenciação da Equação (2.39), obtém-se:

$$\frac{df_1}{dx_o} = \frac{1}{A} (4t_f x_o + t_w h_o) \frac{df_{rx_o}}{dx_o} \quad (2.45)$$

A deformação é dada pela Equação (2.46):

$$\varepsilon = \frac{1}{E} (f_y - f_{rx_o}) \quad (2.46)$$

e fazendo a diferenciação dessa equação, têm-se:

$$\frac{d\varepsilon}{dx_o} = \frac{1}{E} \frac{df_{rx_o}}{dx_o} \quad (2.47)$$

Substituindo-se as Equações (2.45) e (2.47) em (2.44), obtém-se:

$$E_t = \frac{E}{A} (4t_f x_o - t_w h_o) = E \frac{A_e}{A} \quad (2.48)$$

Para obter a deformação nos pontos de 1 a 5 da Figura 2.14, tem-se:

$$E_t = \frac{f_i - f_{i-1}}{\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}} = E \frac{A_e}{A}, \text{ onde } i = 1, 2, 3, 4 \text{ e } 5 \quad (2.49)$$

O Anexo II apresenta a dedução das equações das tensões (pontos de 1 a 5) do diagrama tensão-deformação.

A determinação das tensões residuais não é uma tarefa fácil, por isso, vários métodos experimentais foram desenvolvidos, entre eles podemos citar resumidamente:

- Remoção de camadas: esse método consiste na retirada sucessiva de camadas do material da barra, relacionando a curvatura que conseqüentemente a barra apresentaria com a tensão residual presente na camada retirada;
- Seccionamento e trepanação: esse método baseia-se no alívio da tensão residual pela introdução de uma ou mais novas superfícies, sendo o primeiro mais utilizado no estudo das tensões residuais em barras e perfis;
- Difração por raio-x: o fundamento para a determinação das tensões residuais por esse método é que, existindo um estado de tensões na superfície de um material, a deformação associada à direção está diretamente relacionada à deformação da rede cristalina, que pode ser determinada pela difração do raio-x;
- Métodos acústicos: estes se baseiam no fato da velocidade de propagação do som no metal variar aproximadamente de forma linear com o nível de tensão ao qual um metal está submetido, comumente conhecido como efeito elasto-acústico;
- Métodos fotomecânicos: utilizam-se de ferramentas clássicas da análise experimental de tensões – fotoelasticidade e camada frágil. São métodos que em geral são aplicados de forma quantitativa na determinação do estado de tensões residuais;
- Método da furação instrumentada: esse método consiste na introdução de pequenos furos numa peça contendo tensões residuais que faz com que ocorra uma redistribuição do seu campo de tensões, devido às tensões normal e tangencial na superfície do furo terem que ser necessariamente iguais a zero. Pode-se então relacionar o campo de deformações gerado pela introdução do furo com o estado de tensões presente anteriormente na peça.

Os métodos experimentais para a determinação das tensões residuais citados anteriormente são pouco utilizados ou por serem destrutivos, como é o caso dos métodos de seccionamento e remoção de camadas, ou por terem limitações, como é o caso da difração por raio-x, por isso, os métodos teóricos, muitos deles baseados em medições experimentais, são os mais utilizados na prática.

2.4.2. Curvatura inicial

A presença de imperfeições geométricas, como a curvatura inicial, nas colunas transforma o problema de flambagem em um problema do tipo carga-deslocamento, opondo-se ao problema de bifurcação do equilíbrio.

Na Figura 2.15 apresenta-se o comportamento de uma coluna perfeita e imperfeita. Analisando a Figura 2.15 (b) nota-se que, para a coluna perfeita, uma configuração de equilíbrio estático poderá ocorrer quando a carga aplicada for igual à carga de Euler, mesmo na presença de deslocamento lateral, desde que a carga permaneça constante (Figura 2.15 (b) linha OAB), no entanto, se a coluna apresentar uma curvatura inicial e/ou uma excentricidade de carga, a carga máxima aproximará assintoticamente da carga de Euler, enquanto a coluna permanecer na fase elástica (Figura 2.15 (b) curva C). Quando o material começa a escoar, a rigidez sofre uma redução em virtude da não-linearidade do material ou do escoamento da seção transversal nos pontos de tensão residual de compressão.

A Figura 2.15 (c) mostra o comportamento pós-flambagem da coluna perfeita e imperfeita. No Ponto D a flambagem por bifurcação acontecerá na carga de “módulo tangente” ($N_t = \pi^2 E_t I / L^2$), porém um deslocamento lateral adicional só será possível se houver aumento de carga. Caso a rigidez não sofra degradação devido à plastificação, a carga aproximará assintoticamente da carga do “módulo reduzido” (Curva E), ($N_r = \pi^2 E_r I / L^2$), com grande deslocamento lateral. A Curva G mostra o comportamento da coluna na presença das imperfeições geométricas. A carga máxima será função destas imperfeições.

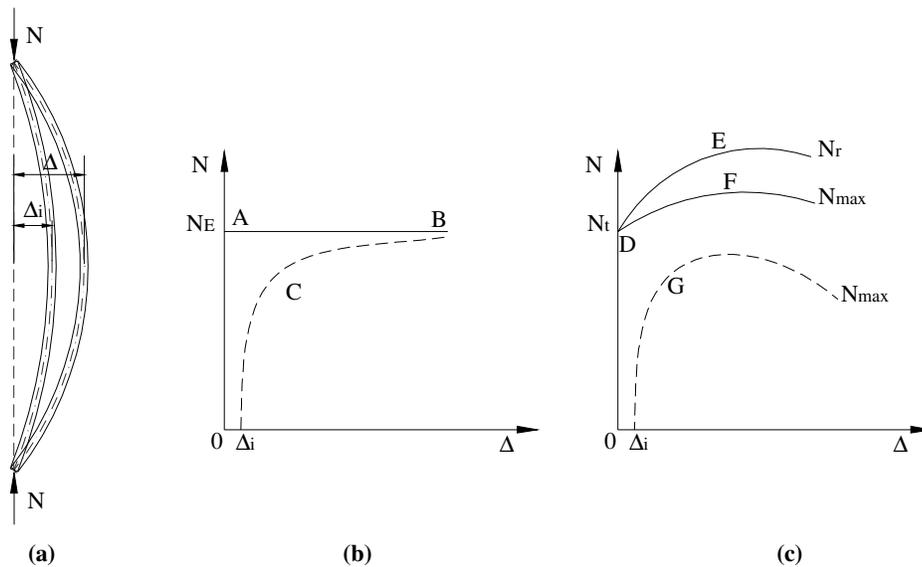


Figura 2.15 – Comportamento da coluna perfeita e imperfeita.¹⁷

A configuração real da curvatura inicial de uma coluna pode ser mais complicada, pois freqüentemente ela se apresenta como uma curvatura simultânea com relação aos dois eixos principais da seção transversal.

A magnitude da curvatura inicial é limitada pelas especificações de fabricação dos perfis de aço estrutural, normalmente como uma fração do comprimento do membro. Então, para os perfis de flanges largos, necessariamente, ela é menor do que a máxima curvatura de $L/960$, que por conveniência, é normalmente adotado como $L/1000$. Segundo Galambos (1976), as medições que estão disponíveis mostram que muitos perfis tendem a valores máximos, aproximadamente igual a $L/1500$.

As Figuras 2.165 e 2.17 mostram o segundo estudo feito por H.Djalaly (1977), para o perfil HEA 220, a análise da influência da curvatura inicial isoladamente para a flambagem com relação aos eixos de maior e menor inércia, respectivamente.

¹⁷ Adaptado: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, T. V. Galambos, 1976.

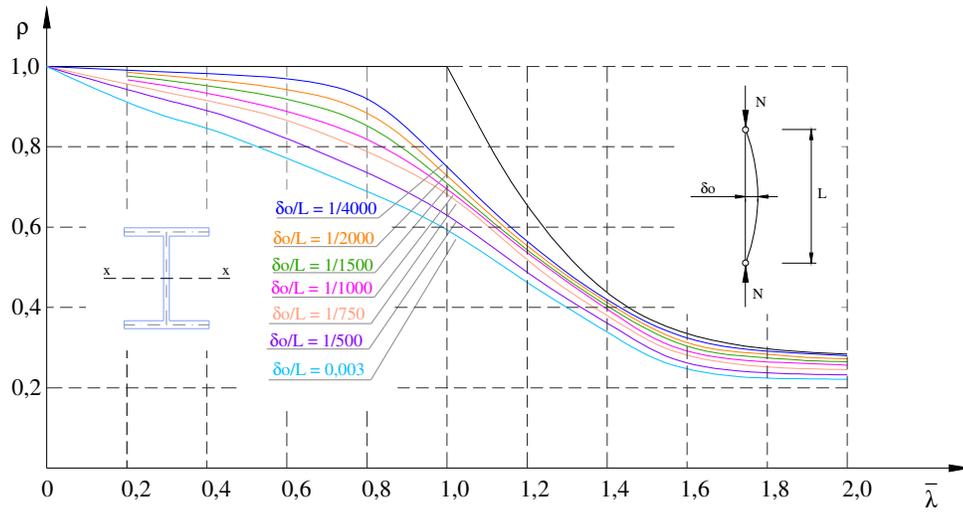


Figura 2.16– Influência da curvatura inicial para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia.¹⁸

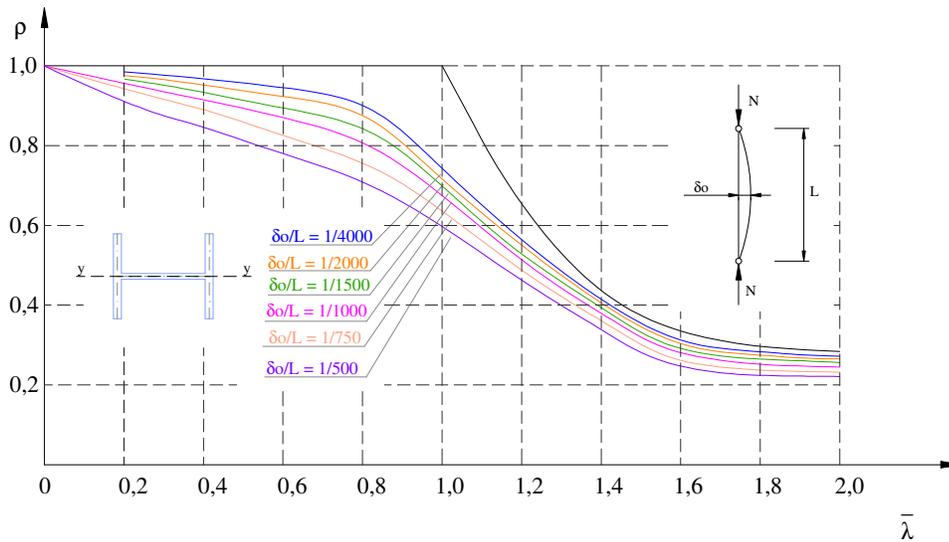


Figura 2.17 – Influência da curvatura inicial para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia.¹⁹

^{18 e 19} Adaptado: Étude de la resistance des barres comprimées - Flambement simple, H. Djalaly, 1977.

2.4.3. Efeito combinado das tensões residuais e curvatura inicial

Na Figura 2.18 são mostrados exemplos de distribuições de tensões residuais resultantes do resfriamento de perfis de flanges largos que não passaram por nenhum processo de desempenho. As tensões residuais medidas nos flanges de perfis fabricados de forma similar com diferentes classes de aços mostram padrões de distribuição e magnitude semelhantes às apresentadas pelos perfis da Figura 2.18.

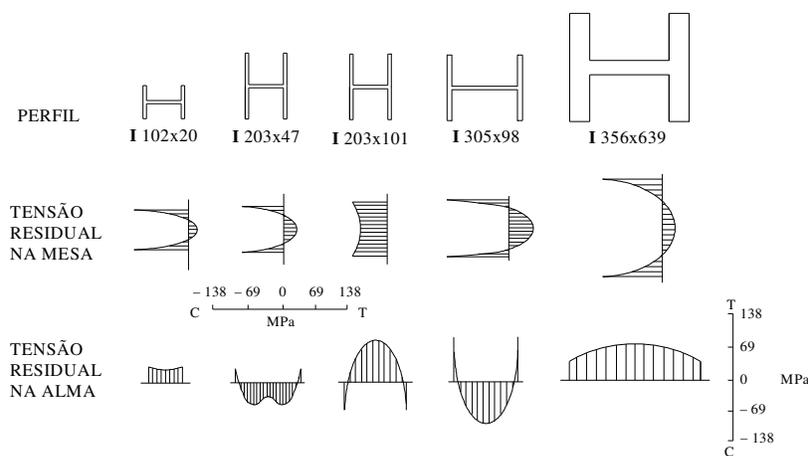


Figura 2.18- Distribuição de tensão residual em perfis laminados.²⁰

Segundo Galambos (1976), as análises para a determinação da resistência máxima à compressão de colunas para as seções mostradas na Figura 2.18 foram feitas relacionando as tensões residuais apresentadas por esses perfis e uma curvatura inicial de amplitude $L/1000$ (Padrão A6 ASTM), através de análises numéricas. A Figura 2.19 mostra as curvas de resistência máxima juntamente com as curvas de carga crítica obtidas para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia relacionando os efeitos das tensões residuais e da curvatura inicial.

As curvas com círculos sólidos representam a análise da resistência máxima, desconsiderando a alma, apresentada por Batterman e Johnston (1967), para uma tensão residual máxima de 13 ksi ($\approx 89,635$ Mpa), que é a média máxima da escala para as

²⁰ Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, T. V. Galambos, 1976.

cinco seções mostradas na Figura 2.18, junto com uma tensão de escoamento de 36 ksi ($\approx 248,22$ MPa).

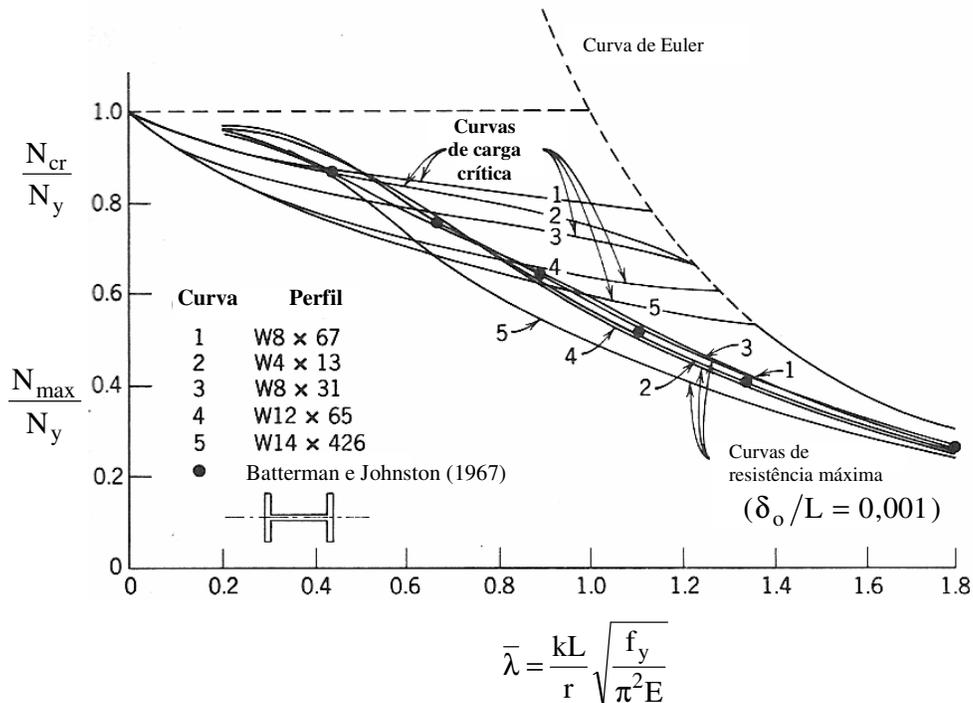


Figura 2.19 – Comparação entre as curvas de carga crítica para colunas sem curvatura inicial e as curvas de resistência máxima para colunas com curvatura inicial.²¹

Embora os perfis e as distribuições de tensões residuais sejam diferentes, os resultados obtidos mostram uma boa correlação entre as duas análises desenvolvidas independente uma da outra. Esta constatação foi confirmada por Bjorhovde (1972), que analisou a resistência e o comportamento de um grande número de perfis laminados. Os resultados obtidos por Batterman e Johnston (1967) e Bjorhovde (1972) demonstram que:

- Os efeitos da tensão residual e da curvatura inicial não devem ser sobrepostos para se obter uma boa aproximação do efeito combinado na resistência máxima da coluna. Para algumas relações de esbeltez, os efeitos combinados são menores do que a soma dos efeitos calculados separadamente (razões médias de esbeltez e baixas tensões residuais). Para outras relações de esbeltez ocorre o contrário.

²¹ Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, T. V. Galambos, 1976.

- A variação da curvatura inicial é a principal responsável pela variação da resistência máxima, enquanto que a variação das tensões residuais é relativamente pequena e influencia pouco na variação da resistência máxima.
- Certas forças são ignoradas quando se adota a hipótese de que a curvatura inicial na forma de uma semi-onda de seno permanece inalterada após o carregamento.
- A redução na resistência da coluna causada pela variação da forma das distribuições de tensão residual é menor para colunas com curvatura inicial do que para colunas inicialmente retas.

As curvas mostradas na Figura 2.20 correspondem a uma curvatura inicial igual a $L/2000$, $L/1000$ e $L/500$ para seções I de flanges largos sem (linha cheia) e com (linha tracejada) tensões residuais. Segundo Balio e Mazzolani (1983), a influência da curvatura inicial diminui devido à presença das tensões residuais e que sua máxima influência ocorre próximo do índice de esbeltez reduzido igual a 1,0 se não existirem tensões residuais e será próximo a 1,3 se elas estiverem presentes.

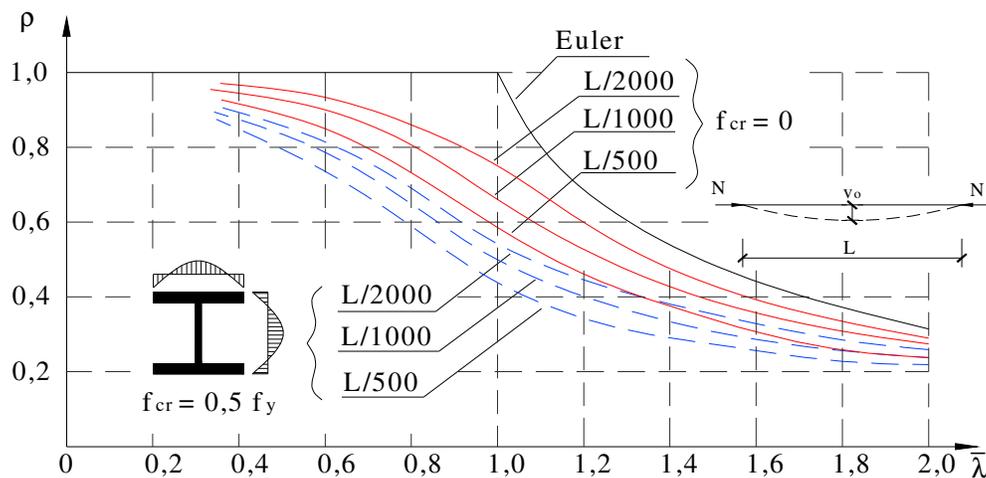


Figura 2.20 – Efeito da curvatura inicial v_0 com tensões residuais e sem tensões residuais.²²

²² Adaptado: Theory and Design of Steel Structures, G. Balio e F. M. Mazzolani, 1983

2.5. Curvas de flambagem

2.5.1. Curvas de flambagem do ECCS – “European Convention for Constructional Steelwork”

A partir de 1960, a ECCS - “European Convention for Constructional Steelwork” tentou elaborar uma recomendação para cálculo e projeto de construções metálicas, utilizando como base os diversos códigos em vigor na Europa. Esta tentativa foi rapidamente abandonada já que os diversos códigos apresentavam divergências e dispersões inaceitáveis, além do fato de que todas as normas eram fundamentadas no conceito de tensões admissíveis, com coeficientes de segurança arbitrados e variáveis conforme a esbeltez da barra.

A ECCS decidiu organizar uma vasta campanha de ensaios (em sete países europeus: Alemanha, Bélgica, França, Grã-Bretanha, Itália, Holanda e Iugoslávia) conduzida por Sfantesco. Nesses ensaios foram utilizados perfis de diferentes seções sob os mais diversos índices de esbeltez e diferentes processos de fabricação, escolhidos aleatoriamente dentro da produção industrial dos países participantes, seguindo-se os princípios preconizados por J. Dutheil:

- As barras deveriam possuir as imperfeições normalmente produzidas durante o processo de fabricação (falta de retinidade e excentricidade de carga, variações nas dimensões das seções, tensões residuais, etc);
- As barras deveriam ser ensaiadas em número suficiente para permitir a determinação estatística das cargas de flambagem.

Para limitar o número de testes, foi estudada a influência da esbeltez em um perfil por tipo de seção, enquanto a pesquisa da influência da forma da seção baseou-se nos vários tipos de seções para alguns índices de esbeltez.

A análise numérica utilizada foi baseada num procedimento incremental e iterativo onde o equilíbrio é estabelecido para cada nível de carga e deslocamento. Adotou-se uma curvatura inicial na forma senoidal com amplitude máxima de 1/1000 do comprimento da barra, e a restrição de extremidade com relação à rotação foi desconsiderada, além de se adotar padrões simplificados e valores arbitrários de tensões residuais ao invés de valores reais tomados em ensaios.

Três curvas iniciais foram desenvolvidas baseando-se no comportamento de três formas representativas de perfis utilizados na prática. A Curva dos Tubos (a) foi calculada para os tubos circulares, a Curva dos Perfis Caixa (b), correspondendo à carga de flambagem dos perfis caixa soldados de seção retangular, e a Curva dos Perfis I (c) refere-se aos perfis I laminados a quente com flambagem em torno do eixo de menor inércia.

A proposição dessas três curvas de flambagem recebeu principalmente duas críticas:

- A primeira, referindo-se à parte das curvas que cobre os baixos valores de esbeltez. O fato de se negligenciar o efeito do encruamento numa faixa de esbeltez em que ele é importante, requer que as curvas apresentem um platô ($\rho = 1$) para $\bar{\lambda} \leq 0,2$.
- A segunda crítica, reside no fato das curvas a, b, c terem sido estabelecidas para aços cujo limite elástico está próximo ao limite elástico utilizado normalmente para os perfis cujas espessuras dos flanges não excedam 40 mm. Porém, nos dias de hoje, o uso de aços com limite elástico mais elevado e perfis "jumbo" com flanges com espessuras acima de 40 mm, não é raro. É importante, então, que uma concepção moderna do fenômeno de flambagem leve em conta estes dois fatores.

Seguindo este critério, a ECCS finalmente adotou, em 1976, duas novas curvas. A curva a_0 representa o comportamento das colunas com presença pequena das tensões residuais, como os perfis termicamente tratados para alívio de tensões, formados com aço de alta resistência ($f_y = 430\text{MPa}$), e a curva d representa as colunas com fortes valores de tensões residuais, como por exemplo os perfis H "jumbo", com espessura maior que 40 mm, laminados ou soldados UM.

A Figura 2.21, mostra as cinco curvas de flambagem recomendadas pelo ECCS, para uma curvatura inicial igual a $\delta_0 = 0,001L$.

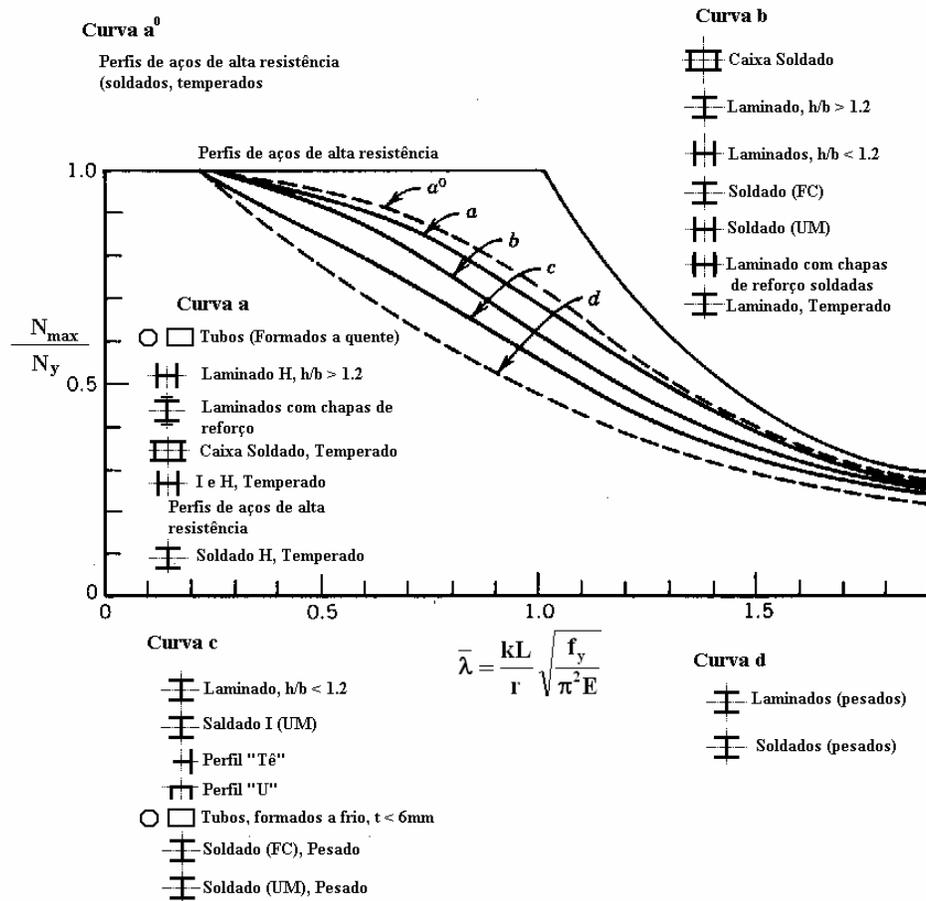


Figura 2.21 - Múltiplas Curvas de resistência, recomendadas pela ECCS, baseadas numa curvatura inicial de $\delta_0 = 0,001L$.²³

Em 1978, Rondal e Maquoi propuseram uma nova formulação para as curvas de flambagem europeias, procurando qual a melhor formulação matemática que resultasse na aproximação teórica que melhor descrevesse o fenômeno de flambagem. Essa aproximação é atribuída a Ayrton-Perry, dada por:

$$(f_{cr} - f)(f_r - f) = \eta f_{cr} f \tag{2.50}$$

É possível escrever a fórmula de Ayrton-Perry sob a seguinte forma:

$$\left(\frac{f_{cr}}{f_y} - \rho \right) (1 - \rho) = \eta \rho \frac{f_{cr}}{f_y} \tag{2.51}$$

²³ Adaptação: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, T. V. Galambos, 1976.

onde: $\rho = \frac{f}{f_y}$

Se $\bar{\lambda}^2 = \frac{f_y}{f_{cr}}$ então, dividindo por $\frac{f_{cr}}{f_y}$ temos:

$$(1 - \rho \bar{\lambda}^2)(1 - \rho) = \eta \rho \quad (2.52)$$

ou:

$$\bar{\lambda}^2 \rho^2 - \rho(\bar{\lambda}^2 + \eta + 1) + 1 = 0 \quad (2.53)$$

Então finalmente, temos:

$$\rho = \frac{1 + \eta + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{(1 + \eta + \bar{\lambda}^2)^2 - 4\bar{\lambda}^2}}{2\bar{\lambda}^2} \quad (2.54)$$

Na Equação (2.54), η é chamado de fator de imperfeição generalizada. Esse fator leva em consideração todas as imperfeições na coluna real quando esta flamba, ou seja, imperfeições geométricas, excentricidade na aplicação da carga e tensões residuais. As propriedades inelásticas não são consideradas porque elas possuem influência somente em colunas curtas. As diversas proposições, avaliadas por Rondal e Maquoi, quanto ao fator η devem satisfazer às seguintes condições:

- Fornecer $\rho = 1$ para $\bar{\lambda} = 0,2$, a fim de representar o platô;
- Fornecer $\eta = 0$, isto é o limite superior, para um valor nulo do parâmetro utilizado, a fim de permitir que a degeneração da forma Euleriana alcance um máximo para uma imperfeição nula;

As proposições analisadas são as seguintes:

$$1. \quad \eta_1 = \alpha_1 (\bar{\lambda} - 0,2) \quad (2.55)$$

$$2. \quad \eta_2 = \alpha_2 \sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04} \quad (2.56)$$

Essas duas equações constituem uma generalização da proposição de Robertson, contendo o caráter adimensional e o platô. Para $\alpha = 0$, o limite superior é encontrado.

$$3. \quad \eta_3 = \alpha_3 (\bar{\lambda} - 0,2)^2 \quad (2.57)$$

$$4. \quad \eta_4 = \alpha_4 (\bar{\lambda}^2 - 0,04) \quad (2.58)$$

As Equações (2.57) e (2.58) generalizam a proposição de Dutheil, por conter o platô, elas fornecem o limite superior para $\alpha = 0$.

$$5. \quad \eta_5 = \alpha_5 \left(\rho \bar{\lambda}^2 - 0,04 \right) \quad (2.59)$$

$$6. \quad \eta_6 = \alpha_6 \left[\bar{\lambda}^2 (1 + \rho) - 0,08 \right] \quad (2.60)$$

A Equação (2.59) é devido a Barta; o mesmo aplica-se à Equação (2.60) que nada mais é que as Equações (2.57) e (2.58). Barta, entretanto não dá os valores a serem usados para os coeficientes α_5 e α_6 . As Equações de (2.55) a (2.60) satisfazem igualmente o limite superior para $\alpha = 0$.

$$7. \quad \eta_7 = \alpha \rho (\bar{\lambda} - 0,2) \quad (2.61)$$

Essa relação conduz ao limite superior se $\alpha = 0$ e à fórmula de Euler para $\alpha \neq 0$, se $\bar{\lambda}$ tender para o infinito.

Para cada uma das sete formas de η , foi determinado o valor de α que minimiza a soma dos quadrados das diferenças, comparados aos valores dados pelo ECCS:

$$(\Delta\rho)^2 = \sum_{i=1}^{35} \left(\rho_{i, \text{ECCS}} - \rho_{i, \text{calculado}} \right)^2 \Rightarrow \text{mínimo valor} \quad (2.62)$$

$$\text{para: } \bar{\lambda}_i = 0,2 + 0,1(i-1) \quad \Rightarrow \quad (i = 1 \rightarrow 35)$$

A partir dos valores obtidos para α , foram calculadas também as diferenças máximas:

$$100 \frac{\rho_{i, \text{ECCS}} - \rho_{i, \text{calculado}}}{\rho_{i, \text{ECCS}}} \quad (2.63)$$

A Equação (2.55) foi adotada pelo ECCS e os valores de α são os seguintes:

$$\alpha = \begin{cases} 0,093 \Rightarrow \text{Curva "a}_o\text{"} \\ 0,157 \Rightarrow \text{Curva "a"} \\ 0,262 \Rightarrow \text{Curva "b"} \\ 0,375 \Rightarrow \text{Curva "c"} \\ 0,573 \Rightarrow \text{Curva "d"} \end{cases}$$

Os valores de α foram refinados para a faixa de esbeltez das colunas mais utilizadas na prática, ou seja $0,6 < \bar{\lambda} < 2,1$.

$$\alpha = \begin{cases} 0,093 \Rightarrow \text{Curva "a}_o\text{"} \\ 0,158 \Rightarrow \text{Curva "a"} \\ 0,281 \Rightarrow \text{Curva "b"} \\ 0,384 \Rightarrow \text{Curva "c"} \\ 0,587 \Rightarrow \text{Curva "d"} \end{cases}$$

As diferenças máximas, obtidas pela Equação 2.40, encontram-se nas seguintes faixas: Curva "a_o" ±0,53% ; Curva "a" ±0,48% ; Curva "b" ±2,60% ; Curva "c" ±1,81% ; e Curva "d" ±1,89% .

Em 1979, Rondal e Maquoi reavaliaram o fator de imperfeição generalizada η . Na Figura 2.22 mostra-se que as duas proposições conduzem a curvas muito próximas, exceto na região de pequenos índices de esbeltez reduzida ($\bar{\lambda}$). A proposição 1, Equação (2.55), conduz, realmente, a uma curva onde os valores de ρ são levemente inferiores aos valores dados pela proposição 2, Equação (2.56), na região de $\bar{\lambda}_o = 0,2$ (índice de esbeltez reduzida para o qual os valores de ρ alcança o máximo, $\rho = 1$).

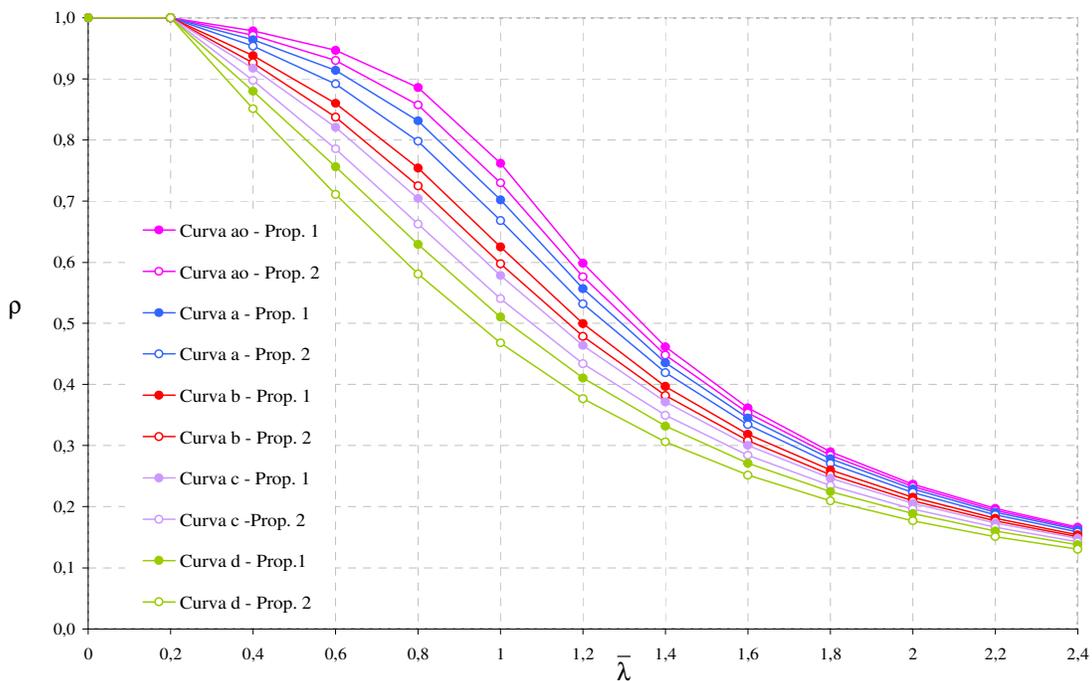


Figura 2.22– Comparação entre as proposições 1 e 2.²⁴

²⁴ Adaptado: Formulations d' Ayrtton - Perry pour flambement de barres métalliques, Rondal, J.; Maquoi, R. 1979.

Segundo Rondal e Maquoi (1979), pela comparação feita na Figura 2.22, que a proposição 1 é mais representativa do comportamento do material do tipo 1 (aço) enquanto a proposição 2 representa melhor o material do tipo 2 (alumínio). Nos dois casos, os coeficientes devem ser determinados para prover uma boa precisão com em relação aos valores numérico publicados pelo ECCS.

Com base na proposição 1, os valores de α são os seguintes:

$$\alpha = \begin{cases} 0,125 \Rightarrow \text{Curva "a}_o\text{"} \\ 0,206 \Rightarrow \text{Curva "a"} \\ 0,339 \Rightarrow \text{Curva "b"} \\ 0,489 \Rightarrow \text{Curva "c"} \\ 0,756 \Rightarrow \text{Curva "d"} \end{cases}$$

O Eurocode 3 adotou as curvas “a_o”, “a”, “b”, “c” e “d” desenvolvidas pela ECCS, utilizando, porém, uma equação um pouco diferente para o fator de imperfeição Q. As equações são as seguintes:

$$\rho = \frac{1}{Q + \left(Q^2 - \bar{\lambda}^2\right)^{\frac{1}{2}}} \leq 1,00 \quad (2.64)$$

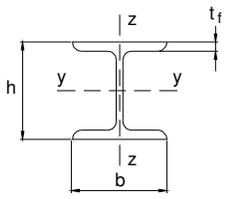
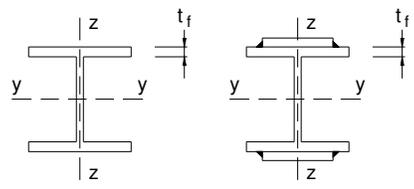
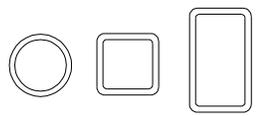
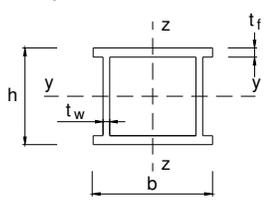
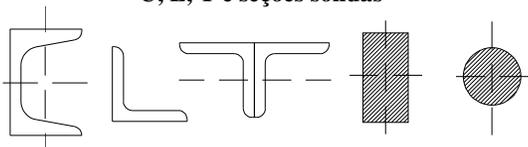
onde,

$$Q = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right] \quad (2.65)$$

$$\alpha = \begin{cases} 0,13 \Rightarrow \text{Curva "a}_o\text{"} \\ 0,21 \Rightarrow \text{Curva "a"} \\ 0,34 \Rightarrow \text{Curva "b"} \\ 0,49 \Rightarrow \text{Curva "c"} \\ 0,76 \Rightarrow \text{Curva "d"} \end{cases}$$

A Tabela 2.3 mostra a classificação das seções nas curvas de flambagem do Eurocode 3/2002.

Tabela 2.3 - Classificação das seções para as curvas de flambagem do Eurocode 3/2002.²⁵

Seção transversal	Limites	Flambagem em relação ao eixo	Curva de flambagem
	$h/b > 1,2$	y - y	a
	$t_f \leq 40\text{mm}$	z - z	b
	$40\text{mm} < t_f \leq 100\text{mm}$	y - y	b
		z - z	c
	$h/b \geq 1,2$	y - y	b
	$t_f \leq 40\text{mm}$	z - z	c
$t_f > 100\text{mm}$	y - y	d	
		z - z	c
Seções I soldadas			
	$t_f \leq 40\text{mm}$	y - y	b
		z - z	c
	$t_f > 40\text{mm}$	y - y	c
		z - z	d
Tubos			
	Laminada a quente	qualquer	a
	Formada a frio (usando f_{yb})	qualquer	b
	Formada a frio (usando f_{ya})	qualquer	c
Seções Caixa soldada			
	Geral (exceto como abaixo)	qualquer	b
	Paredes finas e		
	$h/t_f < 30$	y - y	c
$h/t_w < 30$	z - z	d	
U, L, T e seções sólidas			
		qualquer	c

²⁵ Eurocódigo 3- Proyecto de estructuras de acervo. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación. Bruxelles, CEN. (2002).

2.5.2. Curvas de flambagem da NBR 8800/86

A NBR 8800 adotou para o dimensionamento de perfis solicitados à compressão axial e sujeitos aos fenômenos de flambagem por flexão ou por flexo-torção, incluindo-se a possibilidade da interação destes modos com a flambagem local as curvas de flambagem “a”, “b”, “c” e “d” adotadas pelo ECCS (Rondal e Maquoi, 1978). A formulação adotada para representar as curvas de flambagem, é apresentada pelas seguintes equações:

$$\rho = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}^2}} \tag{2.66}$$

onde:

$$\beta = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left(1 + \eta + \bar{\lambda}^2 \right) \Rightarrow \eta = \alpha \sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04}; \bar{\lambda} = \frac{kL}{r} \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}}$$

$$\alpha = \begin{cases} 0,158 & \Rightarrow \text{Curva "a"} \\ 0,281 & \Rightarrow \text{Curva "b"} \\ 0,384 & \Rightarrow \text{Curva "c"} \\ 0,572 & \Rightarrow \text{Curva "d"} \end{cases}$$

A Tabela 2.4 mostra a classificação das seções nas curvas de flambagem da NBR 8800, e a Figura 2.23 mostra as curvas “a”, “b”, “c” e “d” da NBR 8800/86.

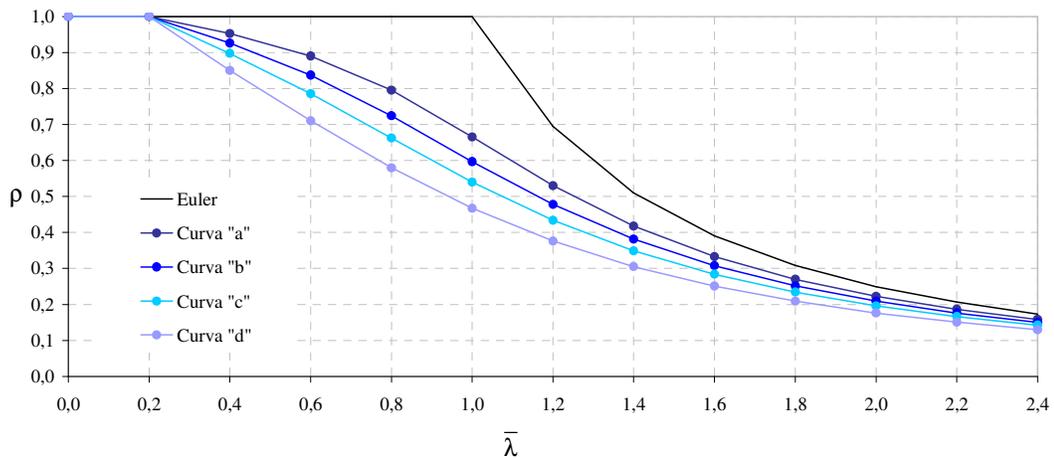
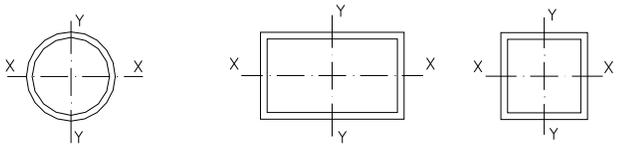
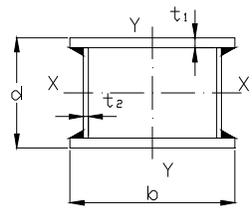
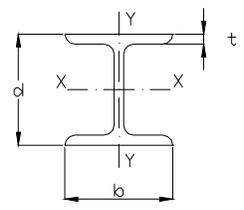
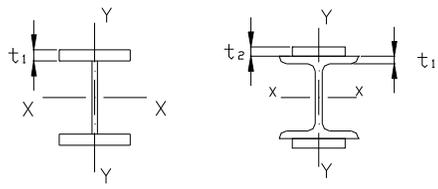
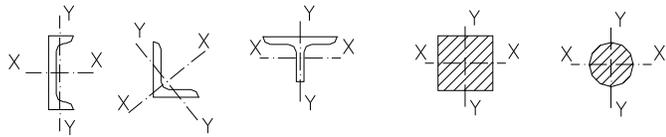


Figura 2.23 – Curvas de flambagem da NBR 8800/86.

Tabela 2.4 - Classificação das seções para as curvas de flambagem da NBR 8800/86.²⁶

Seção transversal	Flambagem em torno do eixo	Curva de flambagem
Perfil tubular		
	x - x y - y	a
Perfil caixão soldado		
	Soldas de grande espessura	b/t < 30 d/t ₂ < 30
	Outros casos	
	x - x y - y	c b
Perfis "I" ou "H" laminados		
	d/b > 1,2	x - x
	t ≤ 40mm	y - y
	d/b ≤ 1,2	x - x
	t ≤ 40mm	y - y
	x - x y - y	a b (a) b (a) c (b) d d
Perfis "I" ou "H" soldados		
	t _i ≤ 40mm	x - x y - y
	t _i > 40mm	x - x y - y
		b c c d
"U", "L", "T" e perfis de seção cheia		
	x - x y - y	c

As curvas de flambagem indicadas entre parênteses podem ser adotadas para aços de alta resistência, com $f_y > 430\text{MPa}$.

²⁶ NBR 8800/86 - Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios.

CAPÍTULO 3

MODELAGEM NUMÉRICA

3.1. Aspectos Gerais

Na determinação da carga crítica elasto-plástica de uma coluna simplesmente comprimida, a idéia da coluna perfeita deve ser abandonada e substituída pela coluna real com suas imperfeições inevitáveis e inerentes ao processo de produção industrial.

O modelo numérico adotado para representar tais colunas deve levar em consideração a presença das imperfeições geométricas (curvatura inicial) e físicas (tensões residuais), de modo que o resultado obtido esteja o mais próximo da realidade.

O presente capítulo apresenta os parâmetros adotados e as hipóteses que foram consideradas nas análises de resistência máxima à compressão.

3.2. Critérios da Análise Numérica

No processo de análise numérica incremental e iterativa realizado para a determinação da carga crítica, utilizando o programa computacional ANSYS versão 10.0, visou-se obter o equilíbrio entre os esforços internos e externos à medida que a carga aplicada recebia pequenos acréscimos (passos de carga).

As seguintes hipóteses foram adotadas na análise:

- as tensões residuais são constantes ao longo do comprimento da coluna e uniforme através da espessura;

- a tensão de escoamento é constante tanto na seção transversal quanto ao longo do comprimento;
- as seções originalmente planas permanecem planas após a deformação em toda a faixa de esbeltez considerada.

Os parâmetros utilizados na análise foram descritos nos itens a seguir.

3.2.1. Imperfeição Geométrica

A falta de retilinidade tem um papel importante na resistência última das colunas comprimidas. Normalmente, ela é expressa como uma curvatura inicial com relação a um dos eixos principais de inércia. A influência da excentricidade da carga axial também se mostra prejudicial, porém em menor grau que a curvatura inicial, exceto quando a curvatura inicial está no sentido oposto à flexão. Consideramos o caso mais desfavorável, onde a curvatura devido à flexão está no sentido da curvatura inicial.

Adotou-se uma curvatura inicial ($v(y)$) conforme recomenda a literatura, na forma de uma semi-onda senoidal com amplitude máxima $v_0 = L/1000$, como mostra a Figura 3.1. Para cada valor de $\bar{\lambda}$ variando de 0,2 em 0,2, a curvatura foi determinada por meio da Equação (3.1).

$$v(y) = v_0 \text{sen}(\pi y/L) \quad (3.1)$$

Onde L é o comprimento total da coluna e v_0 é a curvatura inicial.

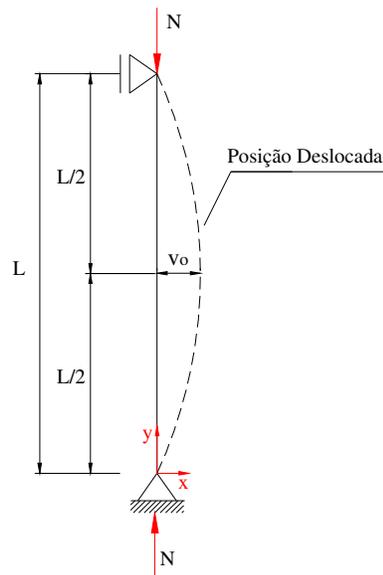


Figura 3.1 - Modelo teórico do elemento comprimido na posição deformada.²⁷

3.2.2. Imperfeição Física

A resistência de colunas carregadas axialmente livres das tensões residuais é dada pela teoria do módulo tangente. Para aplicar essa teoria é necessário apenas ter informações da relação tensão-deformação na compressão para se obter a curva completa da tensão versus o índice de esbeltez reduzido. Porém, quando as tensões residuais estão presentes, a relação tensão-deformação deixará de ser linear devido ao aumento da deformação acarretada pelo escoamento parcial da seção transversal sob a tensão uniformemente aplicada (inferior a tensão de escoamento, f_y) na parte da seção transversal que permanece elástica. Este fato implicará na redução da carga última da coluna. Na Figura 3.2 mostra-se a curva força normal – deslocamento para uma coluna com imperfeição geométrica e com a presença de tensões residuais (linha tracejada) e sem a presença de tensões residuais (linha cheia).

²⁷ Adaptado: Paula (1994).

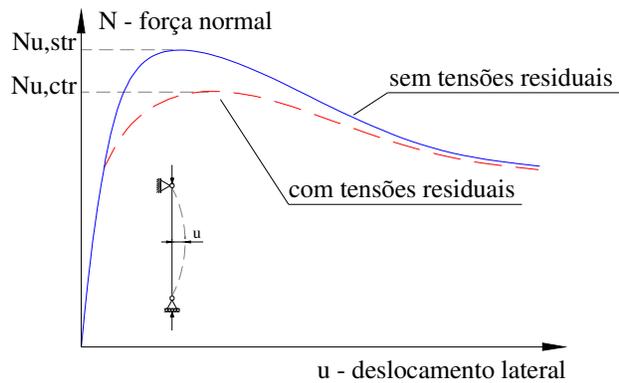


Figura 3.2 – Efeito da tensão residual na força normal última de colunas bi-apoiadas.²⁸

Os modelos teóricos de distribuição de tensões residuais foram desenvolvidos para facilitar a inclusão das tensões residuais nas análises, devido às dificuldades em se obter dados a respeito da distribuição e magnitude das tensões residuais ao longo das seções transversais. Muitos dos métodos teóricos, alguns descritos no Capítulo 2, são baseados em medições experimentais e os resultados obtidos através destes métodos para os vários tipos de perfis, apesar das incertezas inerentes a cada caso, demonstram alguns aspectos em comum:

- A mais importante influência na distribuição e magnitude das tensões residuais, considerando processos de fabricação idênticos, é a forma do perfil;
- No caso de perfis I e H laminados sempre ocorrerá compressão nas extremidades dos flanges, e geralmente tração na conexão da alma com os flanges;
- As tensões formam um sistema em equilíbrio ao longo da seção transversal;
- O grau de simetria da distribuição de tensões residuais é tão importante quanto a forma da distribuição ao longo da seção transversal.

²⁸ Adaptado: “A new distribution for hot-rolled I-shaped sections” J. Szalai e F. Papp, 2005.

3.2.2.1. Padrão de distribuição de tensões residuais

Inicialmente, para a introdução do efeito das tensões residuais na análise não-linear física-geométrica, pensou-se em utilizar o comando ISTRESS disponível no programa ANSYS na fase de solução. Este comando define um conjunto de tensões residuais (tensões iniciais) a serem aplicadas em cada elemento finito que constitui a seção transversal. No entanto, para a sua utilização seria necessário conhecer o estado de tensão em cada elemento ou faixa de elementos. Este estado de tensão pode ser obtido através dos métodos práticos já mencionados, porém devido à impossibilidade de se realizar análises experimentais, optou-se pela utilização de um padrão teórico de distribuição de tensões residuais.

Adotou-se o padrão de distribuição de tensões residuais desenvolvido por J. Szalai e F. Papp (2005) e descrito mais detalhadamente no Capítulo 2.

Este padrão de distribuição tem a forma parabólica e tem as seguintes funções de distribuição:

$$f(y) = c_f + a_f y^2 \quad (3.2)$$

$$w(z) = c_w + a_w z^2 \quad (3.3)$$

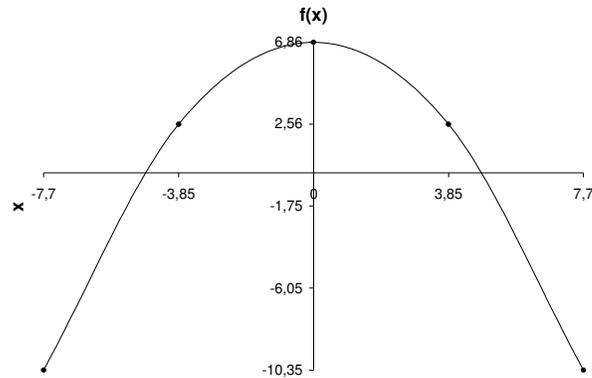
Os parâmetros c_f , a_f , c_w e a_w foram definidos, como apresentado no Capítulo anterior, em função da tensão de escoamento (f_y) e das dimensões dos perfis adotados.

Vale salientar que, o parâmetro α , Equação (2.31), foi adotado para todos os perfis igual a 0,3, ou seja, a tensão na extremidade dos flanges foi tomada como sendo 30% da tensão de escoamento, de acordo com a literatura.

Com a definição dos parâmetros (c_f , a_f , c_w e a_w) foi possível determinar uma distribuição parabólica das tensões residuais para cada um dos perfis adotados nesta análise. Os padrões de distribuição de tensões residuais de cada perfil e as respectivas funções de distribuição são apresentados no Anexo II.

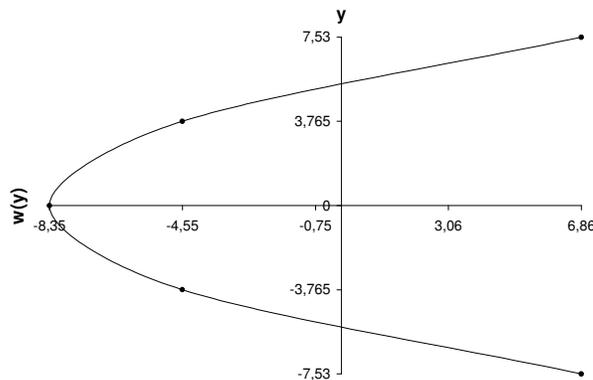
Na Figura 3.3 apresenta-se o padrão de distribuição de tensões residuais obtido para o perfil W150x37,1 e suas funções de distribuição.

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,2902x^2 + 6,8560$$

Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,2682y^2 - 8,3514$$

Figura 3.3 – Padrão de distribuição de tensões residuais perfil W150x37,1.

3.2.2.2. Diagrama tensão-deformação

Utilizou-se a metodologia desenvolvida por Huber e Beedle (1954) para a obtenção do diagrama tensão-deformação teórico.

Segundo Huber e Beedle (1954) é possível determinar teoricamente o pontos (f, ϵ) do diagrama tensão-deformação a partir de uma distribuição de tensões residuais conhecidas (ou adotadas) e da tensão de escoamento, f_y .

Então através das Equações (2.39) a (2.44), apresentadas no Capítulo 2 cuja dedução é apresentada no Anexo II, determinou-se o diagrama teórico de tensão-deformação para cada um dos perfis apresentados na Tabela 3.1.

A Figura 3.4 apresenta o diagrama tensão-deformação obtido para o perfil HP250x85,0 através do padrão de distribuição das tensões residuais (Anexo II).

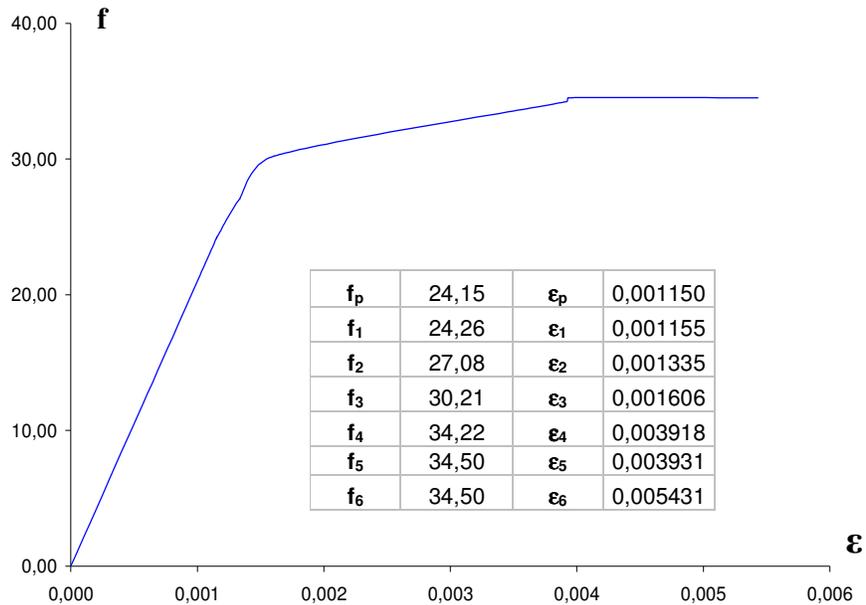


Figura 3.4 – Diagrama tensão-deformação perfil HP250x85,0.

3.3. Construção dos modelos numéricos

Todos os modelos foram construídos diretamente no software ANSYS versão 10.0, seguindo as etapas abaixo:

- escolha do elemento finito utilizado;
- definição das características do material envolvido;
- montagem da geometria do modelo;
- preparação da malha de elementos finitos;
- definição das condições de contorno do modelo;
- aplicação do carregamento.

3.3.1. Elemento finito adotado

O elemento finito utilizado foi o SHELL181 (biblioteca ANSYS) que é um elemento de casca que apresenta quatro nós, e seis graus de liberdade por nó (translações e rotações com relação aos eixos x, y e z) (Figura 3.5).

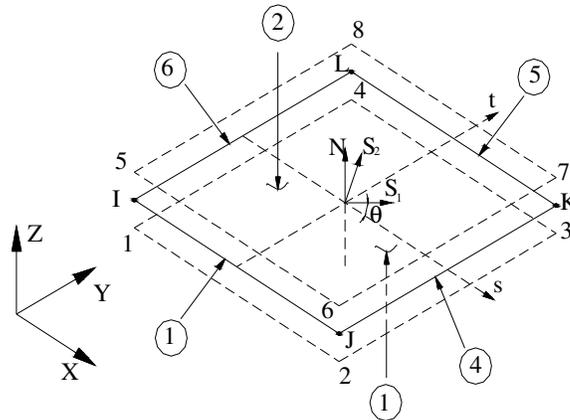


Figura 3.5 – Elemento SHELL181.²⁹

Esse elemento combina automaticamente os efeitos da tração, da compressão, da flexão, do cisalhamento e da torção, e é o mais indicado para análises não-lineares realizadas neste trabalho.

3.3.2. Características do material envolvido

Nas análises foram utilizadas as seguintes características materiais para o aço:

- Tensão de escoamento, $f_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$;
- Tensão limite de ruptura a tração, $f_u = 45,0 \text{ kN/cm}^2$
- Módulo de elasticidade, $E = 21.000 \text{ kN/cm}^2$.

Neste trabalho, como já havia sido mencionado, foi utilizado um diagrama tensão-deformação, determinado em função da geometria do perfil e da tensão de escoamento.

²⁹ Adaptado: biblioteca ANSYS versão 10.0.

3.3.3. Geometria dos modelos numéricos

Para as análises foram adotados os perfis H laminados da GERDAU-AÇOMINAS. A Tabela 3.1 apresenta as dimensões e a Tabela 3.2 as propriedades geométricas dos perfis adotados na análise de resistência última.

Tabela 3.1 - Dimensões dos perfis laminados.

Perfil	d (mm)	b _f (mm)	t _w (mm)	t _f (mm)	h (mm)	h _o (mm)	d' (mm)	A _g (cm ²)
W150x22,5	152	152	5,8	6,6	139	146	119	29,0
W150x37,1	162	154	8,1	11,6	139	151	119	47,8
W200x46,1	203	203	7,2	11,0	181	192	161	58,6
HP200x53,0	204	207	11,3	11,3	181	192	161	68,1
W250x80,0	256	255	9,4	15,6	225	241	201	101,9
HP250x85,0	254	260	14,4	14,4	225	239	201	108,5
W250x89,0	260	256	10,7	17,3	225	242	201	113,9
W310x107,0	311	306	10,9	17,0	277	294	245	136,4
W310x117,0	314	307	11,9	18,7	277	296	245	149,9
W360x122,0	363	257	13,0	21,7	320	342	288	155,3

Tabela 3.2 - Características geométricas dos perfis laminados.

Perfil	Eixo x-x				Eixo y-y			
	I _x (cm ⁴)	W _x (cm ³)	r _x (cm)	Z _x (cm ³)	I _y (cm ⁴)	W _y (cm ³)	r _y (cm)	Z _y (cm ³)
W150x22,5	1229,0	161,7	6,51	179,6	387,0	50,9	3,65	77,9
W150x37,1	2244,0	277,0	6,85	313,5	707,0	91,8	3,84	140,4
W200x46,1	4543,0	447,6	8,81	495,3	1535,0	151,2	5,12	229,5
HP200x53,0	4977,0	488,0	8,55	551,3	1673,0	161,7	4,96	248,6
W250x80,0	12550,0	980,5	11,10	1088,7	4313,0	338,3	6,51	513,1
HP250x85,0	12280,0	966,9	10,64	1093,2	4225,0	325,0	6,24	499,6
W250x89,0	14237,0	1095,1	11,18	1224,4	4841,0	378,2	6,52	574,3
W310x107,0	24839,0	1597,3	13,49	1768,2	8123,0	530,9	7,72	806,1
W310x117,0	27563,0	1755,6	13,56	1952,6	9024,0	587,9	7,76	893,1
W360x122,0	36599,0	2016,5	15,35	2269,8	6147,0	478,4	6,29	732,4

Para a construção dos modelos numéricos foi necessário determinar do comprimento de cada modelo para cada índice de esbeltez reduzido ($\bar{\lambda}$) de 0,2 em 0,2, na a faixa de $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$, considerando a flambagem com relação aos eixos de maior inércia e menor inércia.

Estes comprimentos foram determinados através das Equações (3.4) e (3.5) e são apresentados no Anexo III:

$$\bar{\lambda}_x = \lambda_x \sqrt{\frac{Qf_y}{\pi^2 E}} \tag{3.4}$$

$$\bar{\lambda}_y = \lambda_y \sqrt{\frac{Qf_y}{\pi^2 E}} \tag{3.5}$$

nas quais:

$$\lambda_x = \frac{k_x L_x}{r_x} \text{ e } \lambda_y = \frac{k_y L_y}{r_y}$$

A partir destes comprimentos, para facilitar a construção, cada coluna foi dividida em quatro semi-alturas e com o auxílio da Equação (3.1) foi determinado o valor da curvatura ($v(y)$) para cada uma das semi-alturas (y) como exemplifica a Figura 3.6.

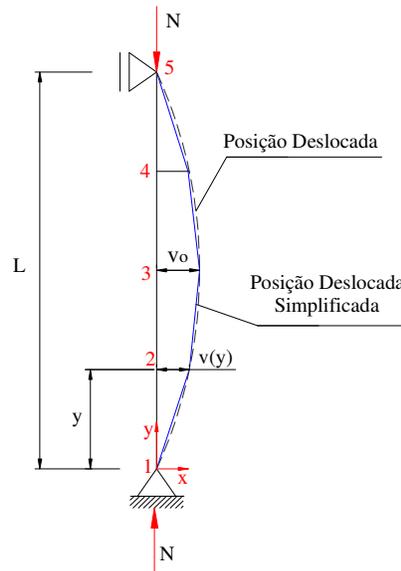


Figura 3.6 - Modelo teórico do elemento comprimido na posição deslocada e posição deslocada simplificada.

Para introduzir a curvatura inicial, as coordenadas dos pontos, para as posições 2, 3 e 4, foram acrescidas do valor do deslocamento $v(y)$. A Figura 3.7 apresenta o esboço dos modelos numéricos construídos com curvatura inicial (a) para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia e (b) para a maior inércia.

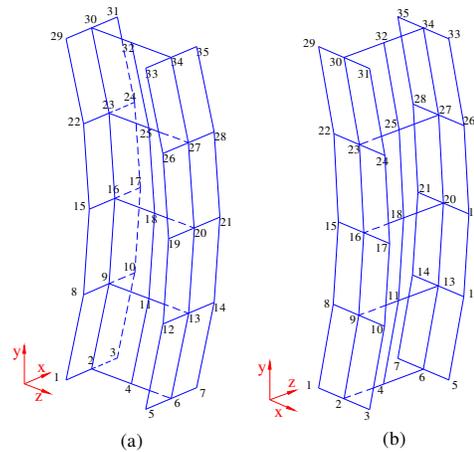


Figura 3.7 – Esboço dos modelos numéricos

Na Figuras 3.8 (a) apresentam-se os pontos para a construção do modelo, na Figura 3.8 (b) (c) mostra-se a geração das áreas que constituem a seção e a Figura 3.8 (c) mostra-se as áreas já “coladas”, isto é, as áreas passam a partir deste momento a compartilhar os pontos e as linhas que as constitui, apesar de continuarem a serem entidades individuais.

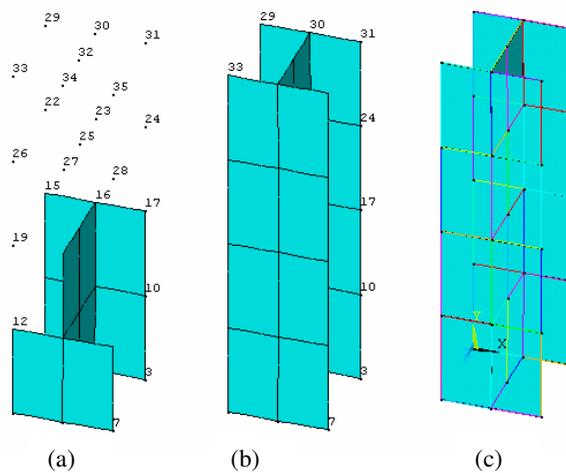


Figura 3.8 – Construção do modelo - Menor inércia

Nas Tabelas 3.3 e 3.4 apresentam-se os pontos utilizados para a construção dos modelos para o perfil W150x37,1 ($\bar{\lambda} = 1,0$), para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia ($L_y = 282,0\text{cm}$) e para a maior inércia ($L_x = 504,0\text{cm}$), respectivamente.

Tabela 3.3 - Coordenadas para a construção dos modelos (menor inércia).

Seções	y (cm)	v_o	Mesa início v(y)	Mesa meio	Mesa final	Meio alma	Alma final
1	0,0	0,282	0,000	7,600	15,200	7,280	14,560
2	70,5	0,282	0,199	7,799	15,399	7,280	14,560
3	141,0	0,282	0,282	7,882	15,482	7,280	14,560
4	211,5	0,282	0,199	7,799	15,399	7,280	14,560
5	282,0	0,282	0,000	7,600	15,200	7,280	14,560

Tabela 3.4 - Coordenadas para a construção dos (maior inércia).

Seções	y (cm)	v_o	Mesa início	Mesa meio	Mesa final	Alma início v(y)	Meio alma	Alma final
1	0,0	0,504	0,000	7,600	15,200	0,000	7,280	14,560
2	126,0	0,504	0,000	7,600	15,200	0,356	7,636	14,916
3	252,0	0,504	0,000	7,600	15,200	0,504	7,784	15,064
4	378,0	0,504	0,000	7,600	15,200	0,356	7,636	14,916
5	504,0	0,504	0,000	7,600	15,200	0,000	7,280	14,560

Os modelos foram construídos admitindo-se como referência os eixos dos flanges e da alma dos perfis, formando elementos de casca. A seção transversal foi delimitada por sete pontos que introduziram a largura (b_f) e a altura (h) para cada semi-altura (y). As espessuras da alma e dos flanges foram atribuídas como reais constantes, que para o caso do elemento finito SHELL181, representa a espessura da camada de elementos de casca que constituem a seção transversal, a Figura 3.9.

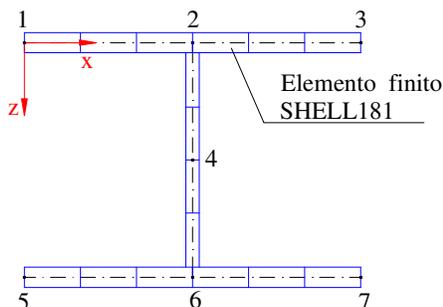


Figura 3.9 – Seção transversal composta por uma única camada de elementos de casca (SHELL181).

3.3.4. Malha de elementos finitos

Neste trabalho, a malha de elementos finitos utilizada foi a mais uniforme possível com a razão entre a largura e a altura de cada elemento aproximadamente igual a 1,0, exceto para as colunas curtas, neste caso a razão entre a largura e a altura variou entre 1/2 e 1/3, dentro dos limites de nós do programa e das dimensões máximas do elemento finito SHELL181. Os elementos que constituem os flanges tinham aproximadamente as mesmas dimensões dos elementos da alma.

3.3.5. Restrição dos nós

A partir dos nós gerados na malha de elemento finitos aplicou-se as restrições aos deslocamentos em cada extremidade do modelo.

Nos modelos, para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia, foram introduzidas restrições com relação à translação nas direções dos eixos de menor inércia ($z - z$) e de maior inércia ($x - x$), deixando livre o deslocamento em y , nas extremidades inferior e superior do modelo, além de restringir a rotação em torno do eixo y (vínculo de garfo). Introduziu-se também, um nó central no modelo para restringir o deslocamento vertical, na direção do eixo y .

Além das restrições acima os modelos, para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia, tiveram o deslocamento com relação ao eixo de menor inércia ($z - z$) restringido em toda a alma e na ligação da alma com os flanges.

A Figura 3.10 mostra as restrições ao deslocamento impostas aos modelos para a flambagem em relação ao eixo de menor inércia, (a), e para a maior inércia, (b).

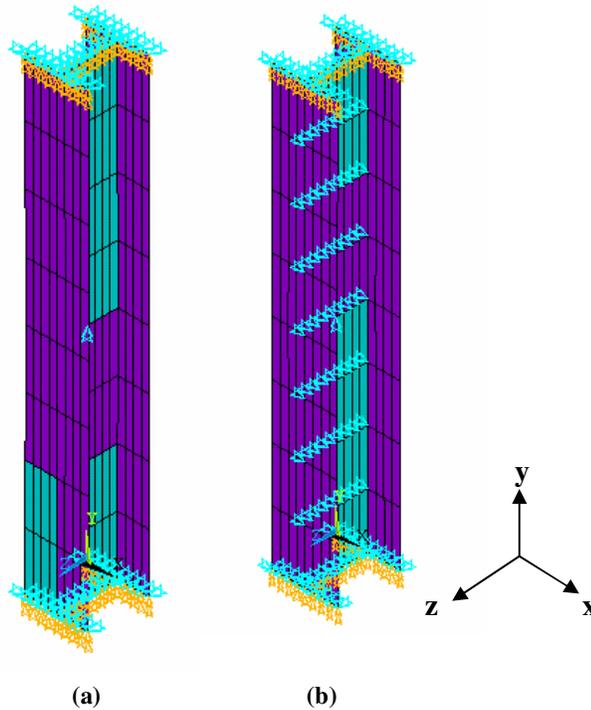


Figura 3.10 – Restrições ao deslocamento.

3.3.6. Aplicação de carga

O carregamento introduzido nos nós, em cada extremidade do modelo, corresponde à carga crítica de flambagem (carga crítica de Euler) acrescida de 20% e obtida através da Equação (3.6).

$$N_E = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2} \quad (3.6)$$

Adotou-se um coeficiente de flambagem ($k = 1,0$) para a determinação do comprimento efetivo de flambagem utilizado foi igual a $k = 1,0$ (coluna com extremidades rotuladas).

A carga aplicada em cada nó é dada pela Equação (3.7):

$$N_{apl} = \frac{1,2N_E}{n^\circ \text{ nós da seção transversal}} \quad (3.7)$$

A Figura 3.11 mostra o carregamento aplicado.

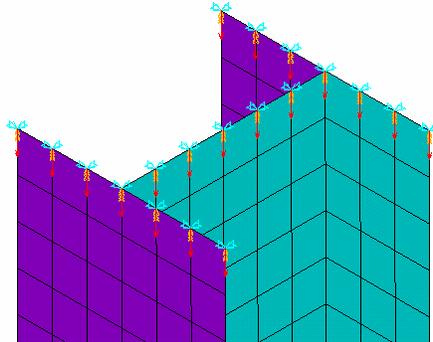


Figura 3.11 – Modelo com as extremidades carregadas.

3.4. Parâmetros de solução

Todas as análises não-lineares foram feitas para grandes deslocamentos.

O ponto de término da análise foi adotado como sendo o primeiro ponto limite, exceto no caso das colunas curtas em que foi utilizado o limite de deslocamento na direção da flambagem (UX - menor inércia e UZ - maior inércia).

O “solver” utilizado foi escolhido pelo programa Ansys (“default”), baseado nas características do problema. O método de Newton-Raphson foi também utilizado (“default”) juntamente com o método do comprimento de arco (os raios máximo e mínimo foram adotados igual a 1,0 e 0,001, respectivamente), para facilitar o processo de convergência.

Todas as “pressões” referentes aos passos de carga e subpassos de carga serão registradas em um arquivo de saída juntamente com os deslocamentos na direção do eixo y.

A resistência (força) referente a cada deslocamento foi obtida através da Equação (3.8):

$$N_{\text{num}} = p \times N_{\text{apl}} \times n^{\circ} \text{ de nós} \quad (3.8)$$

onde:

$p \Rightarrow$ é a “pressão” referente ao passo ou subpasso de carga;

$N_{apl} \Rightarrow$ é a carga aplicada por nó;

3.5. Análise não-linear geométrica

Essa análise foi realizada para avaliar o modelo numérico adotado e também o efeito isolado da curvatura inicial na resistência à compressão do perfil W150x37,1. Adotou-se uma curvatura inicial igual a uma semi-onda de seno com amplitude igual a $L/1000$ e um diagrama tensão-deformação elasto-plástico perfeito (Figura 3.12).

A tensão de escoamento, assim como o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson ($\nu = 0,3$), foram introduzidos na equação constitutiva “Bilinear Isotropic Hardening Plastic” (BISO) que define o comportamento elasto-plástico perfeito do material.

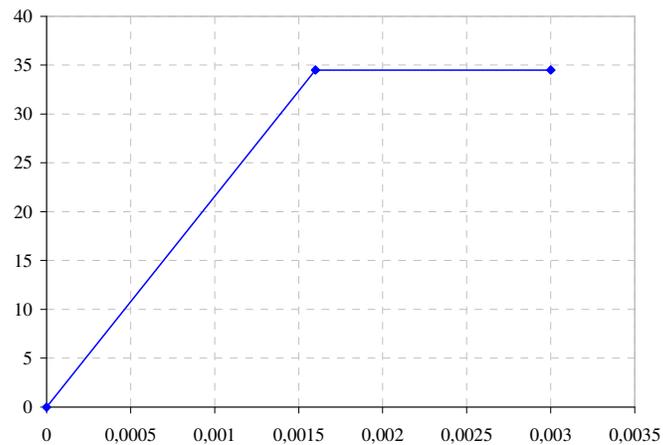


Figura 3.12 – Diagrama elasto-plástico perfeito.

Para essa análise foram gerados dez (10) modelos para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia de acordo com os passos de construção apresentados anteriormente.

Os resultados obtidos serão comparados (Capítulo 4 – item 4.2.1) com os resultados obtidos por Djalaly (1977), para a verificação do modelo numérico adotado.

3.6. Análise não-linear física

A análise não-linear física foi realizada com o objetivo de verificar o padrão de distribuição de tensões residuais e avaliar o efeito isolado das tensões residuais na resistência à compressão. O diagrama de distribuição de tensões residuais utilizado foi calculado com base nas dimensões do perfil W150x37,1 e na tensão de escoamento, f_y , e uma curvatura inicial, fisicamente nula, igual a $L/100.000$, para iniciar a flambagem.

Os pontos (f , ϵ) do diagrama tensão-deformação foram introduzidos na função “Multilinear Isotropic Hardening Plastic” (MISO) do software ANSYS, que define o comportamento elasto-plástico do material de acordo com os parâmetros determinados pelo usuário.

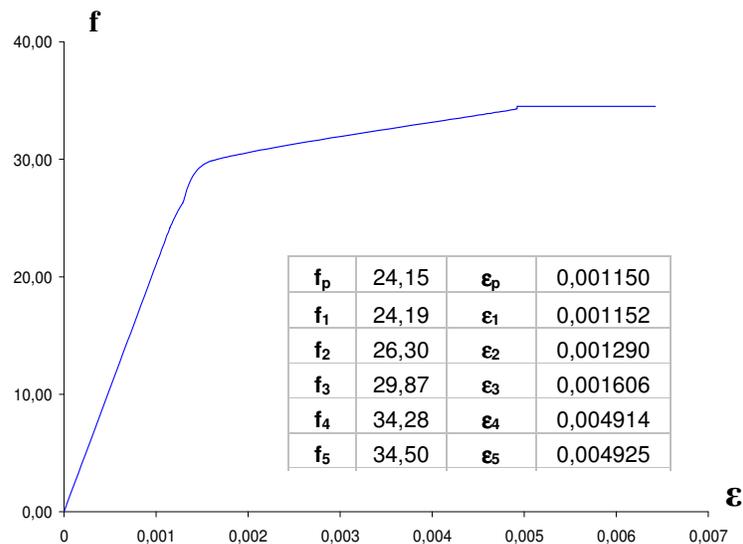


Figura 3.13 – Diagrama tensão-deformação do perfil W150x37,1.

Os resultados obtidos serão comparados (Capítulo 4 – item 4.2.2) com os resultados de Djalaly (1977) para o perfil HEA 220 e o padrão de distribuição de tensões residuais parabólico com γ igual a 30% da tensão de escoamento.

3.7. Análise não-linear física-geométrica

Inicialmente foram gerados, para a análise não-linear física-geométrica, dez (10) modelos para flambagem com relação ao eixo de menor inércia. O objetivo desta análise é avaliar a eficiência do modelo numérico com o padrão de distribuição teórico de tensões residuais adotado e determinar a resistência máxima à compressão na presença da curvatura inicial e das tensões residuais. O diagrama tensão-deformação adotado é o mesmo da análise não-linear física para o perfil W150x37,1 e a curvatura inicial é igual $L/1000$.

Em uma segunda fase, serão analisados os modelos gerados para os perfis da Tabela 3.1 para a flambagem com relação aos eixos principais de inércia.

O objetivo desta análise é obter a força normal crítica para cada perfil, para a flambagem com relação aos eixos principais de inércia, para uma posterior investigação das recomendações da NBR 8800 (1986) e do Eurocode 3 (2002).

Para esta análise os modelos foram construídos de acordo com as etapas descritas no item 3.3 deste capítulo. Para os perfis da Tabela 3.1, foram gerados dez (10) modelos para a flambagem com relação ao eixos de menor inércia e mais dez, para o de maior inércia, num total de duzentos e quarenta (240) modelos.

O padrão de distribuição de tensões residuais foi obtido para os perfis da Tabela 3.1 utilizando o estudo feito por Szalai e Papp (2005). Os padrões foram utilizados para obter as tensões e deformações, que foram introduzidas no diagrama tensão-deformação (função MISO), do diagrama tensão-deformação, cuja formulação faz parte do estudo feito por Huber e Beedle (1954) a respeito da influência das tensões residuais na resistência última. A curvatura inicial adotada foi igual a $L/1000$.

Os resultados serão também comparados (Capítulo 4 – item 4.2.3) com os obtidos por Djalaly (1977) para o mesmo padrão de distribuição de tensões adotado na análise não-linear física e uma curvatura iniicial igual a $L/1000$.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA

4.1. Aspectos Gerais

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos nas análises não-lineares baseadas nos procedimentos e hipóteses descritos no capítulo anterior.

Na primeira parte deste estudo são apresentados os resultados referentes às análises não-linear geométrica, não-linear física e não-linear física-geométrica, para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia, para o perfil W150x37,1, cujas dimensões e propriedades geométricas já foram apresentadas no Capítulo 3 (Tabela 3.1 e Tabela 3.2, respectivamente).

O objetivo desta análise foi verificar se o modelo numérico adotado é adequado ao estudo em questão. Para tal, foram gerados trinta (30) modelos, dez para cada uma das análises e os resultados obtidos foram comparados com os resultados apresentados por Djalaly (1977) para o perfil HEA 220.

Na segunda parte, são apresentados os resultados da análise não-linear física-geométrica para a flambagem com relação aos eixos principais de inércia. As análises foram realizadas para os perfis laminados cujas dimensões da seção transversal e propriedades geométricas foram apresentadas nas Tabelas 3.1 e 3.2.

Para cada um dos perfis adotados foram gerados dez (10) modelos para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia e mais dez para o de maior inércia.

O objetivo deste estudo é investigar se as recomendações da norma NBR 8800/86 e do Eurocode 3 (2002) para o cálculo da resistência máxima de colunas comprimidas axialmente são justificadas e apropriadas aos perfis H laminados produzidos no Brasil pela GERDAU-AÇOMINAS.

A NBR 8800/86 adota para perfis com $t_f \leq 40$ mm, $d/b_f \leq 1,2$ e $f_y < 430$ MPa, para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia, a curva “c”, já para a maior inércia, a curva recomendada é a curva “b”,

O Eurocode 3 adota para perfis com espessura $t \leq 40$ mm e $d/b_f \leq 1,2$, para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia a curva “c” e para a maior inércia a curva “b”.

4.2. Apresentação dos resultados

Neste item, inicialmente, apresentaremos e discutiremos os resultados obtidos para as análises não-linear geométrica, física e física-geométrica realizadas para a validação do modelo numérico.

Em seguida apresentaremos os resultados da análise não-linear física-geométrica para os modelos gerados para cada um dos perfis adotados.

4.2.1. Resultados da análise não-linear geométrica

A análise não-linear geométrica foi realizada para avaliar o modelo numérico adotado e o efeito isolado da curvatura inicial na resistência à compressão.

Com base na Figura 4.1 pode-se notar que a curva gerada para o perfil W150x37,1 encontra-se muito próxima da curva obtida por Djalaly (1977) para o perfil HEA 220, exceto para valores de $\bar{\lambda} \geq 1,0$, onde a curva para o perfil W150x37,1 encontra-se abaixo da curva para o perfil HEA220.

Este fato demonstra que o modelo numérico está bem ajustado, uma vez que a curvatura inicial e o diagrama elasto-plástico perfeito adotados são os mesmos para as duas análises.

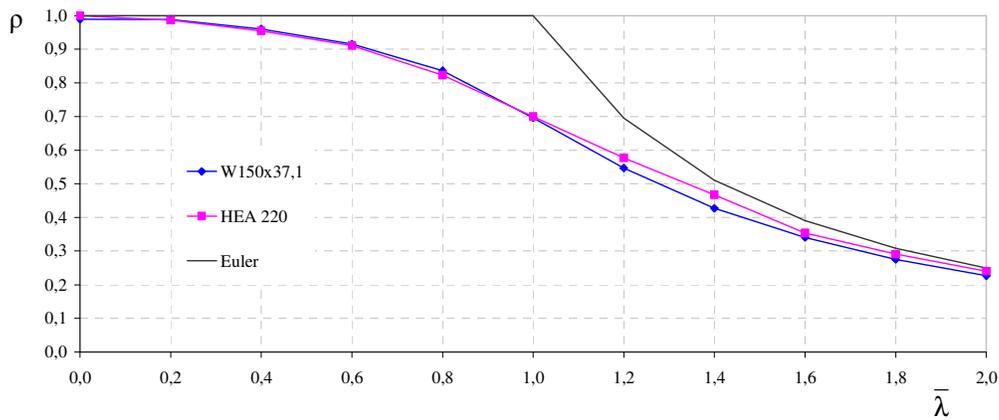


Figura 4.1 – Resultado da análise não-linear geométrica.

4.2.2. Resultados da análise não-linear física

A análise não-linear física foi realizada com o objetivo de verificar o padrão de distribuição de tensões residuais e o efeito das tensões residuais na resistência última.

Pode-se notar que as curvas apresentam uma boa correlação para valores de $\bar{\lambda} \leq 1,0$, porém para valores $\bar{\lambda} > 1,0$ apresentam diferenças devido ao padrão de distribuição de tensões residuais, baseados nas dimensões dos perfis e na tensão de escoamento, que são diferentes.

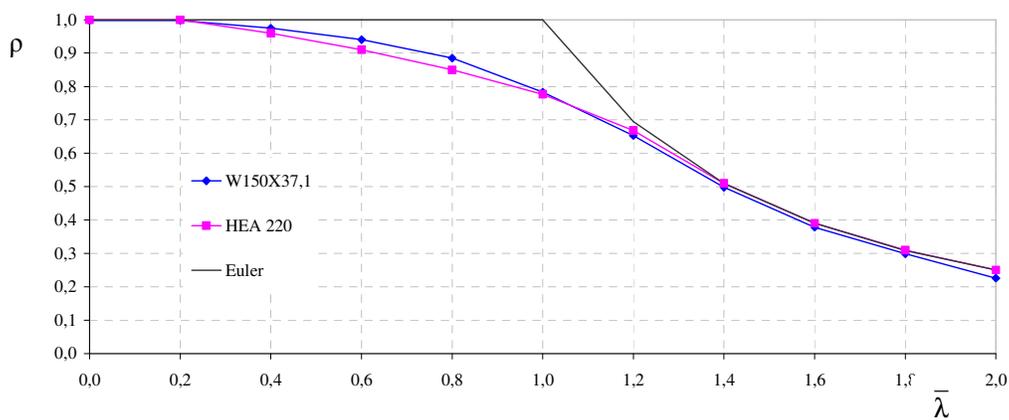


Figura 4.2 – Resultados da análise não-linear física.

As diferenças entre as dimensões da seção transversal dos perfis W150x37,1 e HEA 220 só influenciam nos resultados obtidos da força normal crítica devido ao fato dos padrões adotados de distribuição de tensões residuais serem baseados nessas dimensões. Pois, segundo Balio e Mazzolani (1983), as dimensões das seções I e H não influenciam significativamente na resistência última.

Além disto, apesar dos padrões de distribuição de tensões residuais serem parabólicos, no perfil HEA 220 a maior tensão residual encontra-se no meio da alma, f_{rw} . Já no perfil W150x37,1 a maior tensão residual aparece nas extremidades dos flanges, f_{rc} , ou seja, à medida que vão sendo dados os passos de carga, o perfil HEA 220 começa a escoar primeiro na alma e o perfil W150x37,1, nas extremidades dos flanges.

4.2.3. Resultados da análise não-linear física-geométrica

Pode-se notar que a curva gerada para o perfil W150x37,1 aproxima-se da curva gerada para o perfil HEA 220 para baixos valores de $\bar{\lambda}$, entretanto, para médios e altos valores de $\bar{\lambda}$ a curva gerada para o perfil W150x37,1 apresenta-se ligeiramente acima da curva gerada para o perfil HEA 220. A diferença entre elas encontra-se abaixo de 10% em grande parte dos resultados.

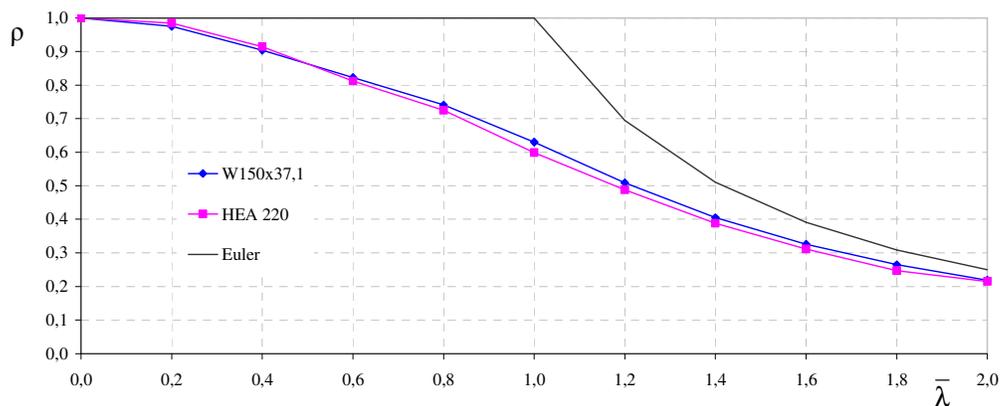


Figura 4.3 – Resultados da análise não-linear física-geométrica.

Na Figura 4.4, apresentam-se as curvas obtidas por meio das análises não-linear geométrica, física e física-geométrica, pode-se notar que a resistência última para as análises não-linear física e não-linear geométrica é superior à resistência para a análise não-linear física-geométrica. Comparando os deslocamentos apresentados na Figura 4.5 percebe-se que a soma dos deslocamentos para a análise não-linear física e da análise não-linear geométrica não correspondem aos deslocamentos da análise não-linear física-geométrica, o que foi demonstrado por Batterman e Johnston (1967) e Bjorhovde (1972). Segundo estes autores, os efeitos da tensão residual e da curvatura inicial não podem ser sobrepostos para se obter uma boa aproximação do efeito combinado na resistência máxima.

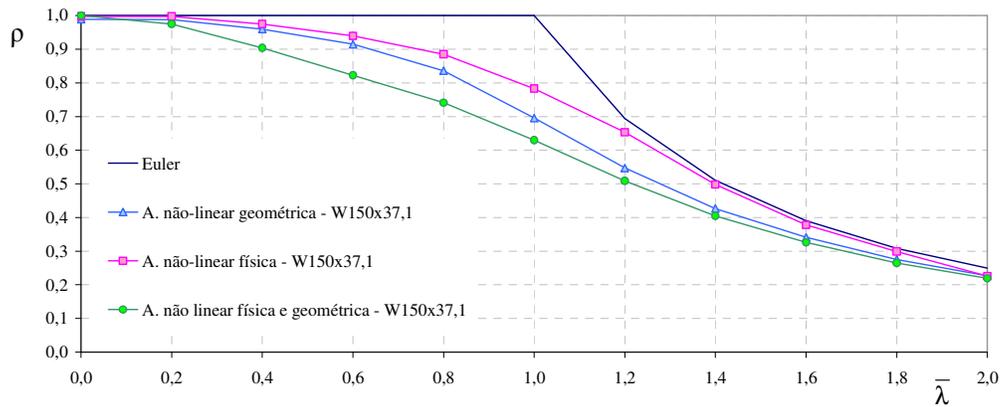


Figura 4.4 – Resultados das análises não-linear geométrica, física e física-geométrica.

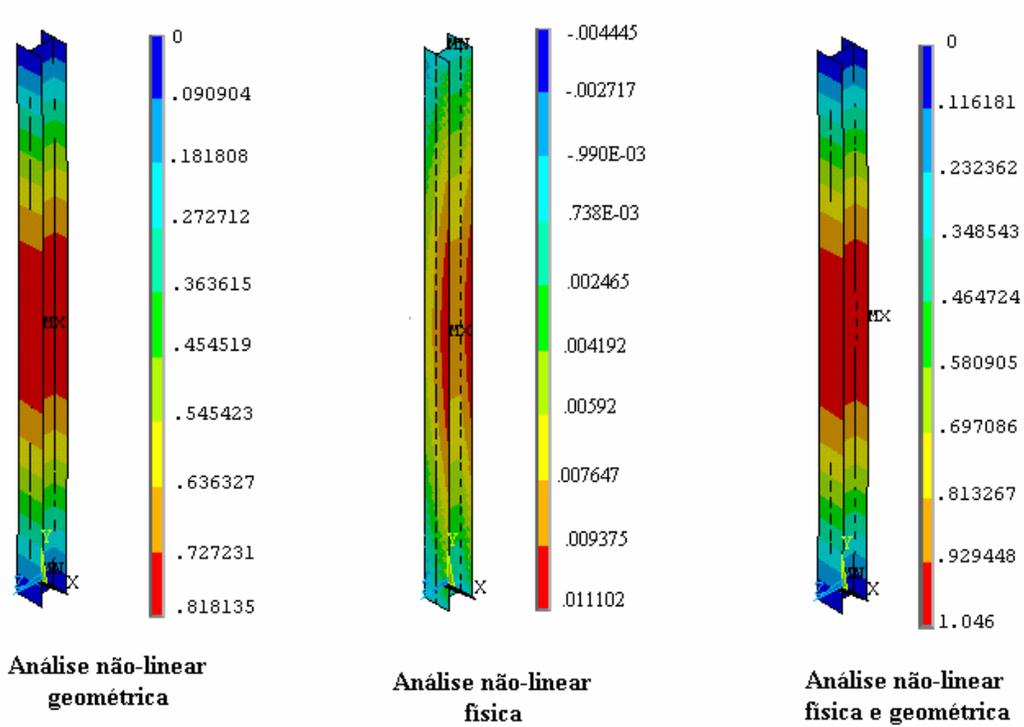


Figura 4.5– Deslocamentos devido a flambagem com relação ao eixo de menor inércia, (deslocamentos em cm).

A Tabela 4.1 apresenta a comparação entre as forças críticas para as três análises. Nota-se que a diferença entre os resultados das análises feitas para o perfil W150x37,1 e os resultados obtidos por Djalaly (1977) para o perfil HEA 220 encontra-se abaixo de 10% para a maioria dos modelos analisados.

Os resultados obtidos demonstram que o modelo adotado nestas análises pode ser utilizado para a análise não-linear física-geométrica a ser desenvolvida para os perfis apresentados na Tabela 3.1 (Capítulo 3).

Tabela 4.1 – Comparação entre as forças críticas das análises não-linear geométrica, não-linear física e não-linear física-geométrica, para os perfis W150x37,1 e HEA 220.

$\bar{\lambda}$	Análise não-linear geométrica			Análise não-linear física			Análise não-linear física-geométrica		
	W150x37,1	HEA 220	Erro%	W150x37,1	HEA 220	Erro%	W150x37,1	HEA 220	Erro%
0,2	1630,96	1543,20	5,38	1645,80	1543,20	6,23	1649,10	1543,20	6,42
0,4	1629,31	1521,60	6,61	1645,80	1543,20	6,23	1607,87	1520,05	5,46
0,6	1583,14	1472,21	7,01	1607,87	1481,47	7,86	1490,79	1412,03	5,28
0,8	1508,93	1405,86	6,83	1550,15	1404,31	9,41	1357,21	1253,08	7,67
1,0	1378,65	1270,05	7,88	1459,45	1311,72	10,12	1221,98	1118,82	8,44
1,2	1147,77	1080,24	5,88	1291,25	1199,07	7,14	1038,93	929,01	10,58
1,4	902,06	890,43	1,29	1076,86	1030,86	4,27	839,39	768,51	8,44
1,6	704,17	720,67	-2,34	821,25	787,03	4,17	667,89	609,56	8,73
1,8	562,34	546,29	2,85	623,36	601,85	3,45	537,61	490,74	8,72
2,0	453,50	449,07	0,98	493,08	478,39	2,98	437,01	391,97	10,31

Em um segundo momento foi realizado um estudo da resistência máxima à compressão dos perfis apresentados na Tabela 3.1, com base nos procedimentos e hipóteses apresentados no Capítulo 3.

Foram geradas 20 curvas de flambagem com relação aos eixos principais de inércia. A partir dos resultados obtidos da força crítica numérica (N_{num}) foram determinados os valores da força normal reduzida (ρ) para tal foi utilizada a Equação.(4.1):

$$\rho = \frac{N_{num}}{N_y} \quad (4.1)$$

onde:

$$N_y = A_g f_y .$$

As Tabelas 4.2 e 4.3 apresentam os valores de ρ para a faixa de $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$, para a flambagem com relação aos eixos de menor inércia e maior inércia, respectivamente.

A Tabela 4.4 mostra as médias dos valores de ρ para flambagem com relação aos eixos principais de inércia, a média aritmética, o desvio padrão e os percentis.

Tabela 4.2 – Valores de ρ para a faixa de esbeltez de $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$, para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia.

$\bar{\lambda}$	W150X22,5	W150X37,1	W200X46,1	HP200X53,0	W250x80,0	HP250X85,0	W250X89,0	W310X107,0	W310X117,0	W360x122,0
0,2	0,933	0,975	0,945	0,955	0,958	0,970	0,958	0,945	0,956	0,945
0,4	0,836	0,904	0,829	0,875	0,875	0,920	0,910	0,910	0,912	0,913
0,6	0,760	0,823	0,776	0,795	0,820	0,819	0,848	0,799	0,820	0,833
0,8	0,697	0,741	0,702	0,721	0,695	0,733	0,721	0,720	0,722	0,746
1,0	0,605	0,630	0,611	0,620	0,606	0,626	0,616	0,614	0,615	0,637
1,2	0,496	0,509	0,500	0,508	0,500	0,510	0,501	0,513	0,501	0,517
1,4	0,400	0,405	0,403	0,405	0,401	0,405	0,400	0,400	0,401	0,428
1,6	0,323	0,326	0,323	0,326	0,324	0,322	0,321	0,321	0,323	0,328
1,8	0,264	0,265	0,263	0,264	0,264	0,263	0,262	0,262	0,263	0,266
2,0	0,217	0,219	0,219	0,219	0,219	0,218	0,218	0,218	0,219	0,220
2,2	0,183	0,184	0,184	0,180	0,184	0,187	0,184	0,184	0,184	0,185
2,4	0,152	0,158	0,152	0,153	0,157	0,157	0,157	0,157	0,153	0,158

Tabela 4.3– Valores de ρ para a faixa de esbeltez de $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$, para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia.

$\bar{\lambda}$	W150X22,5	W150X37,1	W200X46,1	HP200X53,0	W250x80,0	HP250X85,0	W250X89,0	W310X107,0	W310X117,0	W360x122,0
0,2	0,960	0,995	0,975	0,981	0,996	0,997	0,999	0,984	0,996	0,996
0,4	0,870	0,940	0,853	0,960	0,960	0,955	0,940	0,960	0,945	0,947
0,6	0,790	0,865	0,810	0,820	0,865	0,834	0,865	0,825	0,835	0,872
0,8	0,708	0,758	0,723	0,740	0,708	0,750	0,734	0,736	0,735	0,769
1,0	0,640	0,660	0,645	0,658	0,634	0,656	0,635	0,633	0,640	0,672
1,2	0,524	0,544	0,532	0,547	0,534	0,539	0,525	0,530	0,531	0,552
1,4	0,423	0,438	0,429	0,436	0,431	0,432	0,427	0,430	0,431	0,438
1,6	0,339	0,350	0,345	0,348	0,346	0,346	0,344	0,345	0,347	0,349
1,8	0,276	0,285	0,281	0,282	0,282	0,280	0,279	0,279	0,281	0,284
2,0	0,228	0,235	0,230	0,231	0,232	0,231	0,230	0,230	0,232	0,234
2,2	0,191	0,197	0,193	0,193	0,195	0,193	0,193	0,193	0,194	0,194
2,4	0,161	0,167	0,164	0,164	0,166	0,165	0,163	0,164	0,165	0,164

Tabela 4.4 – Propriedades estatísticas da curva média aritmética.

$\bar{\lambda}$	Média Menor inércia	Média Maior inércia	Média Aritmética	Percentis					Coeficiente de Variação
				0,0	2,5	50,0	97,5	100,0	
0,2	0,954	0,988	0,971	0,933	0,939	0,973	0,998	0,999	0,022
0,4	0,888	0,933	0,911	0,829	0,832	0,913	0,960	0,960	0,046
0,6	0,809	0,838	0,824	0,760	0,768	0,822	0,869	0,872	0,037
0,8	0,720	0,736	0,728	0,695	0,696	0,728	0,764	0,769	0,028
1,0	0,618	0,647	0,633	0,605	0,605	0,634	0,666	0,672	0,030
1,2	0,506	0,536	0,521	0,496	0,498	0,521	0,550	0,552	0,034
1,4	0,405	0,432	0,418	0,400	0,400	0,425	0,438	0,438	0,036
1,6	0,324	0,346	0,335	0,321	0,321	0,334	0,350	0,350	0,035
1,8	0,264	0,281	0,272	0,262	0,262	0,271	0,285	0,285	0,033
2,0	0,219	0,231	0,225	0,217	0,217	0,224	0,235	0,235	0,030
2,2	0,184	0,194	0,189	0,180	0,181	0,189	0,196	0,197	0,028
2,4	0,155	0,164	0,160	0,152	0,152	0,160	0,167	0,167	0,031

Na Figura 4.6 mostram-se as curvas de média aritmética para a flambagem com relação aos eixos de maior e menor inércia, respectivamente, e as envoltórias inferior e superior. A envoltória superior é constituída dos maiores valores de ρ e a envoltória inferior dos menores valores de ρ .

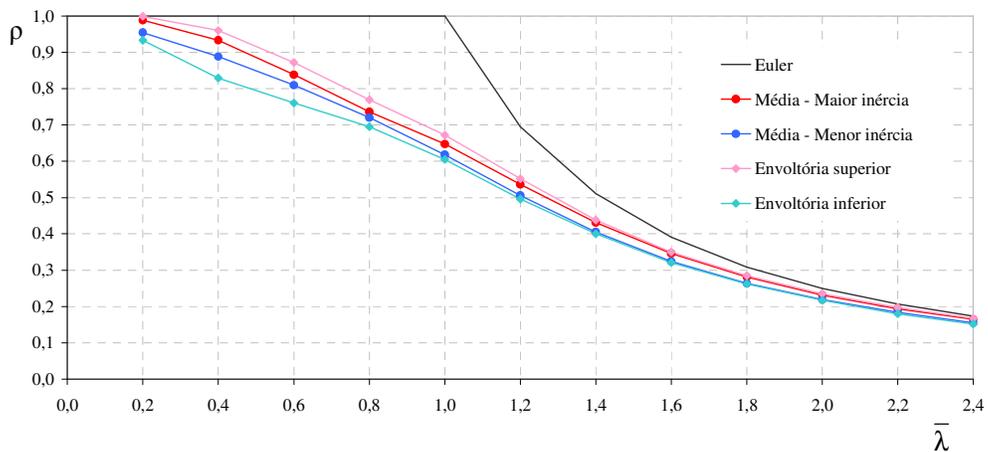


Figura 4.6 – Curvas da média aritmética para a flambagem com relação aos eixos principais de inércia e envoltórias inferior e superior.

Nota-se que as maiores diferenças de resistência ocorrem na faixa de baixos e médios valores de esbeltez, devido à maior influência das tensões residuais nessa faixa de esbeltez.

Durante as análises pode-se constatar que no caso das colunas curtas o colapso ocorre devido ao fenômeno de flambagem por torção e não por flexão, como é o caso das colunas médias e longas. Para as colunas curtas o efeito do empenamento da seção transversal deve ser levado em consideração. Esse efeito é conhecido como efeito Wagner (1929), que foi o primeiro a estudar o fenômeno da torção em seções em que o centro de gravidade coincide com o centro de cisalhamento.

Na Figuras 4.7 apresenta-se a deformada da coluna curta ($\bar{\lambda}=0,2$) do perfil W150x22,5. A seção média da coluna começa a deslocar no primeiro passo de carga (primeiro subpasso).

Entretanto, à medida que mais passos de carga vão sendo dados, a coluna ao invés de fletir, começa a torcer, conforme se mostra nas Figuras 4.8 a 4.10.

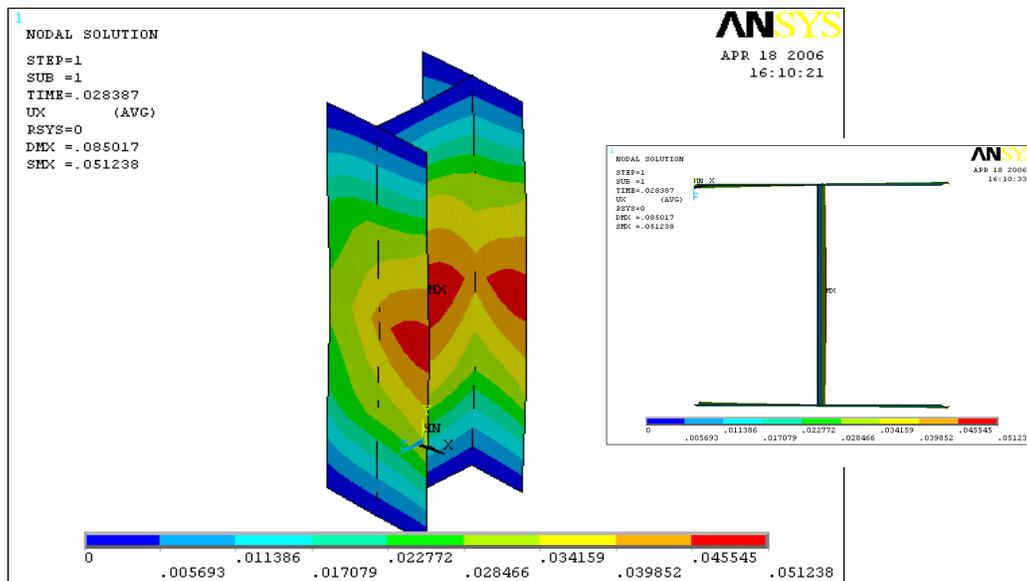


Figura 4.7 –Deformada do perfil W150x22,5, 1º subpasso de carga (escala 1:10).

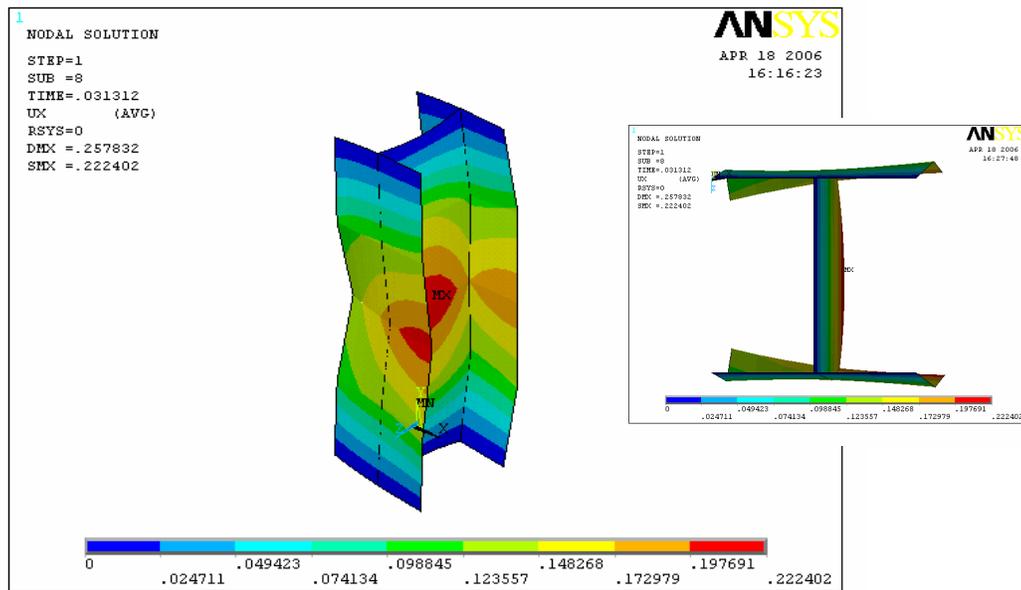


Figura 4.8 -Deformada do perfil W150x22,5, 8° subpasso de carga (escala 1:10).

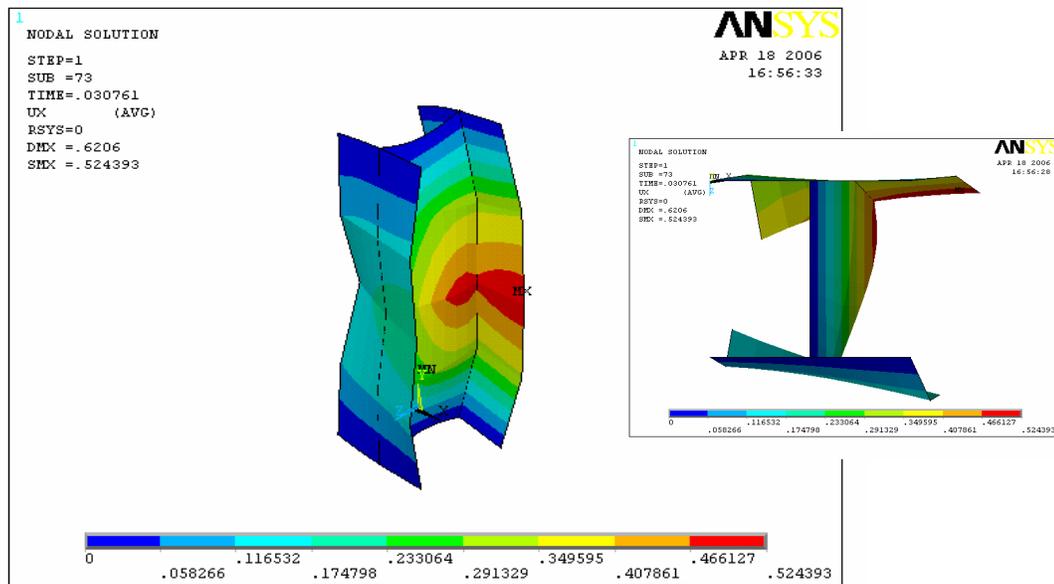


Figura 4.9 –Deformada do perfil W150x22,5, 73° subpasso de carga (escala 1:10).

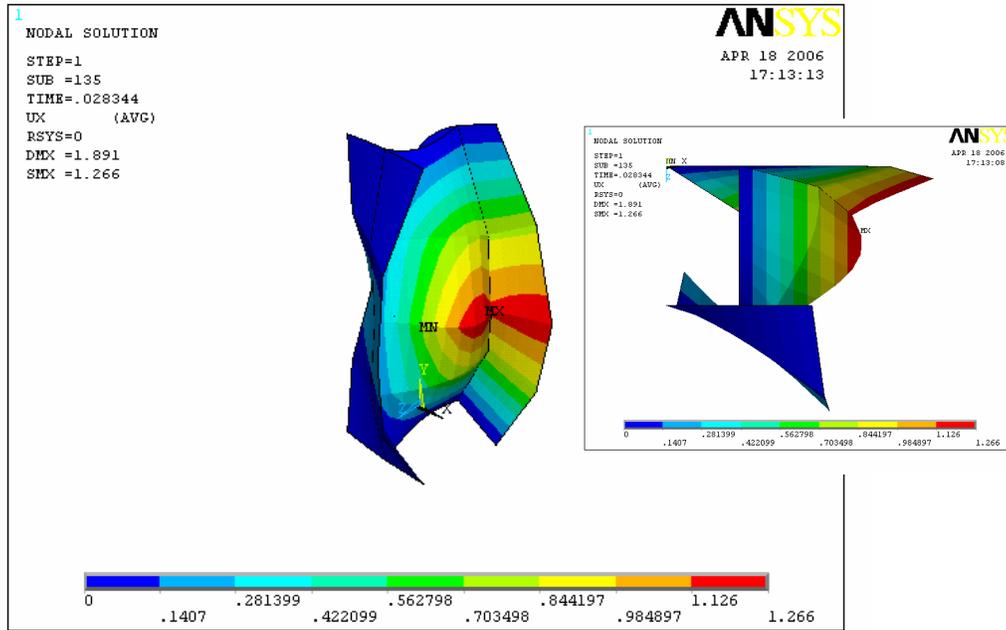


Figura 4.10 –Deformada do perfil W150x22,5, 135° passo de carga (escala 1:10).

Na Tabela 4.5 apresentam-se os valores da tensão crítica de flambagem (segundo os eixos x, y, e z), obtidas através das Equações (4.2), (4.3) e (4.4), para os perfis apresentados na Tabela 3.1. As equações são as seguintes:

$$f_{ex} = \frac{\pi^2 E}{(k_x L / r_x)^2} \quad (4.2)$$

$$f_{ey} = \frac{\pi^2 E}{(k_y L / r_y)^2} \quad (4.3)$$

$$f_{ez} = \frac{1}{A_g r_o^2} \left(GI_t + \frac{\pi^2 EC_w}{(k_z L)^2} \right) \quad (4.4)$$

A Equação (4.4) também pode ser escrita na seguinte forma:

$$f_{ez} = \frac{\pi^2 E}{(L / r_e)^2} \quad (4.5)$$

onde r_e é o raio de giração equivalente que é expresso pela seguinte equação:

$$r_e = \sqrt{0,039 \frac{I_t L^2}{A_g r_o^2} + \frac{C_w}{A_g r_o^2}}$$

Tabela 4.5 – Tensões críticas de flambagem ($\bar{\lambda} = 0,2$) e os raios de giração.

Perfil	r_x (cm)	L (cm)	f_{ex} (kN/cm ²)	r_y (cm)	f_{ey} (kN/cm ²)	r_o^2 (cm) ²	f_{ez} (kN/cm ²)	r_e (cm)
W150X22,5	6,51	57,0	2703,53	3,65	849,88	55,70	830,06	0,93
W150X37,1	6,85	60,0	2701,45	3,84	848,94	61,67	836,33	1,23
W200X46,1	8,81	80,0	2513,57	5,12	848,94	103,83	781,54	1,34
HP200X53,0	8,55	78,0	2490,36	4,96	838,09	97,70	832,78	1,43
W250x80,0	11,10	102,0	2454,51	6,51	844,27	165,59	771,33	1,80
HP250X85,0	10,64	98,0	2443,15	6,24	840,30	152,15	831,63	1,81
W250X89,0	11,18	102,0	2490,02	6,52	846,86	167,50	787,39	1,91
W310X107,0	13,49	120,0	2619,27	7,72	857,81	241,58	796,37	2,04
W310X117,0	13,56	122,0	2560,46	7,76	838,54	244,09	783,91	2,16
W360x122,0	15,35	98,0	5084,91	6,26	845,70	274,81	944,32	1,87

Nota-se, na Tabela 4.5, que o menor valor da tensão crítica de flambagem é a tensão de flambagem por torção (f_{ez}) isto justificaria o fato das colunas curtas analisadas torcerem.

Bleich (1952) analisou os perfis I com dupla simetria e demonstrou que, somente para colunas curtas, o raio de giração equivalente (r_e) será inferior aos raios de giração para os eixos x e y. O mesmo fato pode ser notado na Tabela 4.5.

A Figura 4.11 mostra a variação do raio de giração equivalente em função de kL , para o perfil W150x22,5.

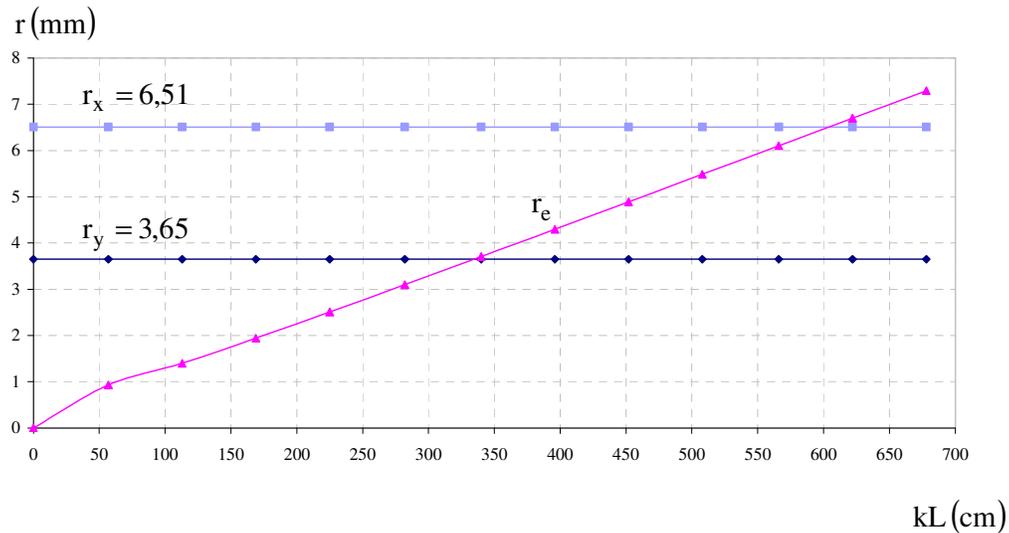


Figura 4.11 – Variação do r_e em função de kL para o perfil W150x22,5.

4.3. Ajuste das curvas de flambagem

A partir dos valores da média da força normal reduzida para os eixos principais de inércia determinou-se um valor para o fator de imperfeição α , através da utilização da formulação de Ayrton-Perry proposta por Rondal e Maquoi (1978), apresentada no Capítulo 2. Esse fator de imperfeição foi determinado de tal forma que a curva de flambagem gerada, a partir desse valor de (α) , seja a mais próxima possível da curva que representa a média dos valores de ρ para a flambagem com relação ao eixos de menor inércia e maior inércia, respectivamente.

Para a determinação do fator de imperfeição α utilizou-se a Equação (4.6), então teremos:

$$\rho = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}^2}} \leq 1,0 \tag{4.6}$$

onde:

$$\beta = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left(1 + \eta + \bar{\lambda}^2 \right)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{kL}{r} \sqrt{\frac{Qf_y}{\pi^2 E}} \Rightarrow \text{índice de esbeltez reduzido;}$$

$Q = Q_a Q_s \Rightarrow$ fator que leva em consideração a flambagem local nas paredes da seção transversal. A Tabela 4.6 mostra o estudo da ocorrência da flambagem local nas seções analisadas.

Tabela 4.6 - Flambagem local

Perfil	$0,55 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 13,57$	$1,47 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 36,27$	Perfil	$0,55 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 13,57$	$1,47 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 36,27$
	$\lambda_f = \frac{b_f}{2t_f}$	$\lambda_f = \frac{d'}{t_w}$		$\lambda_f = \frac{b_f}{2t_f}$	$\lambda_f = \frac{d'}{t_w}$
W150x22,5	11,52	20,48	HP250x85,0	9,03	13,97
W150x37,1	6,64	14,67	W250x89,0	7,40	18,82
W200x46,1	9,23	22,36	W310x107,0	9,00	22,48
HP200x53,0	9,16	14,28	W310x117,0	8,21	20,55
W250x80,0	8,17	21,36	W360x122,0	5,92	22,12

Em todas as análises, o fator que leva em consideração a flambagem local, $Q = 1,0$.

Flambagem com relação ao eixo de menor inércia.

O valor do fator de imperfeição α_{ot} para a faixa de esbeltez entre $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$ será:

- Para a formulação adotada pela NBR 8800/86: $\alpha_{ot} = 0,246$;
- Para a formulação adotada pelo Eurocode 3 (2002): $\alpha_{ot} = 0,308$.

Entretanto, as colunas utilizadas na prática encontram-se numa faixa de esbeltez menor, aproximadamente entre $0,4 \leq \bar{\lambda} \leq 1,4$, teremos os seguintes valores de α_{ef}

- Para a formulação adotada pela NBR 8800/86 : $\alpha_{ef} = 0,260$;
- Para a formulação adotada pelo Eurocode 3 (2002): $\alpha_{ef} = 0,353$.

A Tabela 4.7 apresenta os valores da soma do quadrado da diferença, $(\Delta\rho)^2$, (Equação 2.57) entre as curvas de flambagem das normas Eurocode 3 e NBR 8800 e as curvas para a faixa de esbeltez entre $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$ (α_{ot}) e para a faixa de esbeltez entre $0,4 \leq \bar{\lambda} \leq 1,4$ (α_{ef}). Observa-se a soma do quadrado da diferença apresenta seu menor valor para a faixa de esbeltez entre $0,4 \leq \bar{\lambda} \leq 1,4$.

Tabela 4.7 - Valores da soma do quadrado da diferença.

Curva	$0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4 (\alpha_{ot})$		$0,4 \leq \bar{\lambda} \leq 1,4 (\alpha_{ef})$	
	Eurocode 3	NBR 8800	Eurocode 3	NBR 8800
a	0,012333	0,01175	0,01147	0,01100
b	0,00064	0,00249	0,00060	0,00184
c	0,02171	0,02710	0,01996	0,02531
d	0,09835	0,10731	0,08991	0,10056

Em função desta avaliação, para a formulação adotada pelo Eurocode 3 (2002), será adotado o fator de imperfeição $\alpha = 0,353$ e denomina a curva gerada como Curva proposta 1, ou simplesmente Curva 1, e para a formulação adotada pela NBR 8800/86, adotou-se o fator de imperfeição $\alpha = 0,260$ e denominando de Curva proposta 2, ou Curva 2, a curva gerada para esse fator de imperfeição.

A Figura 4.12 mostra a comparação entre as Curvas 1 e 2 e média dos valores de ρ para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia (média menor inércia).

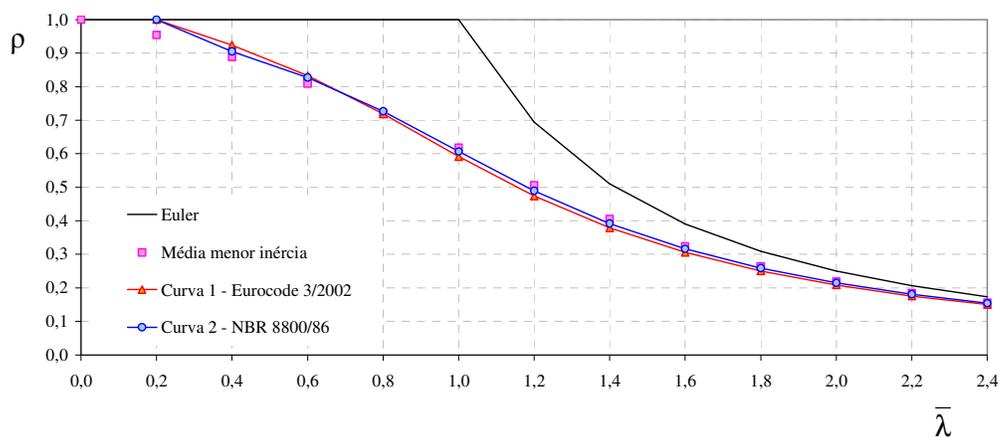


Figura 4.12 - Média menor inércia e as Curvas 1 ($\alpha_{ef} = 0,353$) e 2 ($\alpha_{ef} = 0,260$).

Observa-se uma boa correlação entre a curva da média dos valores de ρ para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia e as Curvas 1 e 2.

Flambagem com relação ao eixo de maior inércia.

O valor do fator de imperfeição α_{ot} para a faixa de esbeltez entre $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$ será:

- Para a formulação adotada pela NBR 8800/86: $\alpha_{ot} = 0,163$;
- Para a formulação adotada pelo Eurocode 3 (2002): $\alpha_{ot} = 0,205$.

E para α_{ef} , para a faixa de esbeltez entre $0,4 \leq \bar{\lambda} \leq 1,4$ será:

- Para a formulação adotada pela NBR 8800/86: $\alpha_{ef} = 0,195$;
- Para a formulação adotada pelo Eurocode 3 (2002): $\alpha_{ef} = 0,261$.

A Tabela 4.8 apresenta os valores da soma do quadrado da diferença, $(\Delta\rho)^2$, entre as curvas de flambagem das normas Eurocode 3 e NBR 8800 e curva da média dos valores de ρ para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia, para a faixa de esbeltez entre $0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$ (α_{ot}) e para a faixa de esbeltez entre $0,4 \leq \bar{\lambda} \leq 1,4$ (α_{ef}).

Tabela 4.8- Valores da soma do quadrado da diferença.

Curva	$0,2 \leq \bar{\lambda} \leq 2,4$ (α_{ot})		$0,4 \leq \bar{\lambda} \leq 1,4$ (α_{ef})	
	Eurocode 3	NBR 8800	Eurocode 3	NBR 8800
a	0,00338	0,00350	0,00316	0,00326
b	0,00613	0,00883	0,00568	0,00743
c	0,04008	0,04579	0,03693	0,04282
d	0,13418	0,14255	0,12293	0,13365

Verifica-se que os menores valores da soma do quadrado da diferença encontram-se na faixa de esbeltez entre $0,4 \leq \bar{\lambda} \leq 1,4$, por isso será adotado o fator de imperfeição $\alpha = 0,261$ e denomina a curva gerada como Curva proposta 3, ou Curva 3, e adota o fator de imperfeição $\alpha = 0,195$ e denomina de Curva proposta 4, ou Curva 4, a curva gerada para esse fator de imperfeição.

A Figura 4.13 mostra a comparação entre as Curvas 3 e 4 e a curva da média dos valores de ρ para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia.

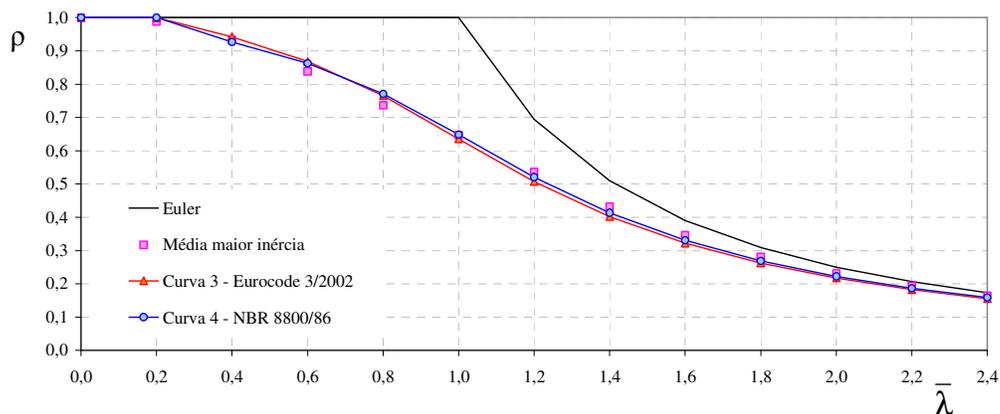


Figura 4.13 - Média maior inércia e Curvas 3 ($\alpha_{ef} = 0,261$) e 4 ($\alpha_{ef} = 0,195$).

Nota-se que a tanto a Curva 3 quanto a Curva 4 apresentam boa correlação com os valores apresentados pela curva da média dos valores de ρ para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia (média maior inércia).

As Curvas 1 e 2 (flambagem com relação ao eixo de menor inércia) como as Curvas 3 e 4 (flambagem com relação ao eixo de maior inércia) apresentam valores de ρ muito próximos, exceto na região de baixa esbelteza, onde as Curvas 2 e 4, baseadas na formulação adotada pela NBR 8800/86, apresentam valores de ρ levemente inferiores as Curvas 1 e 3, baseadas na formulação adotada pelo Eurocode 3 (2002). Esse fato se deve a equação adotada para a imperfeição generalizada η .

A NBR 8800/86 adota $\eta = \alpha \sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04}$, enquanto que o Eurocode 3 (2002) adota $\eta = \alpha(\bar{\lambda} - 0,2)$. Essas equações foram propostas por Rondal e Maquoi (1978). Porém, em 1979, Rondal e Maquoi reavaliaram o fator de imperfeição generalizada η , demonstrando que a equação posteriormente adotada pela NBR 8800/86 é mais representativa para o comportamento do alumínio, enquanto a equação adotada pelo Eurocode 3 (2002) é mais indicada para representar o comportamento do aço.

Portanto, para a análise comparativa utilizou-se apenas os valores do fator de imperfeição, α , obtidos pela formulação adotada pelo Eurocode 3. Ou seja, adotou-se a Curva proposta 1 ($\alpha = 0,261$) para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia e a Curva proposta 3 ($\alpha = 0,353$) para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia.

4.4. Análise comparativa das curvas de flambagem

Neste item faz-se uma comparação entre as Curvas propostas 1 e 3 com as curvas de flambagem das normas NBR 8800/86 e Eurocode 3 (2002).

Flambagem com relação ao eixo de menor inércia.

Na Figura 4.14 apresenta-se uma comparação da Curva proposta 1 e as curvas de flambagem da NBR 8800.

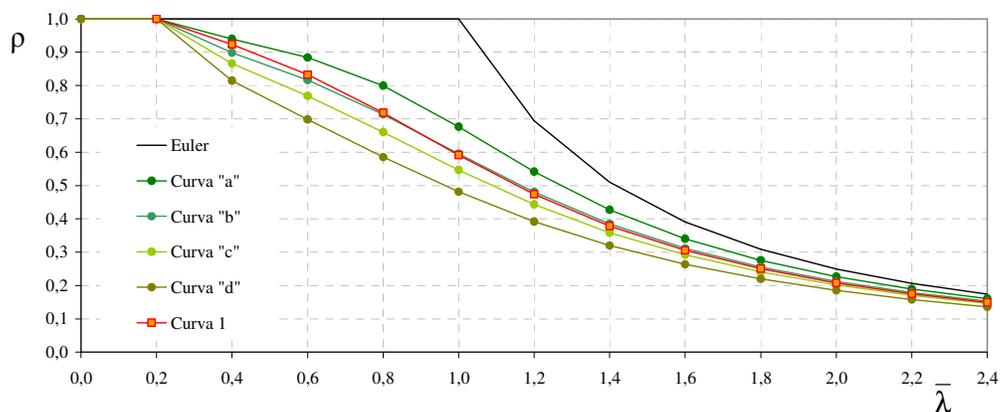


Figura 4.14– Comparação entre as curvas da NBR 8800/86 e a Curva 1 ($\alpha = 0,353$).

Pode-se notar que a Curva 1 ajusta-se a curva de flambagem “b”, exceto na região de baixos valores de $\bar{\lambda}$.

A Figura 4.15 apresenta a comparação dos resultados obtidos por Djalaly (1977) para o perfil HEA 220 e a Curva 1, juntamente com as curvas de flambagem do Eurocode 3.

Nota-se que a Curva 1 e a curva para o perfil HEA 220 (menor inércia) praticamente se coincidem, exceto nos baixos valores de esbelteza em que ocorre uma pequena diferença, devida aos padrões de tensões residuais adotados.

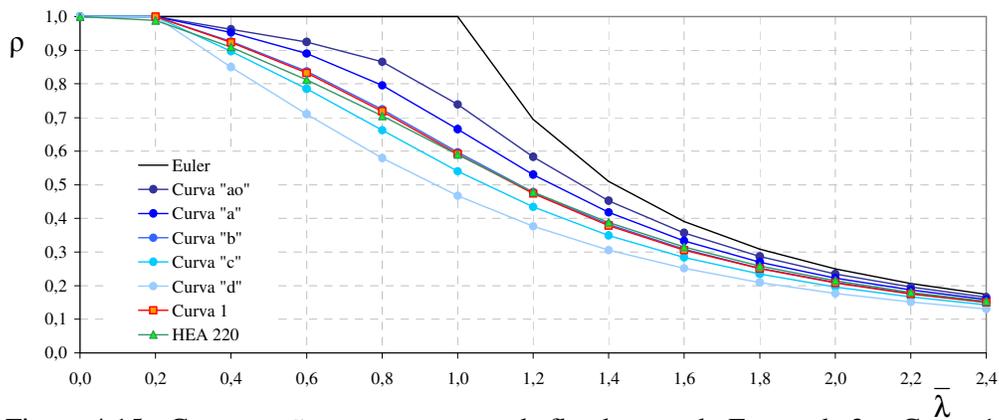


Figura 4.15 - Comparação entre as curvas de flambagem do Eurocode 3, a Curva 1 e a curva para o perfil HEA 220 (menor inércia).

Flambagem com relação ao eixo de maior inércia.

A Figura 4.16 apresenta a comparação entre as curvas de flambagem da NBR 8800 e a Curva 3, nota-se que a Curva 3 aproxima-se da curva “a” para baixos valores de $\bar{\lambda}$ e para altos valores de $\bar{\lambda}$, a Curva 3 tangencia a curva “b”.

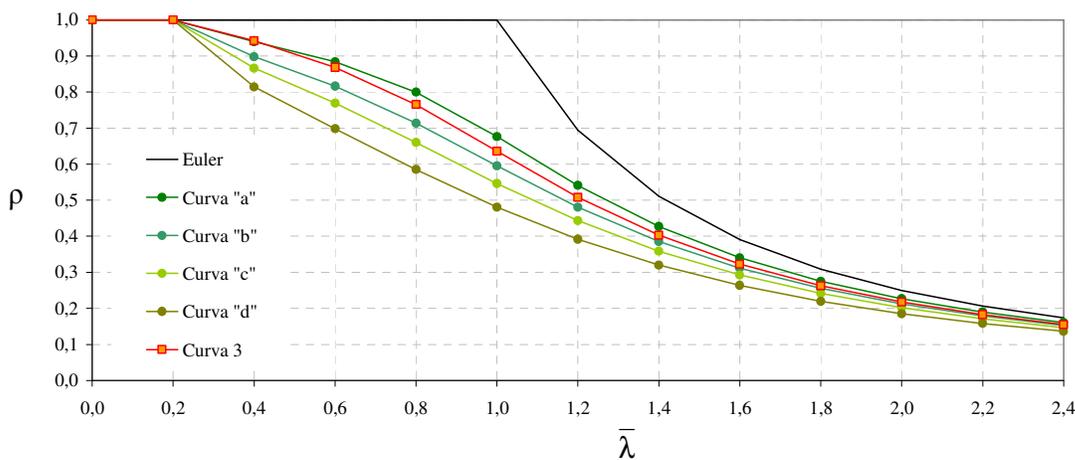


Figura 4.16 – Comparação entre as curvas de flambagem da NBR 8800 e a Curva 3.

A Figura 4.17 apresenta a comparação entre as curvas de flambagem do Eurocode 3, a Curva 3 e a curva para o perfil HEA 220 (maior inércia).

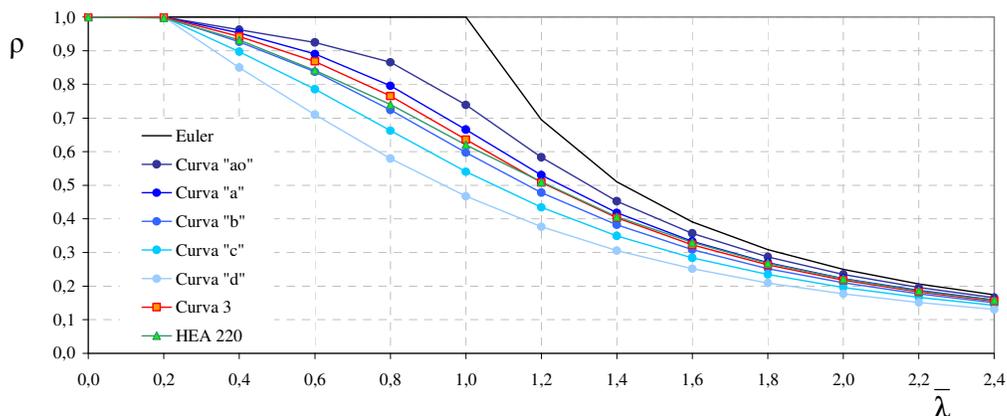


Figura 4.17– Comparação entre as curvas de flambagem do Eurocode 3, Curva 3 e a curva para o perfil HEA 220 (maior inércia).

Pode-se notar que a Curva 3 apresenta valores de ρ próximos a média dos valores de ρ das curvas “a” e “b” e a curva obtida por Djalaly (1977) para o perfil HEA 220 aproxima-se da curva “a” para $\bar{\lambda} > 1,0$ e da curva “b” para $\bar{\lambda} < 1,0$, como mostra a Figura 4.17. Ao comparar as duas curvas nota-se que apresentam valores de ρ muito próximos para $\bar{\lambda} < 1,0$, o mesmo não acontece para $\bar{\lambda} > 1,0$, devido às diferenças nos padrões de tensões residuais adotados.

Em se estudo, Djalaly (1977) não apresenta uma conclusão definitiva a respeito de qual curva de flambagem deve ser adotada para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia, para a curvatura igual a $L/1000$, porém, para uma curvatura igual a $L/4000$ e um padrão parabólico de distribuição de tensões residuais a curva indicada é a “c”.

As Figuras 4.18 e 4.19 apresentam os diagramas força normal x deslocamento para os modelos, com $\bar{\lambda} = 1,0$, pertencentes aos perfis adotados, admitindo a flambagem com relação aos eixos principais de inércia. Para os demais modelos, os valores numéricos da força normal crítica de compressão encontram-se nas tabelas do Anexo III.

Apresentam-se também nas tabelas do Anexo III os comprimentos efetivos de flambagem e seus correspondentes índices de esbeltez

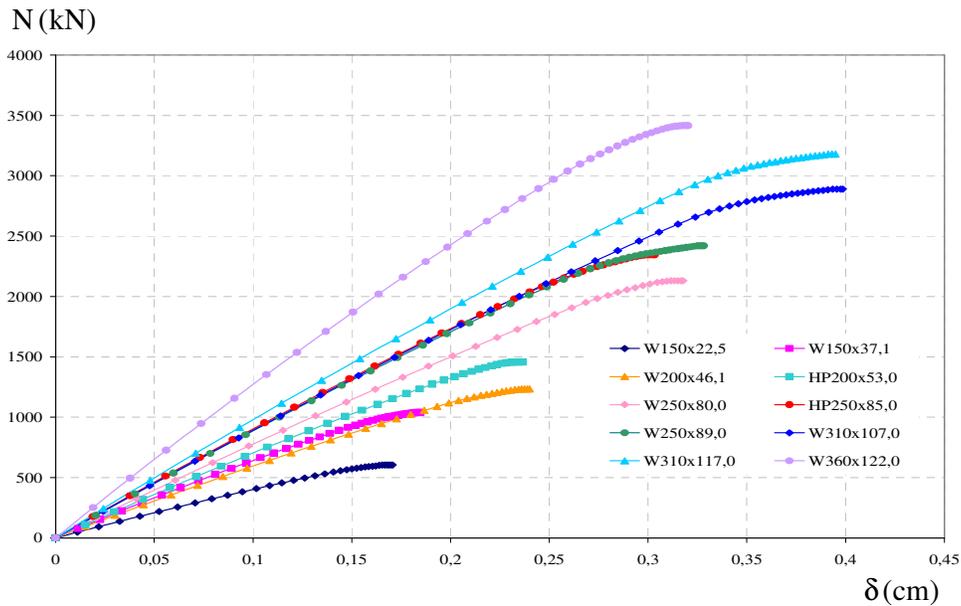


Figura 4.18 – Diagrama força normal versus deslocamento, para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia para $\bar{\lambda} = 1,0$.

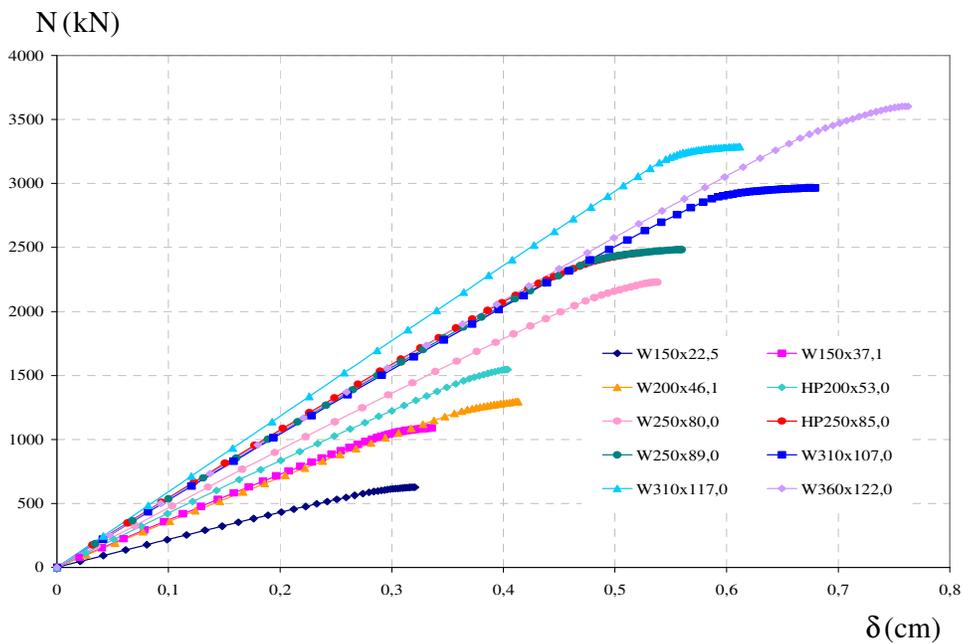


Figura 4.19 – Diagrama força normal versus deslocamento, para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia para $\bar{\lambda} = 1,0$.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo apresenta as considerações finais sobre o trabalho realizado. Primeiro, as considerações gerais nas quais apresentam-se as conclusões a respeito da influência das imperfeições físicas e geométricas na resistência última e as hipóteses adotadas que se mostraram em desacordo com a realidade. Depois, passou-se às considerações com relação ao modelo numérico e em seguida, as considerações com relação à análise comparativa e finalmente apresentamos as sugestões para futuras análises.

5.1 Considerações gerais

As análises demonstraram que o efeito das imperfeições físicas (tensões residuais) e geométricas (curvatura inicial) tem sua maior influência na região de média esbeltez, fato demonstrado pelas diferenças apresentadas pelas envoltórias inferior e superior (Figura 4.9) e também nas análises não-linear física e geométrica. À medida que a esbeltez aumenta, menor é a influência das imperfeições na resistência última.

As análises demonstraram também que no caso das colunas curtas o fenômeno de flambagem por torção deve ser analisado, levando-se em conta o efeito do empenamento da seção transversal.

5.2 Considerações com relação ao modelo numérico

Os resultados das análises não-linear física e física-geométrica demonstram que o padrão de tensões residuais adotado, no qual o diagrama de tensão-deformação utilizado foi baseado, é eficaz e pode ser utilizado nas análises não-linear física-geométrica.

Quanto ao modelo adotado podem ser feitas as seguintes considerações:

- As restrições aos deslocamentos impostos aos modelos, tanto para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia quanto ao eixo de maior inércia, apresentam comportamento muito próximo ao comportamento das restrições reais (vínculo de garfo);
- A carga aplicada uniformemente nos nós que constituem a seção transversal extrema (nós da malha de elementos finitos) se mostrou eficaz, impedindo que o modelo sofresse os efeitos da excentricidade de carga e também da flambagem local.

5.3 Considerações com relação à análise comparativa

Para colunas de seção I laminada com:

- $d/b_f < 1,2$;
- $t_f \leq 40$ mm ;
- $f_y < 43,0$ kN/cm²

As seções apresentadas na Tabela 3.1 encaixam-se nestas condições, então para estas seções a NBR 8800/86 e o Eurocode 3 (2002) adotam a curva de flambagem “c” para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia e a curva de flambagem “b” para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia.

Os resultados apresentados na análise comparativa demonstraram que a curva a ser adotada para o cálculo da resistência máxima de colunas comprimidas é a curva “b”, indiferente do eixo com relação ao qual ocorre a flambagem.

Pode-se, inicialmente, afirmar que as recomendações da NBR 8800/86 e do Eurocode 3 (2002) são conservadoras para a flambagem com relação ao eixo de menor inércia, e justificadas para a flambagem com relação ao eixo de maior inércia. Entretanto, vale lembrar que este estudo é apenas um primeiro trabalho que deverá ser levado adiante através de análises experimentais e novas análises numéricas para a confirmação ou não dos resultados aqui apresentados.

5.4 Sugestões para futuras análises

Os resultados obtidos derivam de um padrão teórico de distribuição de tensões residuais. Seria interessante, para efeito de comparação e confirmação dos resultados da análise não-linear física-geométrica, que sejam realizados ensaios (furação instrumentada ou seccionamento) para a obtenção do estado de tensão em vários pontos da seção transversal para a utilização do comando ISTRESS (ANSYS versão 10.0). Seria importante ressaltar a necessidade de ensaios de compressão simples para comparação dos resultados de resistência última.

Sugere-se, que seja feito um levantamento das imperfeições geométricas reais dos perfis laminados, para comparar com as recomendações da norma e limitações impostas pelo fabricante com relação à curvatura inicial, falta de paralelismo dos flanges e curvatura inicial da alma, etc.

Por último, sugere-se que seja realizado um estudo que leve em consideração as restrições de extremidade, provocadas pelas ligações entre colunas e vigas, aproximando mais o modelo teórico da realidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ARAÚJO, E.C., (1993). *Elementos de aço flexo-comprimidos*. 1. ed . São Carlos.
2. ALPSTEN, G.A.; TALL, L. (1970). Residual stresses in heavy welded shapes. *Welding Journal*, v.49, n.3, Research Suppl., p. 93s-105s, Mar.
3. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT) (1986). *NBR 8800/86 - Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios*. Rio de Janeiro.
4. BALLIO, G.; MAZZOLANI, F. M.(1983). *Theory and design of steel structures*. London, Chapman and Hall.
5. BATTERMAN, R.H.; JOHNSTON, B.G. (1967). Behavior and maximum strength of metal columns. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.93, n.2, p.205-230, Apr.
6. BEEDLE, L.S.; TALL, L. (1960). Basic column strength. *Journal of the Structural Division*, ASCE, 86, ST7, p.139–173, July. Also Transactions, ASCE, 127, (1962), part II, pp. 138 - 179.
7. BEER, H.; SCHULZ, G. (1970). Bases théoriques des courbes européennes de flambement. *Costruzioni Metalliche*, v.22, n.6, p.436-452, nov.-dic.
8. BJORHOVDE, R., et alli. (1972). Residual stresses in thick welded plates. *Welding Journal*, v.51, n.8, Research Suppl., p. 392s-405s, Aug.
9. BJORHOVDE, R. (1978). The safety of steel columns. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.104, n.ST3, p.463-477, Mar.
10. BJORHOVDE, R. (1980). Research needs in stability of metal structures. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.106, n.12, p.2425-2442, Dec.
11. BJORHOVDE, R. (1984). Effect of end restraint on column strength: practical applications. *Engineering Journal*, AISC, first quarter, p.1-13.

12. BJORHOVDE, R. (1988). Columns: from theory to practice. *Engineering Journal*, AISC, first quarter, p. 21-34.
13. BJORHOVDE, R. (1991). Strength of heavy columns. *Journal of Constructional Steel Research*, v.19, n.4, p.313-320.
14. BLEICH, F. (1952). *Buckling strength of metal structures*. New York: McGraw-Hill.
15. CHERNENKO, D.E.; KENNEDY, D.J.L. (1991). Analysis of the performance of welded wide flange columns. *Canadian Journal of Civil Engineering*, v.18, n.4, p.537-555, Aug.
16. COMITÉ EUROPEO DE NORMALIZACIÓN (1992). *Eurocódigo 3- Proyecto de estructuras de acero*. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación. Bruxelles, CEN. (2002).
17. DJALAY, H. (1977). Étude de la résistance ultime des barres comprimées - flambement simple. *Construction Métallique*, n.1.
18. FUKUMOTO, Y.; ITOH, Y. (1983). Evaluation of multiple column curves using the experimental data-base approach. *Journal of Constructional Steel Research*, v.3, n.3, p.2-19.
19. GALAMBOS, T.V. (ed), (1976). *Guide to stability design criteria for metal structures*. 4.ed. New York: John Wiley & Sons.
20. GOMES, S. F.J., (1990). *Desenvolvimento de um sistema computadorizado de medição de tensões residuais*. Tese de Mestrado. 2 ed. Rio de Janeiro.
21. HALL, D.H. (1981). Proposed steel column design criteria. *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.107, n.ST4, p.649-670, Apr.
22. HUBER, A.W.; BEEDLE, L.S. (1954). Residual stress and compressive strength of steel. *Welding Journal*, v.33, n.12, p.589s-614s, Dec.
23. JACQUET, J. (1970). Essais de flambement et exploitation statistique. *Costruzioni Metalliche*, n.22, n.6, p.416-435, nov.-dic.
24. JOHNSTON, B.G. (ed.), (1976). *Guide to stability design criteria for metal structures*. 3.ed. New York: John Wiley & Sons.
25. JOHNSTON, B.G. (1983). Column buckling theory: historical highlights. *Journal of Structural Engineering*, v.109, n.9, p.2086-2096, Sept.
26. MAQUOI, R.; RONDAL, J. (1978). Analytical formulation of the new European buckling curves. *Acier Stahl Steel*, n.1, p.23-28.

27. MAQUOI, R.; RONDAL, J. (1978). Mise en équation des nouvelles courbes européennes de flambement. *Construction Métallique*, n.1.
28. MAQUOI, R.; RONDAL, J. (1979). Formulations d'Ayrton-Perry pour flambement de barres métalliques. *Construction Métallique*, n.4.
29. PIMENTA, R.J. (1997). *Proposição de uma curva de flambagem para perfis I soldados formados por chapas cortadas a maçarico*. Dissertação de mestrado. UFMG. Belo Horizonte (MG).
30. PAULA, G.D., (2002). *Estudo teórico-experimental de elementos comprimidos de aço: ênfase em perfis soldados*. Dissertação de Doutorado 2. ed. São Carlos.
31. QUEIROZ, G. (1988). *Elementos das estruturas de aço*. 2.ed. Belo Horizonte.
32. RODRIGUES, F.C. (1993). *Estudo teórico-experimental de perfis de chapa dobrada submetidos à compressão*. Tese de doutorado. COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro (RJ).
33. RONDAL, J.; MAQUOI, R. (1979). Single equation for SSRC column-strength curves. *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.105, n.ST1, p.247-250, Jan.
34. RONDAL, J.; MAQUOI, R. (1979). Formulations d' Airton - Perry pour flambement de barres métalliques. *Construction Métallique*, n.4, Paris.
35. SALMON, C.G.; JOHNSON, J.E. (1996). *Steel Structures: design and behavior*. 4.ed. New York, HarperCollins.
36. SAZALAI, J.; PAPP, F. (2005) A new residual stress distribution for hot-rolled I-shaped sections. *Journal of Constructional Steel Research*, n 61, p. 845-861.

ANEXOS

I.1 TEORIA DO DUPLO-MÓDULO

Para o processo de flexão à medida que o equilíbrio se torna instável, para as tensões além do limite de proporcionalidade, foram consideradas as seguintes hipóteses:

- Os deslocamentos serão muito pequenos em comparação com as dimensões da seção transversal da coluna;
- A seção transversal permanece plana e normal à linha central depois da flexão;
- A relação tensão-deformação em qualquer fibra longitudinal será obtida através do diagrama tensão-deformação do material;
- O plano de flexão é o plano de simetria da seção da coluna.

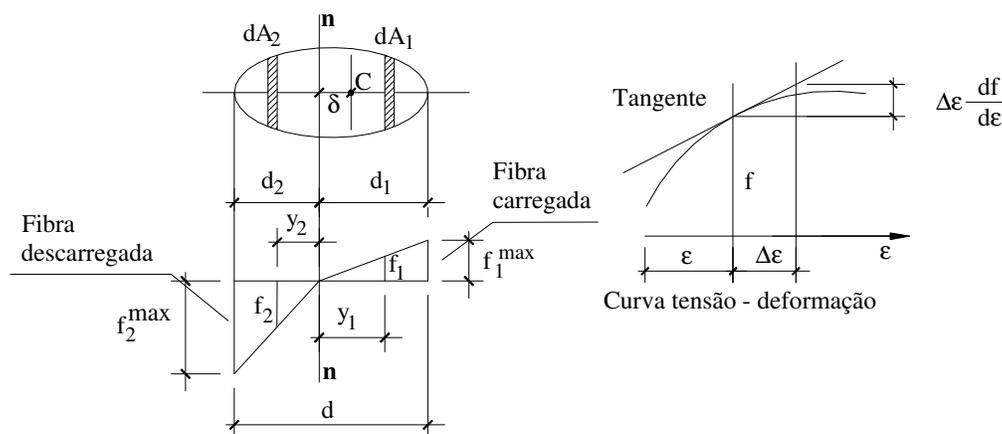


Figura I.1 – Distribuição de tensões em condições de equilíbrio instável (Teoria do duplo módulo)³⁰

Com base nessas hipóteses, considere uma pequena coluna comprimida por uma carga N aplicada axialmente e também que $f = N/A$ excede o limite proporcional. Então, a carga aplicada receberá pequenos acréscimos de carga até que a coluna alcance a condição de equilíbrio instável, nesta condição a coluna flete ligeiramente. A tensão f desenvolvida antes do deslocamento devido à flexão permanece constante. A direita da linha n - n (lado “1”) as tensões serão acrescidas pela flexão, e a taxa de acréscimo será proporcional a $E_t = df/d\epsilon$ como pode ser deduzido pela Figura I.1. (b). E_t é o módulo

³⁰ Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.

tangente da curva tensão-deformação do material na tensão f . À esquerda da linha $n-n$ (lado “2”) ocorrerá uma redução da tensão f devido a união das tensões de flexão com o alívio de deformação (deformação reversa) e a lei de proporcionalidade da tensão e deformação com o módulo de elasticidade E permanecerá a mesma.

Usando os símbolos mostrados na Figura I.1., o equilíbrio entre as tensões internas e a carga externa N necessita de

$$\int_0^{d_2} f_2 dA_2 - \int_0^{d_1} f_1 dA_1 = 0 \quad (I.1-a)$$

e

$$\int_0^{d_2} f_2 (d_2 + \delta) dA_2 - \int_0^{d_1} f_1 (d_1 + \delta) dA_1 = Ny \quad (I.1-b)$$

O deslocamento y é tomado com relação ao eixo centroidal da coluna. Para a

Figura I.1. deduzimos que $f_2 = \frac{f_2^{\max}}{d_2} y_2$ e $f_1 = \frac{f_1^{\max}}{d_1} y_1$.

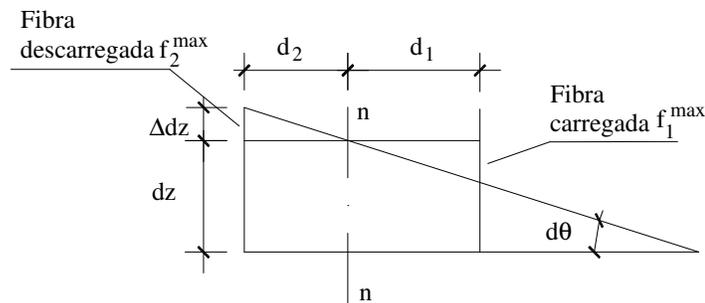


Figura I.2. – Elemento dz ao longo do eixo da coluna na posição de equilíbrio instável.³¹

A Figura I.2., na qual a rotação relativa de duas seções transversais infinitesimalmente próximas uma da outra, pela qual pode-se concluir que $\Delta dz = d_2 d\theta$,

e como $\Delta dz = \frac{f_2^{\max} dz}{E}$, teremos $\frac{d\theta}{dz} = \frac{f_2^{\max}}{Ed_2}$ e $\frac{d\theta}{dz} = \frac{f_1^{\max}}{E_t d_1}$. Desta forma, para pequenas

³¹ Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.

deformações $\frac{d\theta}{dz} = \frac{d^2y}{dz^2}$, com a qual finalmente obtemos $f_2^{\max} = Ed_2 \frac{d^2y}{dz^2}$ e

$$f_1^{\max} = E_t d_1 \frac{d^2y}{dz^2}.$$

Então a Equação (I.1- a) fica

$$E \frac{d^2y}{dz^2} \int_0^{d_2} y_2 dA_2 - E_t \frac{d^2y}{dz^2} \int_0^{d_1} y_1 dA_1 = 0$$

ou

$$ES_2 - E_t S_1 = 0$$

onde S_1 e S_2 é o momento estático da seção dividida pelas áreas à direita e esquerda do eixo n-n, com relação a este eixo. Esta equação e a relação $d_2 + d_1 = d$ determina a posição do eixo n-n.

A segunda condição (I.1-b) fornece a equação

$$\frac{d^2y}{dz^2} \left(E \int_0^{d_2} y_2^2 dA_2 + E_t \int_0^{d_1} y_1^2 dA_1 \right) + \delta \frac{d^2y}{dz^2} \left(E \int_0^{d_2} y_2 dA_2 + E_t \int_0^{d_1} y_1 dA_1 \right) = Ny$$

Devido à Equação (I.1) a segunda expressão desaparece, e obtemos

$$\frac{d^2y}{dz^2} (EI_2 + E_t I_1) = Ny$$

onde I_1 e I_2 representam os momentos de inércia das áreas da seção transversal separadas pelo eixo n-n, com relação a este eixo.

Introduzindo

$$E_r I = EI_2 + E_t I_1 \quad (I.2)$$

finalmente obtemos

$$E_r I \frac{d^2y}{dz^2} + Ny = 0 \quad (I.3)$$

em que

$$E_r = E \frac{I_2}{I} + E_t \frac{I_1}{I} \quad (I.4)$$

I é o momento de inércia da seção transversal com relação ao centro de gravidade C (Figura I.1)

A Equação (I.4) representa a equação diferencial da linha central no estado de equilíbrio instável. E_r é chamado de “duplo módulo” ou “módulo reduzido”. Este valor dependerá da seção do perfil e das propriedades do material.

I.2 MODELO DE SHANLEY

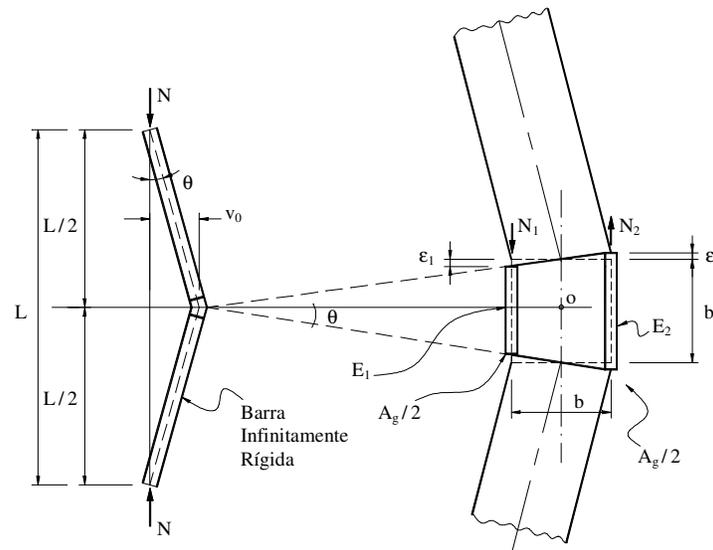


Figura I.3. - Teoria de Shanley.³²

Considerando o modelo da Figura I.3., temos:

$$v_o = \theta \frac{L}{2} \quad (I.5)$$

Por geometria, obtêm-se o ângulo θ .

$$\theta = \frac{1}{b}(\epsilon_1 + \epsilon_2) \quad (I.6)$$

Das equações (I.5) e (I.6), obtêm-se:

$$v_o = \frac{L}{2b}(\epsilon_1 + \epsilon_2) \quad (I.7)$$

O momento externo no ponto O será:

³² Adaptado: Paula - 1994.

$$M_e = Nv_o = \frac{NL}{2b}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (I.8)$$

Da resistência dos materiais, ou seja, através da formulação para deslocamentos para o alongamento de uma barra solicitada por uma força axial constante, obtém-se a força axial em cada flange:

$$N_1 = \frac{2\varepsilon_1 E_1 (A_g/2)}{b} \quad (I.9)$$

$$N_2 = \frac{2\varepsilon_2 E_2 (A_g/2)}{b} \quad (I.10)$$

O momento interno no ponto O é:

$$M_{int} = \frac{b}{2} N_1 + \frac{b}{2} N_2 \quad (I.11)$$

Substituindo as equações (I.9) e (I.10) em (I.11), rearranjando, tem-se:

$$M_{int} = \frac{A_g}{2} (\varepsilon_1 E_1 + \varepsilon_2 E_2) \quad (I.12)$$

Por equilíbrio dos momentos, equações (I.8) e (I.12), obtém-se:

$$N = \frac{A_g}{L} \left(\frac{\varepsilon_1 E_1 + \varepsilon_2 E_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right) \quad (I.13)$$

Ocorre um aumento da tensão de compressão no elemento 1 e uma diminuição no elemento 2. Portanto, substituindo-se E_1 e E_2 por E_t e E , respectivamente.

$$N = \frac{A_g}{L} \left(\frac{\varepsilon_1 E_t + \varepsilon_2 E}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right) \quad (I.14)$$

Considerando que:

$$\varphi = \frac{E_t}{E} \quad (I.15)$$

Da equação (I.7), tem-se:

$$\varepsilon_1 = \frac{2v_o b}{L} - \varepsilon_2 \quad (I.16)$$

Pela análise do módulo tangente, tem-se:

$$E_1 = E_2 = E_t \quad (I.17)$$

Logo,

$$N_t = \frac{A_g E_t b}{L} \quad (I.18)$$

Substituindo a equação (I.16) em (I.14) e considerando as equações (I.15) e (I.18), obtém-se:

$$N = N_t \left[1 + \frac{L \varepsilon_2}{2v_o b} \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right) \right] \quad (I.19)$$

Após atingir a carga crítica referente ao módulo tangente, é possível aumentar a força normal de compressão. Este aumento é devido à diferença entre as forças N_1 e N_2 .

$$N = N_t + \Delta N \quad (I.20)$$

$$\Delta N = N_1 + N_2 \quad (I.21)$$

Das equações (I.8), (I.9) e (I.11), obtém-se:

$$N_1 = \frac{\varepsilon_1 E_t A_g}{b} \quad (I.22)$$

$$N_2 = \frac{\varepsilon_2 E A_g}{b} \quad (I.23)$$

Das equações (I.15), (I.16), (I.22) e (I.23), obtém-se ΔN :

$$N_1 - N_2 = \frac{A_g E_t}{b} \left[\frac{2bv_o}{L} - \left(1 + \frac{1}{\phi} \right) \varepsilon_2 \right] \quad (I.24)$$

Substituindo a equação (I.24) na equação (I.20) e considerando a equação (I.18), obtém-se:

$$N = N_t \left[1 + \frac{2v_o}{b} - \frac{L \varepsilon_2}{b^2} \left(1 + \frac{1}{\phi} \right) \right] \quad (I.25)$$

Isolando ε_2 das equações (I.19) em (I.25), tem-se:

$$\varepsilon_2 = 2v_o \frac{1}{\frac{L}{2v_o} \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right) + \frac{L}{b} \left(\frac{1}{\phi} - 1 \right)} \quad (I.26)$$

Substituindo a equação (I.26) em (I.19) e rearranjando, obtém-se:

$$N = N_t \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{b}{2v_o} \right) + \frac{(1+\phi)}{(1-\phi)}} \right] \quad (I.27)$$

I.3 EFEITO DAS TENSÕES RESIDUAIS

A Figura I.4 mostra a influência das tensões residuais na resistência à compressão de um perfil de aço estrutural, bem como a tensão numa fibra situada a uma distância y do eixo neutro à flexão.

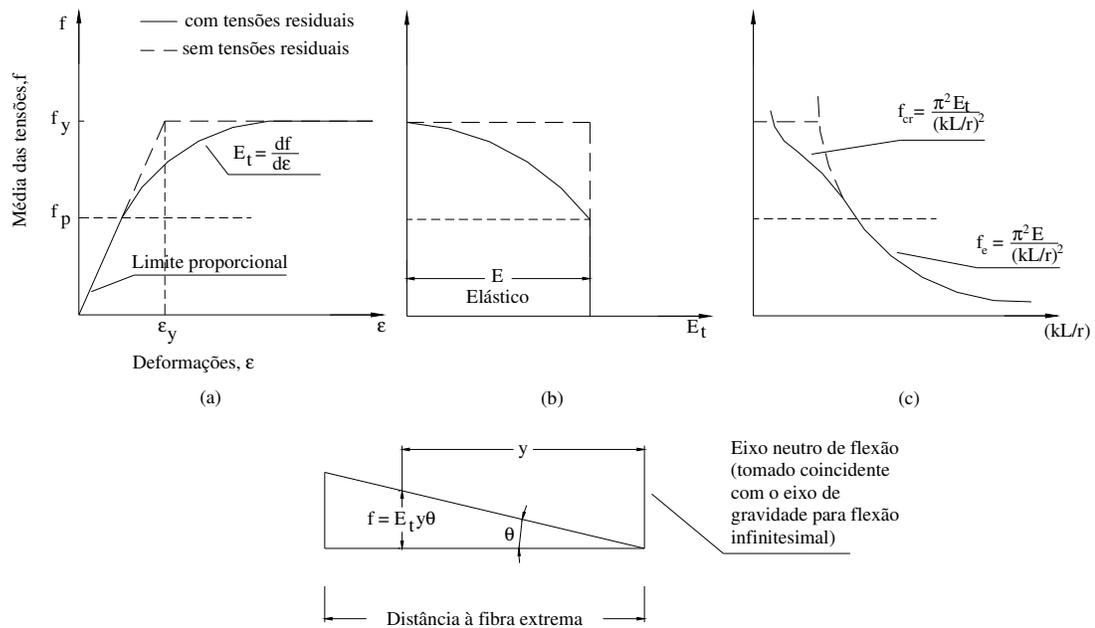


Figura I.4 - Influência das tensões residuais na resistência à compressão de um perfil estrutural de aço.³³

A contribuição da fibra, situada à distância y do eixo neutro, ao momento fletor pode ser expressa, como:

$$dM = \theta E_T y (dA_g) y \quad (I.28)$$

Considerando toda a seção, a Equação (I.28) resulta em:

$$M = \int_{A_g} \theta E_T y^2 dA_g = \theta \int_{A_g} E_T y^2 dA_g \quad (I.29)$$

Da resistência dos materiais, tem-se:

³³ Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.

$$\theta = \frac{M}{(EI)_{ef}} = \frac{M}{E'I} \quad (I.30)$$

Onde: $(EI)_{ef}$ = rigidez efetiva à flexão.

Substituindo a Equação (I.30) em (I.29) e rearranjando, tem-se:

$$E' = \frac{1}{I} \int_{A_g} E_T y^2 dA_g \quad (I.31)$$

Denomina-se E' por módulo efetivo e pode-se considerar este na equação

$$N_t = \frac{\pi^2 E_t I}{L^2} = \frac{E_t}{E} N_e \text{ como um valor equivalente para } E_t.$$

Caso seja considerada a curva tensão-deformação elasto-plástica idealizada, curva tracejada da Figura I.4, a resistência à flexão das partes escoadas torna-se nula.

Para a parte que permanece elástica, a Equação (I.31) resulta em:

$$E' = \frac{E}{I} \int_{A_g} y^2 dA_g = E \frac{I_e}{I} \quad (I.32)$$

onde: $I_e = \int_{A_g} y^2 dA_g$ é o momento de inércia da parte da seção que permanece elástica.

Substituindo a Equação (I.32) em $f_t = \frac{\pi^2 E_t}{\lambda^2}$, tem-se:

$$f = \frac{\pi^2 E (I_e / I)}{\lambda^2} \quad (I.33)$$

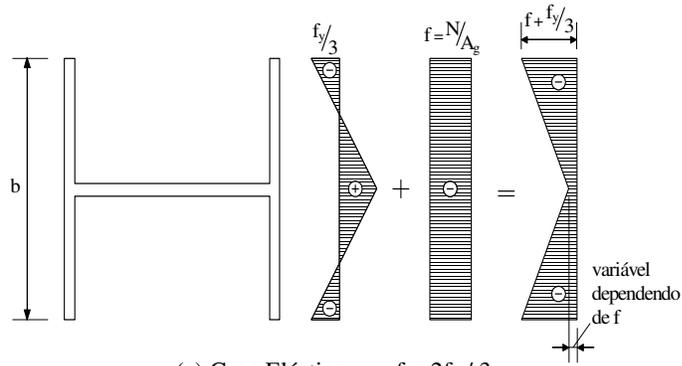
Para o modelo de distribuição de tensões residuais, dado na Figura I.5, e a flexão em torno do eixo de menor inércia, desprezando-se a contribuição da alma, obtém-se a relação (I_e / I) apresenta na equação (I.34):

$$\frac{I_e}{I} = \frac{2(2y_0)^3 t \left(\frac{12}{2b^3 t} \right)}{12} = \frac{8y_0^3}{b^3} \quad (I.34)$$

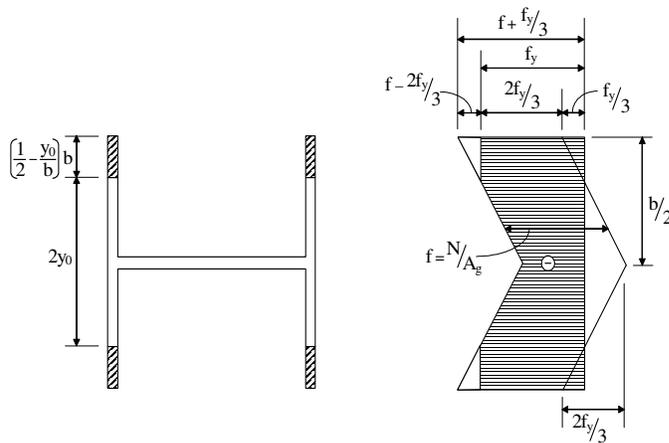
Substituindo a Equação (I.34) em (I.33), tem-se:

$$f = \frac{8\pi^2 E (y_0 / b)^3}{\lambda^2} \quad (I.35)$$

Pode-se representar a força resultante durante o estágio elasto-plástico, correspondente à área hachurada do diagrama de tensões da Figura I.5 (b), pela equação:



(a) Caso Elástico $\rightarrow f < 2f_y / 3$



(b) Caso Elasto-plástico $\rightarrow f > 2f_y / 3$

Figura I.5 - Distribuição de tensões residuais para perfis I laminados de aço, de abas planas, caso elasto-plástico. ³⁴

$$N = 2 \left[f b t - 2 \left(\frac{1}{2} \right) \left(f - \frac{2 f_y}{3} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{y_0}{b} \right) b t \right] \quad (I.36)$$

Por semelhança de triângulos, tem-se:

$$\frac{f - \frac{2 f_y}{3}}{\left(\frac{1}{2} - \frac{y_0}{b} \right) b} = \frac{\frac{2 f_y}{3}}{\frac{b}{2}} \quad (I.37)$$

³⁴ Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.

Isolando f na Equação (I.38), tem-se:

$$f = \left(1 - \frac{y_0}{b}\right) \left(\frac{4}{3} f_y\right) \quad (\text{I.38})$$

Substituindo a Equação (I.38) em (I.37) e rearranjando, tem-se:

$$N = A_g f_y \left(1 - \frac{4}{3}\right) \left(\frac{y_0}{b}\right)^2 \quad (\text{I.39})$$

Dividindo-se a Equação (I.39) pela área A_g , tem-se:

$$f = f_y \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{y_0}{b}\right)^2\right] \quad (\text{I.40})$$

Determina-se a tensão elástica, por meio da Equação (I.41).

$$f = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (\text{I.41})$$

A partir das Equações (I.39) e (I.40), obtém-se os valores da tensão crítica f no regime de comportamento inelástico para o aço A36 com $f_y = 250$ MPa e $E = 205000$ MPa, conforme apresentados na Tabela I.1. Salienta-se que a redução da tensão f no regime inelástico ocorre devido apenas à presença de tensões residuais.

Atribui-se valores de y_0/b na Equação (I.40) e obtém-se a tensão f , posteriormente, substituindo-se f e y_0/b na Equação (I.40), tem-se a esbeltez λ .

Tabela I.1 - Valores da tensão crítica f para um perfil I de aço A36

y_0 / b	f	f (MPa)	λ
0,50	0,67 f_y	166,68	110,18
0,45	0,73 f_y	182,50	89,90
0,40	0,79 f_y	196,75	72,56
0,35	0,84 f_y	209,25	57,59
0,30	0,88 f_y	220,00	44,57
0,25	0,92 f_y	229,25	33,21
0,20	0,95 f_y	236,75	23,39
0,10	0,99 f_y	246,75	8,10

O trecho AB' da curva 2 apresentada no gráfico da Figura I.6 foi obtido a partir dos valores ilustrado na Tabela I.1, representando um material com tensões residuais.

Os trechos AB e BB' da curva 1 representam o comportamento de um material sem tensões residuais. O trecho B'C representa o comportamento elástico do material.

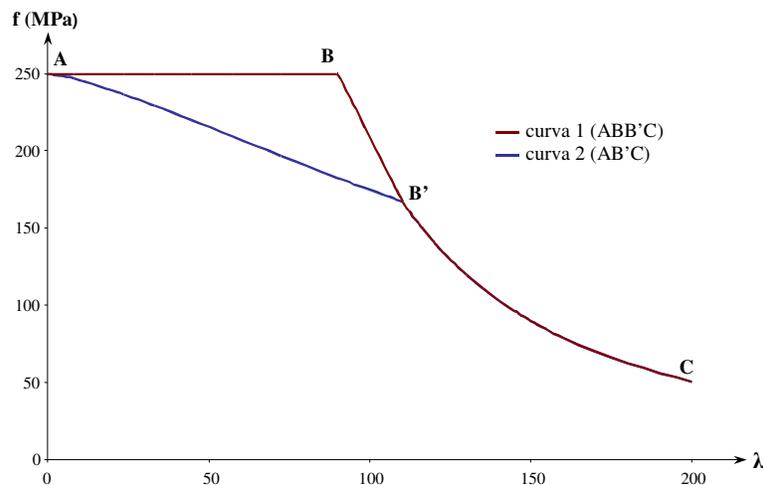


Figura I.6 – Curvas de flambagem para um perfil com e sem tensões residuais.³⁵

I.4 EFEITO DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS INICIAIS

A partir da existência de tais imperfeições não será mais possível considerar a hipótese de elementos estruturais perfeitamente retos, ou seja, o problema de bifurcação do equilíbrio transforma-se num problema do tipo força-deslocamento. Admite-se a situação apresentada na Figura I.7, no regime elástico, para verificar este fenômeno.

³⁵ Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.

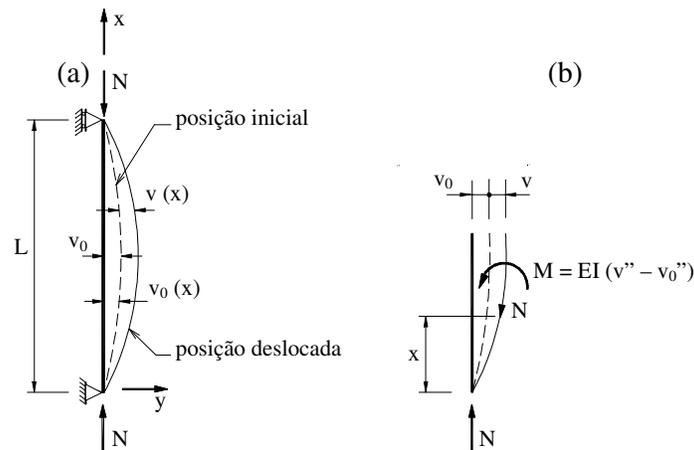


Figura I.7 - Elemento com uma curvatura inicial.³⁶

Em 1807, Young propôs representar a curvatura inicial como uma função senoidal, tal como:

$$v = v_0 \text{sen}(\pi x / L) \quad (\text{I.42})$$

Admitindo o equilíbrio do elemento na posição deslocada, obtém-se o momento num ponto qualquer:

$$M = N v \quad (\text{I.43})$$

Considerando da resistência dos materiais que $M = -EI(v'' - v_0'')$ e substituindo este valor na Equação (I.43), tem-se:

$$N v = -EI(v'' - v_0'') \quad (\text{I.44})$$

Substituindo a derivada segunda da Equação (I.42) em (I.44), obtém-se:

$$EI v'' + N v = -v_0 \left(\pi^2 / L^2 \right) \text{sen}(\pi x / L) EI \quad (\text{I.45})$$

Admitindo $k^2 = N / EI$ e substituindo na Equação (I.45), tem-se:

$$v'' + k^2 v = -v_0 \left(\pi^2 / L^2 \right) \text{sen}(\pi x / L) \quad (\text{I.46})$$

A Equação (I.46) é a equação diferencial que rege o problema, cuja solução geral é:

$$v = A \text{sen} k x + B \cos k x + \frac{v_0}{\left(1 - \frac{k^2 L^2}{\pi^2} \right)} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) \quad (\text{I.47})$$

As condições de contorno são: $v = 0$ para $x = 0$ e $x = L$, respectivamente.

³⁶ Adaptado: Paula -1994.

Substituindo as condições de contorno na Equação (I.47) e rearranjando os termos, obtém-se:

$$v = \frac{v_0}{\left(1 - \frac{k^2 L^2}{\pi^2}\right)} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{I.48})$$

Reescrevendo a Equação (I.48), obtém-se:

$$v = \frac{v_0}{\left(1 - N/N_e\right)} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{I.49})$$

Considerando $x=L/2$ na Equação (I.49), obtém-se a expressão do deslocamento lateral total (flecha ampliada) no meio do vão:

$$v_t = v_0 \left(\frac{1}{1 - N/N_e}\right) \quad (\text{I.50})$$

Substituindo a Equação (I.50) em (I.43), obtém-se a equação para o momento de segunda ordem:

$$M = N \left[\frac{1}{1 - (N/N_e)} \right] \quad (\text{I.51})$$

A Equação (I.51) da flecha ampliada (v_t) tornou-se importante para a determinação dos parâmetros que regem as curvas de resistência à compressão.

MODELO DE SEGUNDA ESPÉCIE

Para análise de um modelo de 2ª espécie, pode-se admitir a verificação da resistência na seção mais solicitada de um elemento comprimido na sua configuração deformada.

Admitindo que a máxima tensão num elemento comprimido seja igual à tensão de escoamento do material f_y , tem-se a expressão da flexo-compressão, definida como:

$$\frac{N}{A_g} + \frac{M}{W} = f_y \quad (\text{I.52})$$

Substituindo a Equação (I.50) em (I.51) e introduzindo A_g , obtém-se:

$$\frac{N}{A_g} + \frac{N}{W} \left(\frac{A_g}{A_g}\right) v_0 \left(\frac{1}{1 - N/N_e}\right) = f_y \quad (\text{I.53})$$

Rearranjando a Equação (I.53), tem-se:

$$\frac{N}{A_g} + \frac{N}{A_g} \eta \left(\frac{1}{1 - N/N_e} \right) = f_y \quad (I.54)$$

Onde:

$$\eta = \frac{A_g v_0}{W} \quad (I.55)$$

Reescrevendo a Equação (I.55), tem-se:

$$\eta \left(\frac{N}{A_g} \right) = \left(f_y - \frac{N}{A_g} \right) \left(1 - \frac{N}{N_e} \right) \quad (I.56)$$

Dividindo os dois termos da Equação (I.56) por f_y e reescrevendo, tem-se:

$$\eta \bar{N} = (1 - \bar{N}) (1 - N/N_e) \quad (I.57)$$

Onde:

$$\frac{N}{A_g f_y} = \frac{N}{N_y} = \bar{N} = \rho \quad (I.58)$$

Rearranjando a Equação (I.57), obtém-se:

$$\eta \bar{N} = (1 - \bar{N}) (1 - \bar{N} \bar{\lambda}^2) \quad (I.59)$$

Onde:

$$\frac{N}{N_e} = \rho \frac{N_y}{N_e} = \rho \frac{f_y}{f_e} \quad (I.60)$$

$$f_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (I.61)$$

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{f_y}} \quad (I.62)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_p} \quad (I.63)$$

A Equação (I.59) é conhecida como fórmula adimensional de “Ayrton-Perry”.

Rearranjando esta, obtém-se:

$$(\bar{\lambda}^2) \rho^2 - (1 + \eta + \bar{\lambda}^2) \rho + 1 = 0 \quad (I.64)$$

O valor de ρ possibilita o cálculo da força normal crítica, cuja solução é:

$$\rho = \frac{(\bar{\lambda}^2 + \eta + 1) \pm \sqrt{(\bar{\lambda}^2 + \eta + 1)^2 - 4 \bar{\lambda}^2}}{2 \bar{\lambda}^2} \quad (I.65)$$

Deve-se desprezar a solução positiva, para obter-se a menor força normal crítica de compressão, ou seja:

$$\rho = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left[\left(\bar{\lambda}^2 + \eta + 1 \right) - \sqrt{\left(\bar{\lambda}^2 + \eta + 1 \right)^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right] \quad (\text{I.66})$$

O parâmetro η representa matematicamente a influência das imperfeições geométricas iniciais e os efeitos das tensões residuais.

Determina-se a partir do parâmetro η , um coeficiente γ que representa um número definido em função do tipo da seção transversal e dos eixos considerados.

Dividindo o segundo termo da Equação (I.55) por y/y , obtém-se:

$$\eta = \frac{A_g v_0}{(y/y) W} \quad (\text{I.67})$$

Define-se y como a distância da fibra mais comprimida em relação ao eixo considerado, conforme o esquema da Figura I.8.

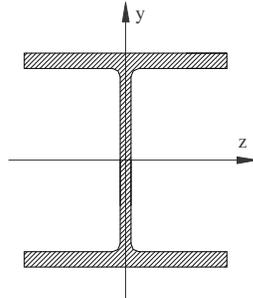


Figura I.8 – Representação da distância y ao eixo x .³⁷

Considerando-se que $W \cdot y = I$ tem-se da Equação (I.67):

$$\eta = \frac{A_g v_0}{I/y} \quad (\text{I.68})$$

Substituindo $r = \sqrt{I/A_g}$ na Equação (I.68), obtém-se:

$$\eta = \frac{v_0}{r^2/y} \quad (\text{I.69})$$

O fator v_0 representa as imperfeições geométricas iniciais, o qual pode ser expresso em função de uma imperfeição padrão.

³⁷ Adaptado: Paula -1994.

$$v_0 = \frac{L}{\gamma} \quad (I.70)$$

Onde γ é um número definido para cada tipo de seção e dos eixos considerados.

Substituindo a Equação (I.70) na equação (I.71), tem-se:

$$\eta = \frac{L}{\gamma(r^2/y)} \quad (I.72)$$

Admitindo por definição $\lambda = L/r$ e rearranjando a Equação (I.72), tem-se:

$$\eta = \frac{\lambda}{\gamma(r/y)} \quad (I.73)$$

Isolando γ na Equação (I.73), tem-se:

$$\gamma = \frac{\lambda}{\eta(r/y)} \quad (I.74)$$

Substituindo (I.62) e (I.63) na Equação (I.74) e rearranjando, obtém-se:

$$\gamma = \frac{\bar{\lambda} (\pi \sqrt{E/f_y})}{\eta(r/y)} \quad (I.75)$$

Considerando o índice de esbeltez reduzido $\bar{\lambda}$ a partir do patamar de escoamento,

$\rho = 1,0$ para $\bar{\lambda} \leq \bar{\lambda}_0$, a Equação (I.75) resulta em:

$$\gamma = \frac{\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0 (\pi \sqrt{E/f_y})}{\eta(r/y)} \quad (I.76)$$

Substituindo η da Equação (I.76) por $\eta = \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)$, tem-se:

$$\gamma = \frac{\pi \sqrt{E/f_y}}{\alpha(r/y)} \quad (I.77)$$

I.5 CURVA DE FLAMBAGEM DO CRC – “Column Research Council”

A curva do CRC – “Column Research Council” atual SSRC – “Structural Stability Research Council”, foi publicada em 1960, e foi utilizada em muitas

especificações de projeto na América do norte e em outros países. Essa curva tem por base a teoria do módulo tangente, modificada para perfis de aço com tensões residuais.

A Equação 2.19 parabólica proposta por F.Bleich (1952) foi utilizada como base para a curva do CRC:

$$f_{cr} = f_y \left[1 - \left(\frac{f_r}{\pi^2 E} \right) \left(\frac{f_y - f_r}{f_y} \right) \left(\frac{kL}{r} \right)^2 \right] \quad (\text{I.78})$$

Na Figura I.9, a Equação I.78 é comparada com outras curvas que fazem distinção entre os padrões de tensões residuais e o eixo de flexão. Os resultados da curva do CRC concordam com os das curvas para o eixo de menor inércia para seções H, porém para a distribuição parabólica de tensões residuais os resultados são mais representativos do que para a distribuição linear.

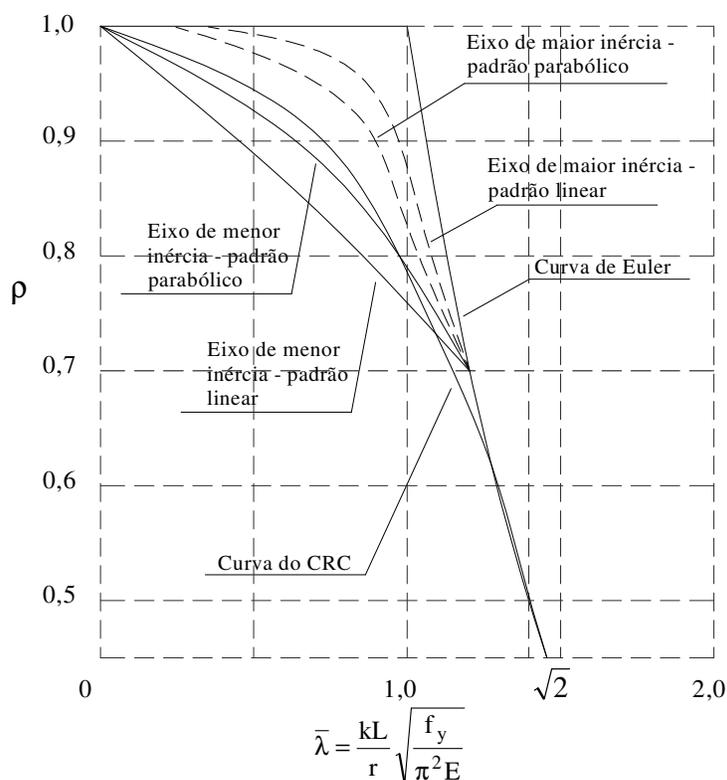


Figura I.9 – Curvas de flambagem para perfil de seção H com tensão residual de compressão nas extremidades dos flanges.³⁸

³⁸ Adaptado: Steel Structures Design and Behavior, C. G. Salmon e J. E. Johnson, 1996.

Nota-se que a Figura I.9 introduz o índice de esbeltez reduzida $\bar{\lambda} = \sqrt{2}$ que corresponde ao ponto de transição entre o regime elástico e inelástico, considerando que a máxima tensão residual de compressão da seção transversal, f_r , seja igual a $0,5f_y$.

A Equação I.78 assume, para $\bar{\lambda} = \frac{kL}{r} \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 E}}$, a seguinte forma:

$$\rho = \frac{f_{cr}}{f_y} = \begin{cases} 1 - \frac{\bar{\lambda}^2}{4} \Rightarrow \text{para } \bar{\lambda} \leq \sqrt{2} \\ \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \Rightarrow \text{para } \bar{\lambda} > \sqrt{2} \end{cases} \quad (\text{I.79})$$

I.6 CURVA DE FLAMBAGEM DO AISC/ASD -“American Institute of Steel Construction / Allowable Stress Design”

A partir de 1961, o AISC/ASD – “American Institute of Steel Construction/ Allowable Stress Design” passou a utilizar a curva de flambagem do CRC, porém devido à presença inevitável das imperfeições geométricas, adotou se um fator de segurança que representasse a redução, devido a essas imperfeições, na resistência máxima, dado por:

$$FS = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} \frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{8} \left(\frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{2}} \right)^3 \quad (\text{I.80})$$

Esse fator de segurança divide a equação da curva de flambagem para $\bar{\lambda} \leq \sqrt{2}$, já para a equação da curva de flambagem que corresponde a $\bar{\lambda} > \sqrt{2}$, que é basicamente a equação de Euler, o fator de segurança (Equação I.80) será dado para $\bar{\lambda} = \sqrt{2}$.

Então, a curva de flambagem do AISC/ASD ficará da seguinte forma:

$$\rho = \frac{f_{cr}}{f_y} = \begin{cases} \frac{1 - 0,25\bar{\lambda}^2}{\frac{5}{3} + \frac{3\bar{\lambda}}{8\sqrt{2}} - \frac{1}{8}\left(\frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{2}}\right)^3} & \Rightarrow \text{para } \bar{\lambda} \leq \sqrt{2} \\ \frac{12}{23\bar{\lambda}^2} & \Rightarrow \text{para } \bar{\lambda} > \sqrt{2} \end{cases} \quad (\text{I.81})$$

I.7. CURVAS DE FLAMBAGEM DO SSRC – “Structural Stability Research Council”

R. Bjorhovde, em 1972, apresentou uma análise da resistência máxima executada nos bancos de dados disponíveis na literatura para uma estruturação cuidadosa dos testes executados na Universidade de Lehigh, nos quais foi demonstrado que o método de análise numérica fornecia um prognóstico exato dos testes. Em seguida, um conjunto de 112 curvas de flambagem foi gerado para as colunas das quais a distribuição das tensões residuais era conhecida, assumiu-se que a curvatura inicial seria da forma senoidal com amplitude máxima de 1/1000 do comprimento da coluna e que a restrição das extremidades seria nula. Estes perfis incluem o maior perfil usado para colunas, inclusive perfis laminados e soldados, “leves” e “pesados”. As curvas de flambagem obtidas representam essencialmente um espectro completo do comportamento das colunas de aço.

Observou-se que existiam agrupamentos definidos entre as curvas e três subgrupos foram identificados e para cada subgrupo foi obtida uma curva “média”. As três curvas resultantes são conhecidas como as curvas de flambagem do SSRC 1, 2, e 3.

As representações algébricas das três curvas de flambagem foram obtidas pelo ajuste da curva, e as equações resultantes são dadas pelas equações abaixo:

➤ Curvas do SSRC (determinísticas)		(I.82)
<i>Curva</i>	<i>expressões</i>	<i>esbeltez</i>
(1)	$\rho = 1,00$	$0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15$
	$\rho = 0,99 + 0,122\bar{\lambda} - 0,36\bar{\lambda}^2$	$0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 1,20$
	$\rho = 0,051 + 0,801\bar{\lambda}^{-2}$	$1,20 \leq \bar{\lambda} \leq 1,80$
	$\rho = 0,008 + 0,942\bar{\lambda}^{-2}$	$1,80 \leq \bar{\lambda} \leq 2,80$
	$\rho = \bar{\lambda}^{-2}$	$2,80 \leq \bar{\lambda}$
(2)	$\rho = 1,00$	$0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15$
	$\rho = 1,035 - 0,202\bar{\lambda} - 0,222\bar{\lambda}^2$	$0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 1,00$
	$\rho = -0,111 + 0,636\bar{\lambda}^{-1} + 0,087\bar{\lambda}^{-2}$	$1,00 \leq \bar{\lambda} \leq 2,00$
	$\rho = 0,009 + 0,877\bar{\lambda}^{-2}$	$2,00 \leq \bar{\lambda} \leq 3,60$
	$\rho = \bar{\lambda}^{-2}$	$3,60 \leq \bar{\lambda}$
(3)	$\rho = 1,00$	$0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15$
	$\rho = 1,093 - 0,622\bar{\lambda}$	$0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 0,80$
	$\rho = -0,128 + 0,707\bar{\lambda}^{-1} - 0,102\bar{\lambda}^{-2}$	$0,80 \leq \bar{\lambda} \leq 2,20$
	$\rho = 0,008 + 0,792\bar{\lambda}^{-2}$	$2,20 \leq \bar{\lambda} \leq 5,00$
	$\rho = \bar{\lambda}^{-2}$	$5,00 \leq \bar{\lambda}$

Estas expressões podem ser representadas também por uma única equação, com pequenos desvios da ordem de 2,1 % a 3,6%:

$$\rho = \frac{1}{2\lambda^2} \left(Q - \sqrt{Q^2 - 4\lambda^2} \right) \leq 1,00 \quad (\text{I.83})$$

onde $Q = 1 + \alpha(\lambda - 0,15) + \lambda^2$

e $\alpha = 0,103 \Rightarrow$ Curva 1

$\alpha = 0,293 \Rightarrow$ Curva 2

$\alpha = 0,622 \Rightarrow$ Curva 3

Baseado nas análises probabilísticas da resistência da coluna, Bjorhovde (1972) também desenvolveu múltiplas curvas de flambagem para uma curvatura inicial no meio do vão é igual a 1/1470 do comprimento da coluna .

As equações matemáticas que descrevem estas curvas são dadas pelas equações abaixo:

➤ Curvas do SSRC (probabilísticas)		(I.84)
<i>Curva</i>	<i>expressões</i>	<i>esbeltez</i>
(1P)	$\rho = 1,00$	$0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15$
	$\rho = 0,979 + 0,205 \bar{\lambda} - 0,423 \bar{\lambda}^2$	$0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 1,20$
	$\rho = 0,030 + 0,842 \bar{\lambda}^{-2}$	$1,20 \leq \bar{\lambda} \leq 1,80$
	$\rho = 0,018 + 0,881 \bar{\lambda}^{-2}$	$1,80 \leq \bar{\lambda} \leq 2,60$
	$\rho = \bar{\lambda}^{-2}$	$2,60 \leq \bar{\lambda}$
(2P)	$\rho = 1,00$	$0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15$
	$\rho = 1,030 - 0,158 \bar{\lambda} - 0,206 \bar{\lambda}^2$	$0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 1,00$
	$\rho = -0,193 + 0,803 \bar{\lambda}^{-1} + 0,056 \bar{\lambda}^{-2}$	$1,00 \leq \bar{\lambda} \leq 1,80$
	$\rho = 0,018 + 0,815 \bar{\lambda}^{-2}$	$1,80 \leq \bar{\lambda} \leq 3,20$
	$\rho = \bar{\lambda}^{-2}$	$3,20 \leq \bar{\lambda}$
(3P)	$\rho = 1,00$	$0,00 \leq \bar{\lambda} \leq 0,15$
	$\rho = 1,091 - 0,608 \bar{\lambda}$	$0,15 \leq \bar{\lambda} \leq 0,80$
	$\rho = 0,021 + 0,385 \bar{\lambda}^{-1} + 0,066 \bar{\lambda}^{-2}$	$0,80 \leq \bar{\lambda} \leq 2,00$
	$\rho = 0,005 + 0,900 \bar{\lambda}^{-2}$	$2,00 \leq \bar{\lambda} \leq 4,50$
	$\rho = \bar{\lambda}^{-2}$	$4,50 \leq \bar{\lambda}$

I.8 CURVAS DE FLAMBAGEM DA CSA – “Canadian Standards Association”

A CSA – “Canadian Standards Association” adotou o uso da SSRC Curva 2 como a curva de flambagem básica no CSA Standard S16.1-74 “Steel Structures for Buildings – Dimensionamento pelo Estados Limites”. Em 1980, CSA também adotou a

SSRC Curva 1 para seções estruturais tubulares, perfis formados a frio e tensões aliviadas .

I.9 CURVA DE FLAMBAGEM DO AISC/LRFD - “American Institute of Steel Construction / Load and Resistance Factor Design”

No desenvolvimento do “Load and Resistance Factor Design”, o AISC decidiu continuar a utilizar apenas uma curva de flambagem .Uma única equação que ajustasse a Curva 2P foi estabelecida para refletir uma curvatura inicial igual a L/1500.

Para colunas longas, a equação de Euler é multiplicada por um fator de segurança (FS = 1,67/1,92 = 0,877)

A curva de flambagem é dada pela seguinte equação:

$$\rho = \frac{f_{cr}}{f_y} = \begin{cases} e^{-0,419\bar{\lambda}^2} & \Rightarrow \text{para } \bar{\lambda} \leq 1,5 \\ \frac{0,877}{\bar{\lambda}^2} & \Rightarrow \text{para } \bar{\lambda} > 1,5 \end{cases} \quad (\text{I.85})$$

II.1 DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DAS TENSÕES DO DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

Neste anexo, as equações apresentadas no Capítulo 2 serão deduzidas, de acordo com o trabalho de Huber e Beedle (1954).

Com base na nomenclatura apresentada na Figura II.1.

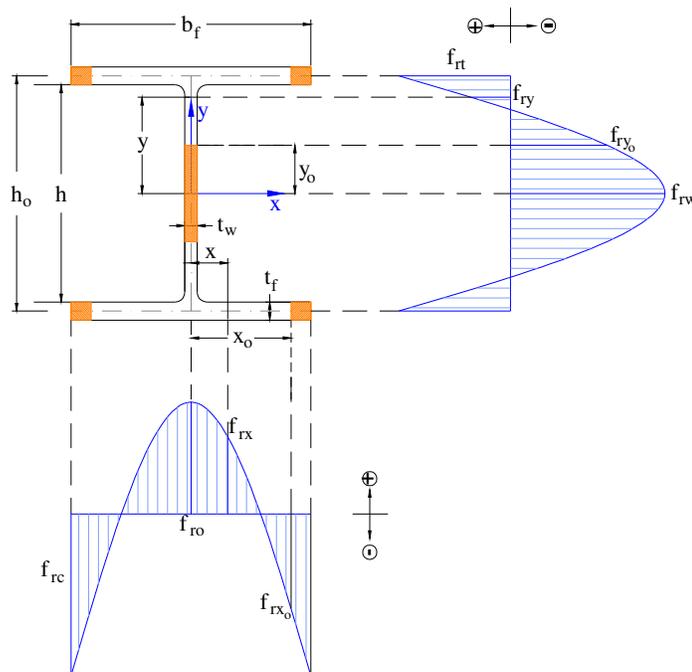


Figura II.1 - Distribuição de tensões residuais numa seção transversal de um perfil H laminado.³⁹

De acordo com a Figura II.1, temos:

f_{rc} \Rightarrow Tensão residual de compressão nas extremidades dos flanges;

f_{ro} \Rightarrow Tensão residual de tração no meio do flange;

f_{rt} \Rightarrow Tensão residual de tração nas extremidades da alma;

f_{rw} \Rightarrow Tensão residual de compressão no meio da alma;

f_{rx_o} \Rightarrow Tensão residual de compressão no ponto x_o ;

x_o \Rightarrow Distância do centro da área elástica dos flanges até a área plástica;

f_{ry_o} \Rightarrow Tensão residual de compressão no ponto y_o ;

y_o \Rightarrow Distância do centro da área plástica da alma até a área elástica.

³⁹ Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.

II.1.1 PRIMEIRO ESCOAMENTO

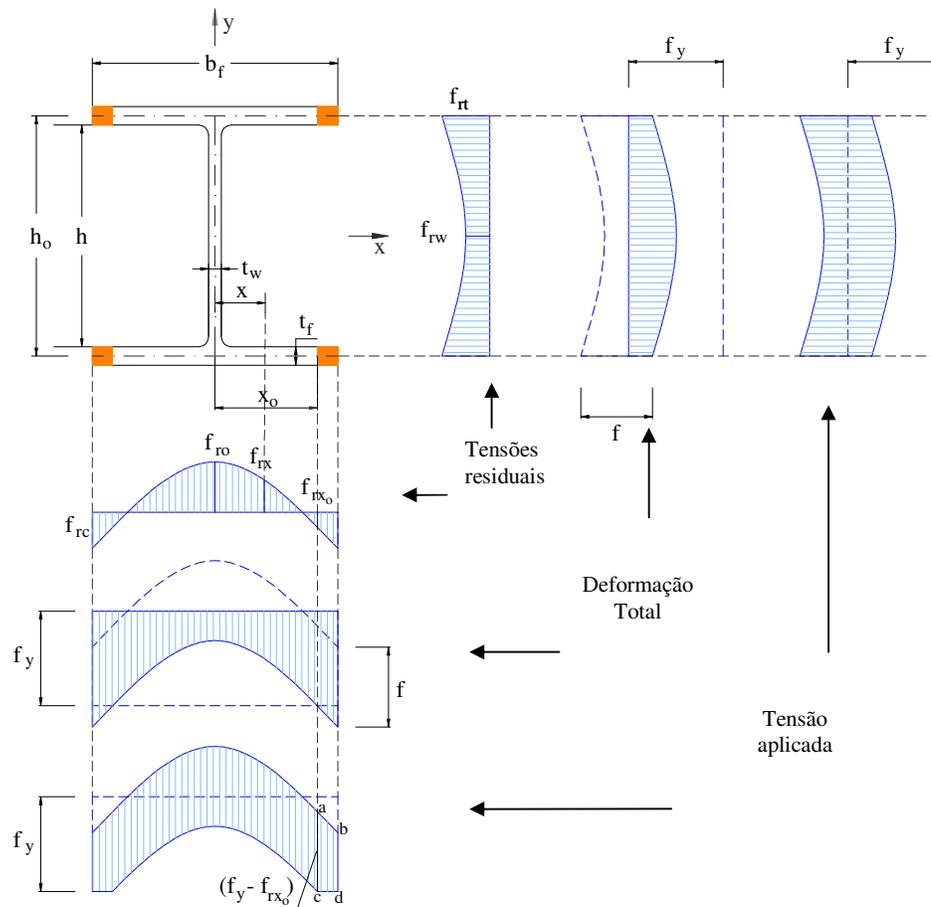


Figura II.2 – Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado – Flanges parcialmente escoados.⁴⁰

Sendo a carga aplicada na seção transversal igual a:

$$N = \Delta N_p^{\text{flanges}} + \Delta N_e^{\text{flanges}} + \Delta N_p^{\text{alma}}$$

onde:

$$\Delta N_p^{\text{flanges}} = \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) 4t_f dx = 4t_f \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) dx$$

$$\Delta N_e^{\text{flanges}} = 4t_f x_o (f_y - f_{rx_o})$$

⁴⁰ Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.

$$\Delta N_p^{\text{alma}} = t_w h (f_y - f_{rx_0})$$

A carga aplicada será:

$$N = 4t_f \int_{x_0}^{\frac{b}{2}} (f_y - f_{rx}) dx + 4t_f x_0 (f_y - f_{rx_0}) + t_w h (f_y - f_{rx_0})$$

Dividindo a equação acima por (A),

$$N = 4t_f \int_{x_0}^{\frac{b}{2}} (f_y - f_{rx}) dx + (4t_f x_0 + t_w h) (f_y - f_{rx_0}) \quad (\div A)$$

teremos:

$$f_1 = \frac{N}{A} = \frac{4t_f}{A} \int_{x_0}^{\frac{b}{2}} (f_y - f_{rx}) dx + \frac{A_e}{A} (4t_f x_0 + t_w h) (f_y - f_{rx_0})$$

A_e é a área que permanece elástica.

A equação abaixo representa a tensão total quando as extremidades dos flanges estão parcialmente escoadas.

$$f_1 = f_y - \frac{4t_f}{A} \int_{x_0}^{\frac{b}{2}} f_{rx} dx - \frac{A_e}{A} f_{rx_0}$$

II.1.2 SEGUNDO ESCOAMENTO

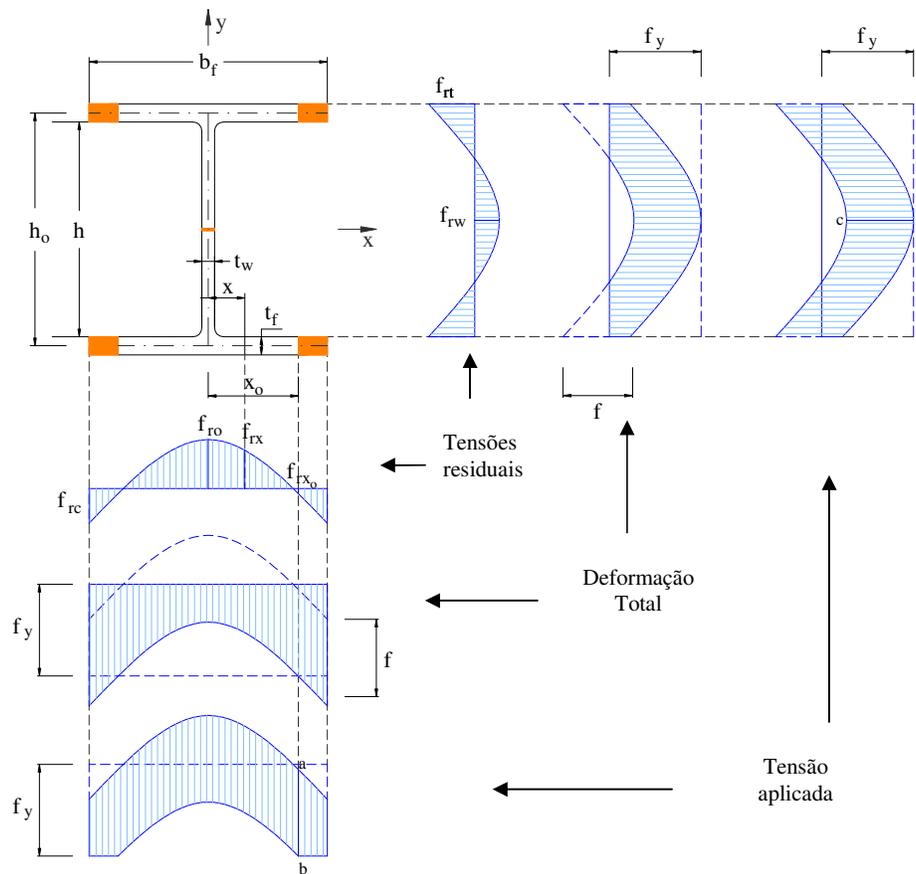


Figura II.3 – Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado – Flanges parcialmente escoados e alma começando a escoar.⁴¹

Sendo a carga aplicada na seção transversal igual a:

$$N = \Delta N_p^{\text{flanges}} + \Delta N_e^{\text{flanges}} + \Delta N_p^{\text{alma}}$$

onde:

$$\Delta N_p^{\text{flanges}} = \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) 4t_f dx = 4t_f \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) dx$$

$$\Delta N_e^{\text{flanges}} = 4t_f x_o (f_y - f_{rw})$$

⁴¹ Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.

$$\Delta N_p^{\text{alma}} = t_w h (f_y - f_{r_w})$$

A carga aplicada será:

$$N = 4t_f \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{r_x}) dx + 4t_f x_o (f_y - f_{r_w}) + t_w h (f_y - f_{r_w})$$

Dividindo a equação acima por (A),

$$N = 4t_f \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{r_x}) dx + (4t_f x_o + t_w h) (f_y - f_{r_w}) \quad (\div A)$$

teremos,

$$f_2 = \frac{N}{A} = \frac{4t_f}{A} \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{r_x}) dx + \frac{\overbrace{(4t_f x_o + t_w h)}^{A_e}}{A} (f_y - f_{r_w})$$

A_e é a área que permanece elástica.

A equação abaixo representa a tensão total quando as extremidades dos flanges estão parcialmente escoadas e a alma começa a escoar.

$$f_2 = f_y - \frac{4t_f}{A} \int_{x_o}^{\frac{b_f}{2}} f_{r_x} dx - \frac{A_e}{A} f_{r_w}$$

II.1.3 TERCEIRO ESCOAMENTO

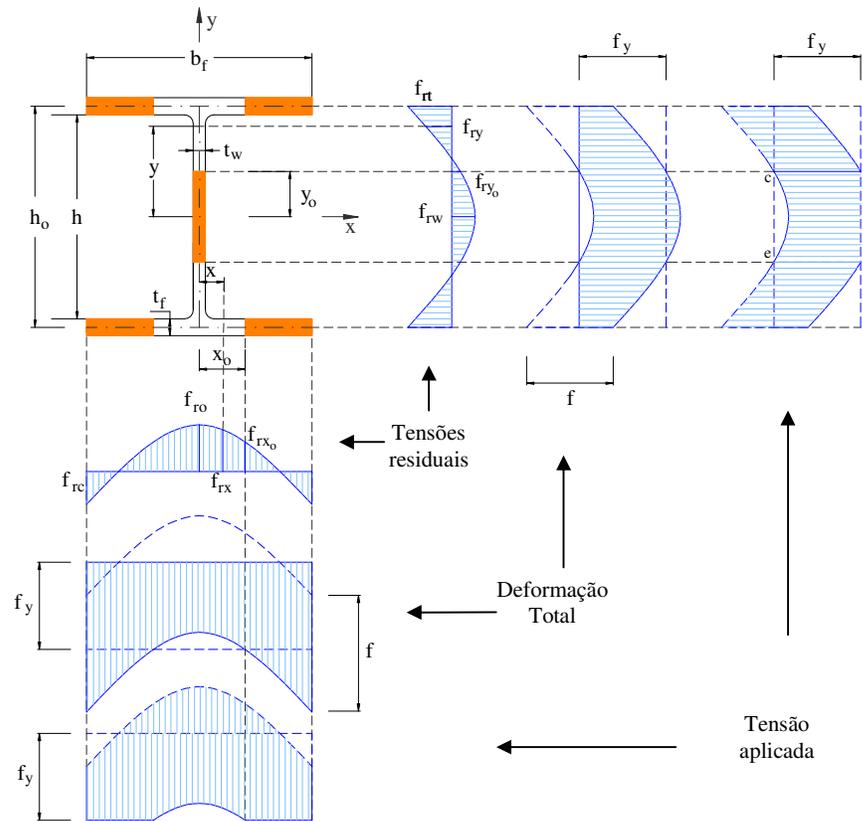


Figura II.4 - Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado – Flanges e alma parcialmente escoados.⁴²

Sendo a carga aplicada na seção transversal igual a:

$$N = \Delta N_p^{\text{flanges}} + \Delta N_e^{\text{flanges}} + \Delta N_p^{\text{alma}} + \Delta N_e^{\text{alma}}$$

onde:

$$\Delta N_p^{\text{flanges}} = \int_{x_0}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) 4t_f dx = 4t_f \int_{x_0}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) dx$$

$$\Delta N_e^{\text{flanges}} = 4t_f x_0 (f_y - f_{rx_0})$$

$$\Delta N_p^{\text{alma}} = t_w (h - 2y_0) (f_y - f_{rx_0})$$

⁴² Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.

$$\Delta N_e^{\text{alma}} = \int_0^{y_0} (f_y - f_{ry}) 2t_w dy = 2t_w \int_0^{y_0} (f_y - f_{ry}) dy$$

A carga aplicada será:

$$N = 4t_f \int_{x_0}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) dx + 2t_w \int_0^{y_0} (f_y - f_{ry}) dy + [4t_f x_0 + t_w (h - 2y_0)] (f_y - f_{rx_0})$$

Dividindo a equação acima por (A),

$$N = 4t_f \int_{x_0}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) dx + 2t_w \int_0^{y_0} (f_y - f_{ry}) dy + [4t_f x_0 + t_w (h - 2y_0)] (f_y - f_{rx_0}) \quad (\div A)$$

teremos,

$$f_3 = \frac{N}{A} = \frac{4t_f}{A} \int_{x_0}^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) dx + \frac{2t_w}{A} \int_0^{y_0} (f_y - f_{ry}) dy + \frac{\overbrace{[4t_f x_0 + t_w (h - 2y_0)]}^{A_e}}{A} (f_y - f_{rx_0})$$

A_e é a área que permanece elástica.

A equação abaixo representa a tensão total quando as extremidades dos flanges e a alma estão parcialmente escoadas.

$$f_3 = f_y - \frac{4t_f}{A} \int_{x_0}^{\frac{b_f}{2}} f_{rx} dx - \frac{2t_w}{A} \int_0^{y_0} (f_y - f_{ry}) dy - \frac{A_e}{A} f_{rx_0}$$

II.1.4 QUARTO ESCOAMENTO

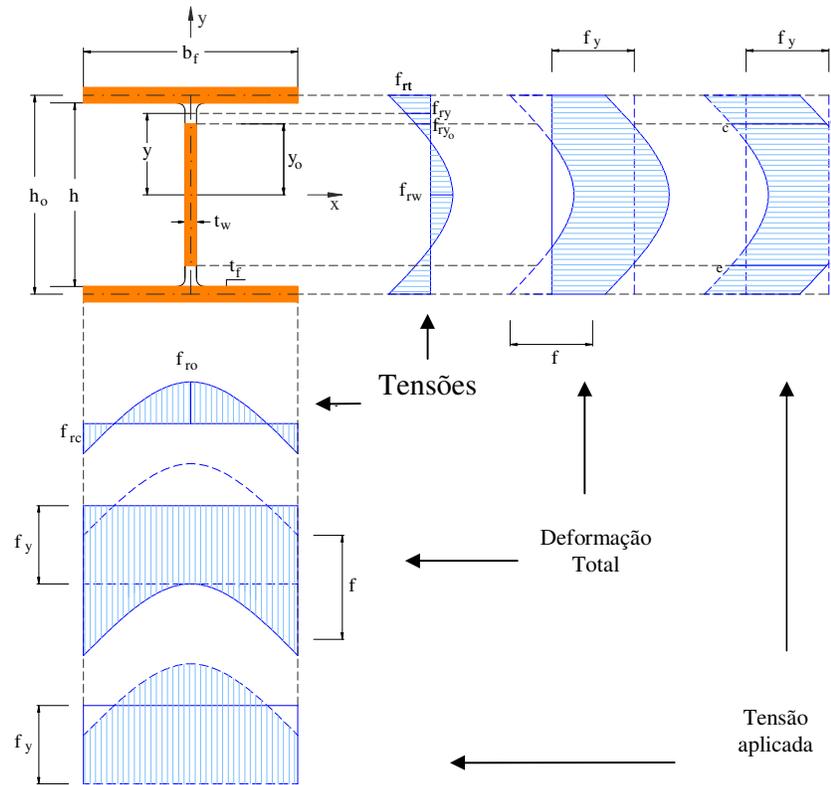


Figura II.5 - Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado – Flanges completamente escoados e alma parcialmente escoada.⁴³

Sendo a carga aplicada na seção transversal igual a:

$$P = \Delta P_p^{\text{flanges}} + \Delta P_p^{\text{alma}} + \Delta P_e^{\text{alma}}$$

onde:

$$\Delta N_p^{\text{flanges}} = \int_0^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) 4t_f dx = 4t_f \int_0^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) dx$$

$$\Delta N_p^{\text{alma}} = t_w (h - 2y_o) (f_y - f_{r_o})$$

⁴³ Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.

$$\Delta N_e^{\text{alma}} = \int_0^{y_o} (f_y - fr_y) 2t_w dy = 2t_w \int_0^{y_o} (f_y - fr_y) dy$$

A carga aplicada será:

$$N = 4t_f \int_0^{\frac{b_f}{2}} (f_y - fr_z) dz + 2t_w \int_0^{y_o} (f_y - fr_y) dy + t_w (h - 2y_o) (f_y - fr_o)$$

Dividindo a equação acima por (A),

$$N = 4t_f \int_0^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_z) dz + 2t_w \int_0^{y_o} (f_y - fr_y) dy + t_w (h - 2y_o) (f_y - fr_o) \quad (\div A)$$

teremos,

$$f_4 = \frac{N}{A} = \frac{4t_f}{A} \int_0^{\frac{b_f}{2}} (f_y - f_{rx}) dx + \frac{2t_w}{A} \int_0^{y_o} (f_y - f_{ry}) dy + \frac{\overbrace{[t_w (h - 2y_o)]}^{A_e}}{A} (f_y - f_{ro})$$

A_e é a área que permanece elástica.

A equação abaixo representa a tensão total quando as extremidades dos flanges estão completamente escoadas e a alma parcialmente escoada.

$$f_4 = f_y - \frac{4t_f}{A} \int_0^{\frac{b_f}{2}} f_{rx} dx - \frac{2t_w}{A} \int_0^{y_o} (f_y - f_{ry}) dy - \frac{A_e}{A} f_{ro}$$

II.1.5 QUINTO ESCOAMENTO

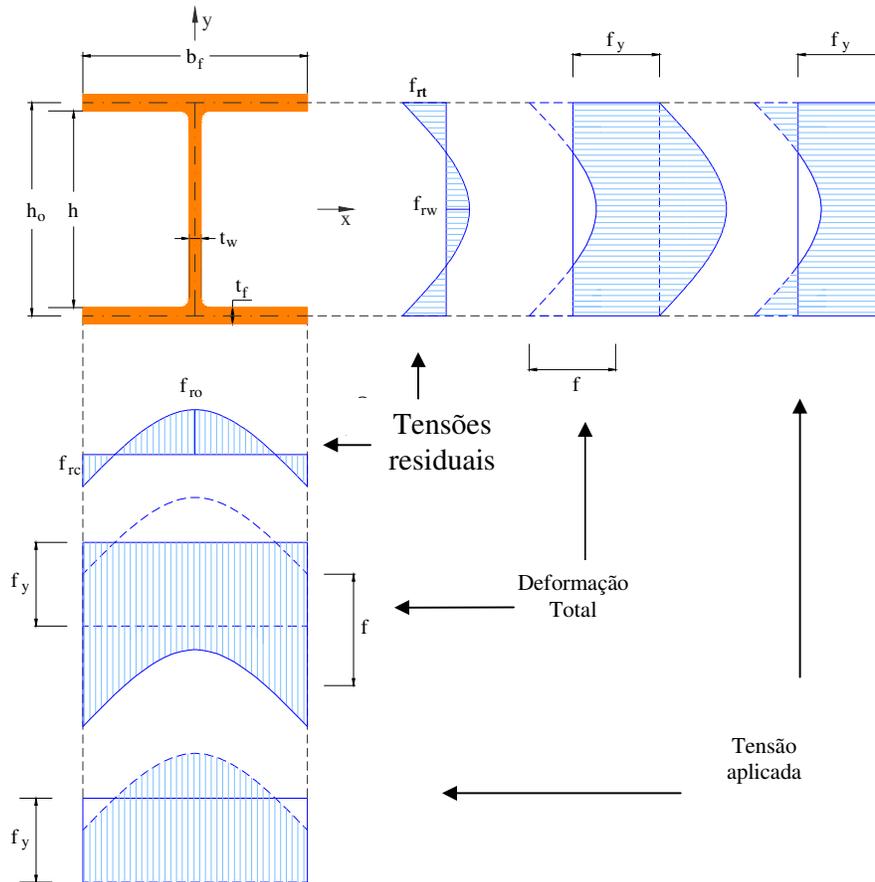


Figura II.6 - Distribuição de tensões e deformações no perfil laminado – Seção completamente escoada.⁴⁴

A equação abaixo representa a tensão total quando a seção transversal está completamente escoada.

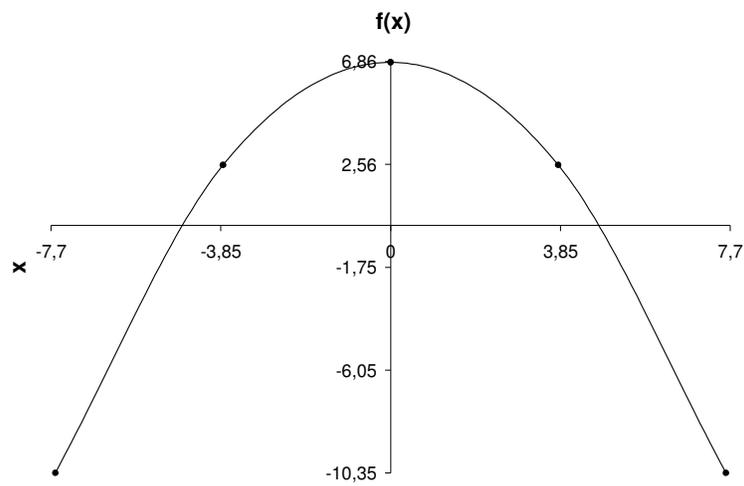
$$f_5 = f_y$$

⁴⁴ Adaptado: Residual stress and compressive strength of steel, Huber, A.W.; Beedle, L.S., 1954.

II.2 DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES DAS TENSÕES

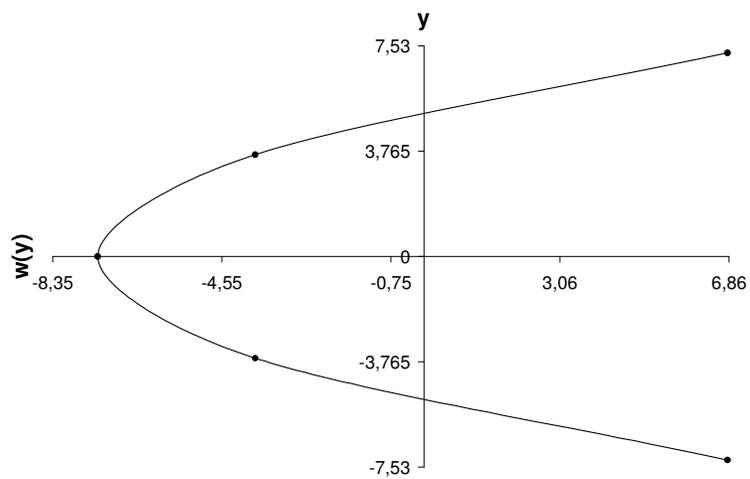
W150x22,5

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,2974x^2 + 6,8266$$

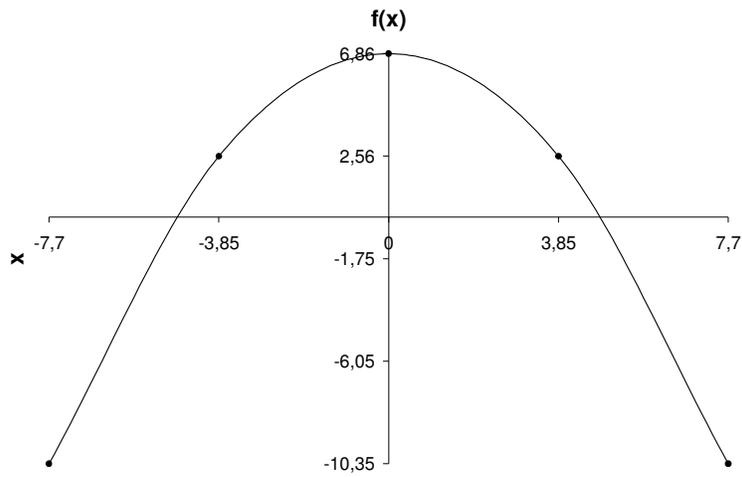
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,2672y^2 - 7,3375$$

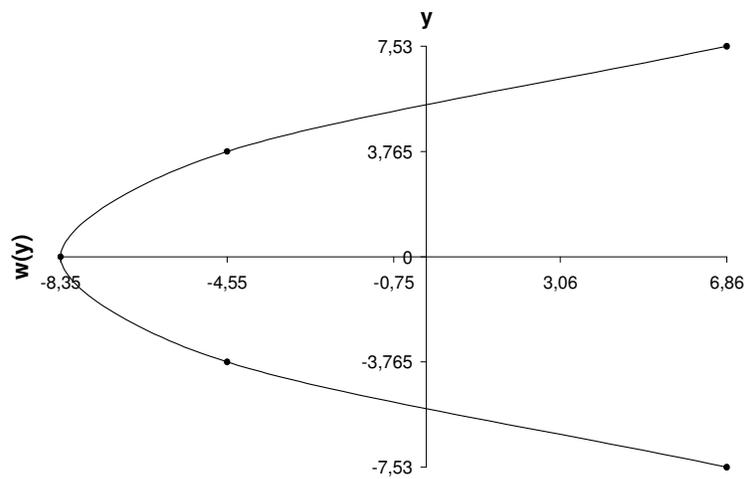
W150x37,1

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,2902x^2 + 6,8560$$

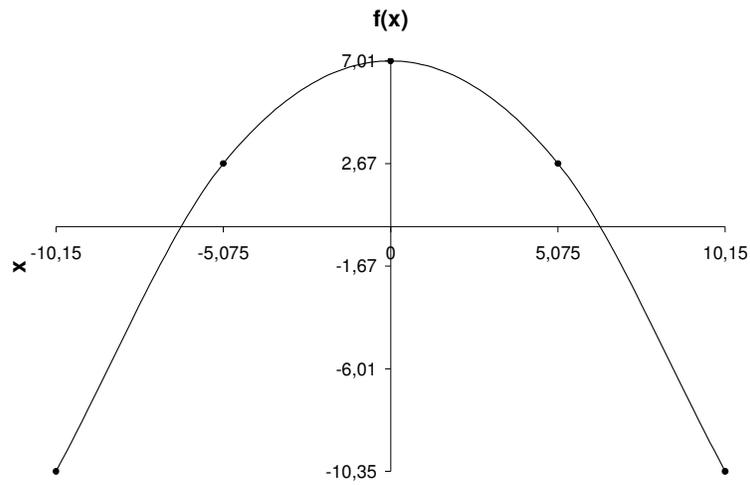
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,2682y^2 - 8,3514$$

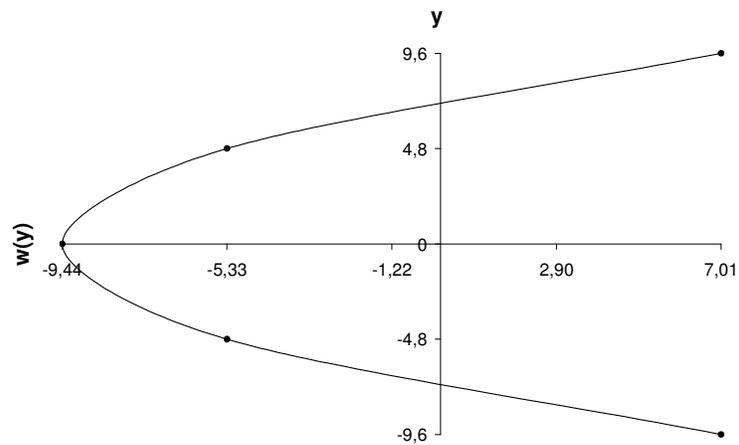
W200x46,1

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,1685x^2 + 7,0116$$

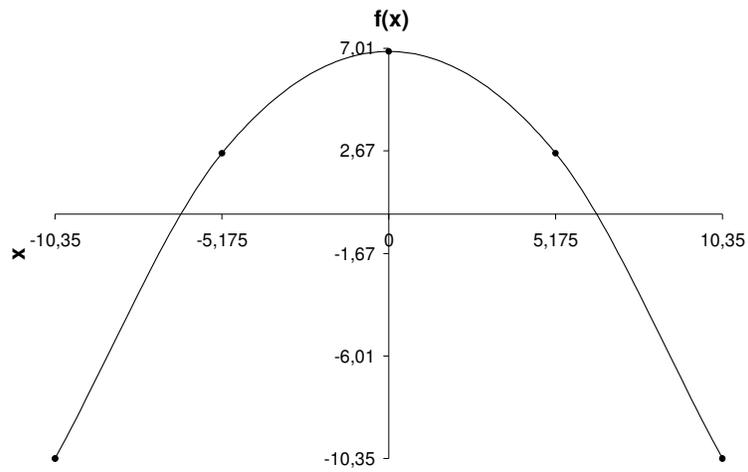
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,1785y^2 - 9,4392$$

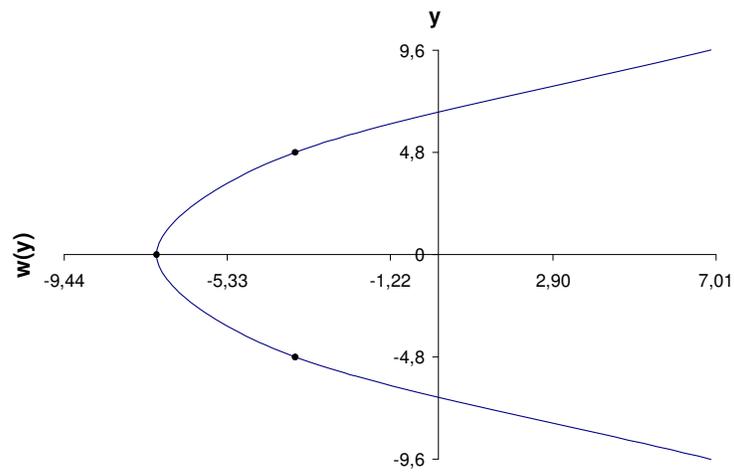
HP200x53,0

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,1608x^2 + 6,8802$$

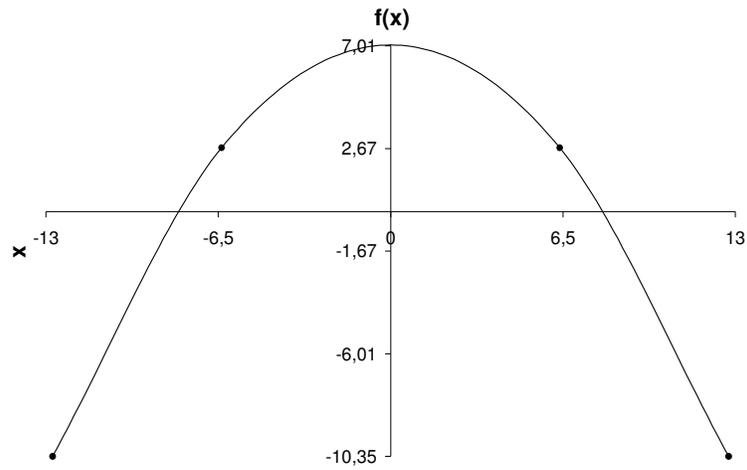
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,1513y^2 - 7,1114$$

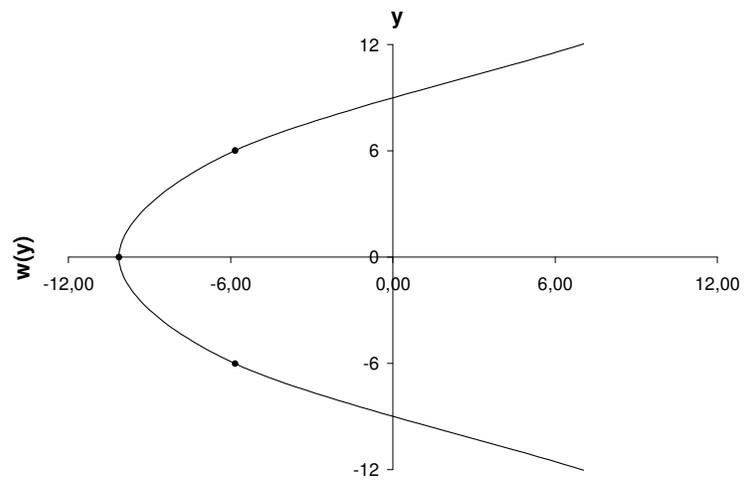
W250x80,0

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,1070x^2 + 7,0529$$

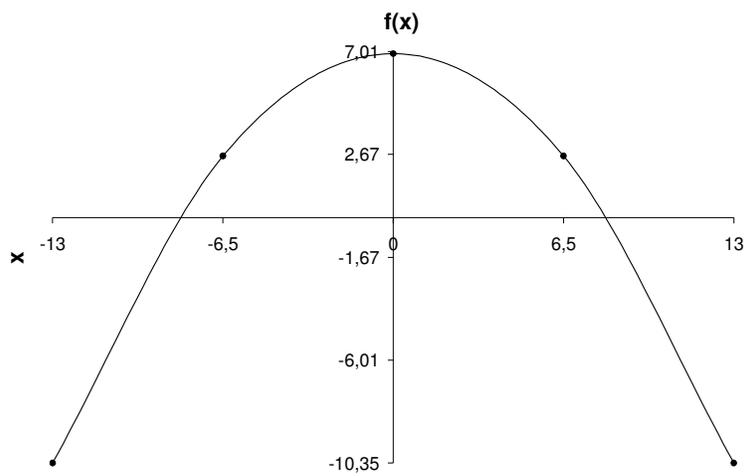
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,1187y^2 - 10,1326$$

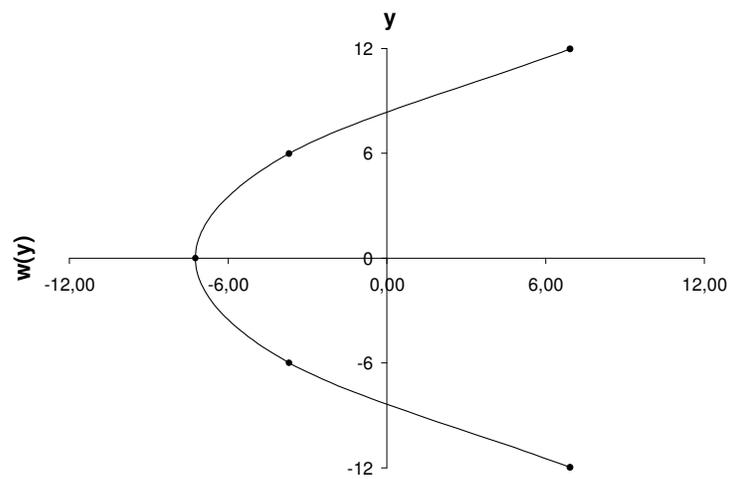
HP250x85,0

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,1022x^2 + 6,9171$$

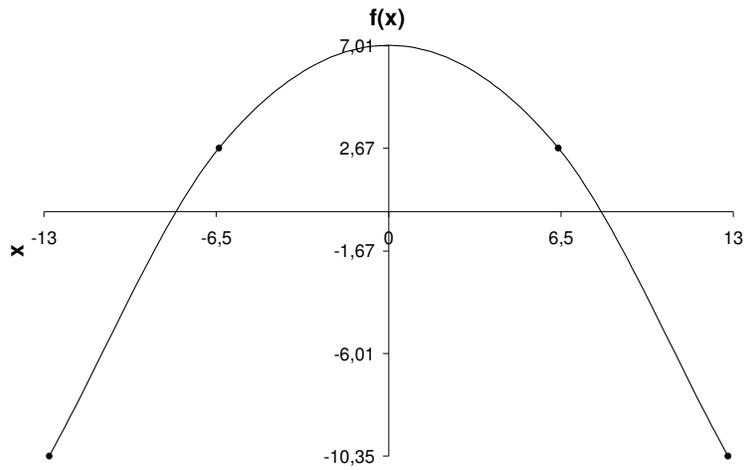
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,0988y^2 - 7,2426$$

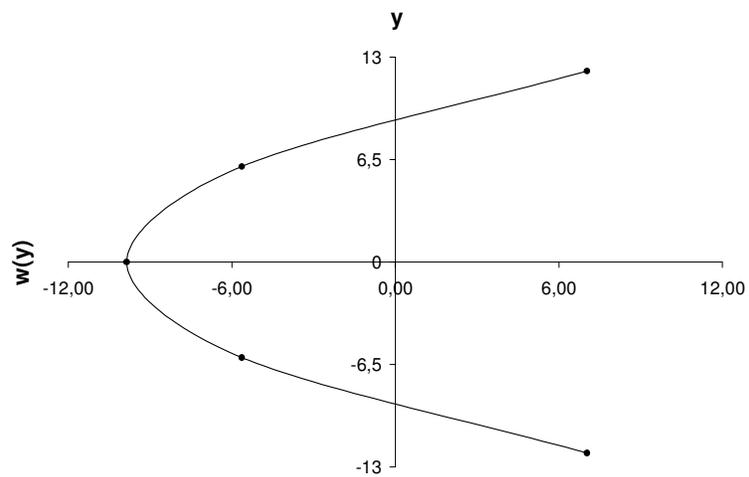
W250x89,0

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,1061x^2 + 7,0309$$

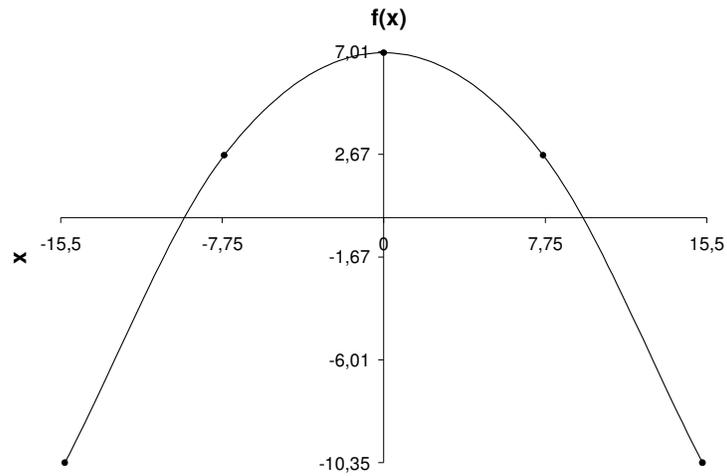
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,1150y^2 - 9,8563$$

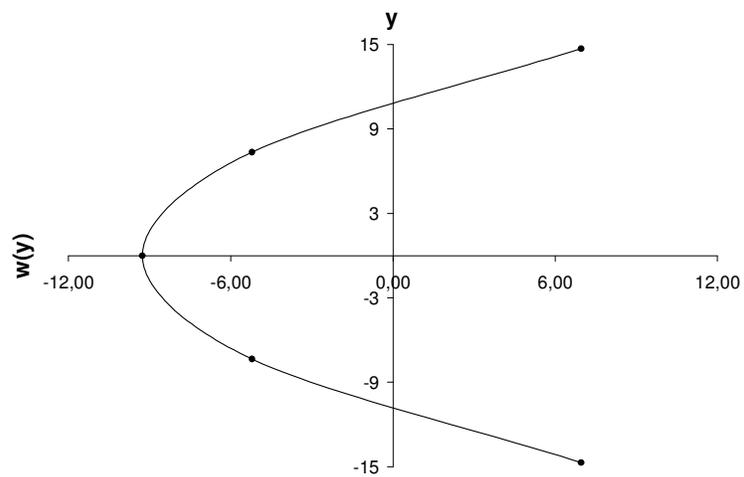
W310x107,0

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,0739x^2 + 6,9590$$

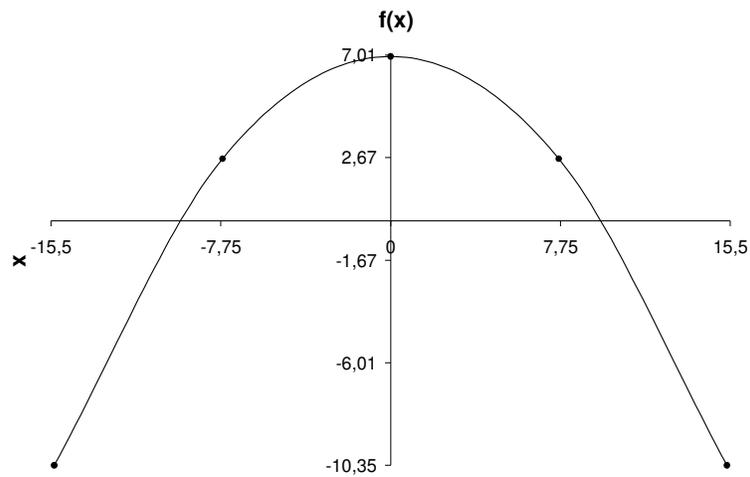
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,0751y^2 - 9,2714$$

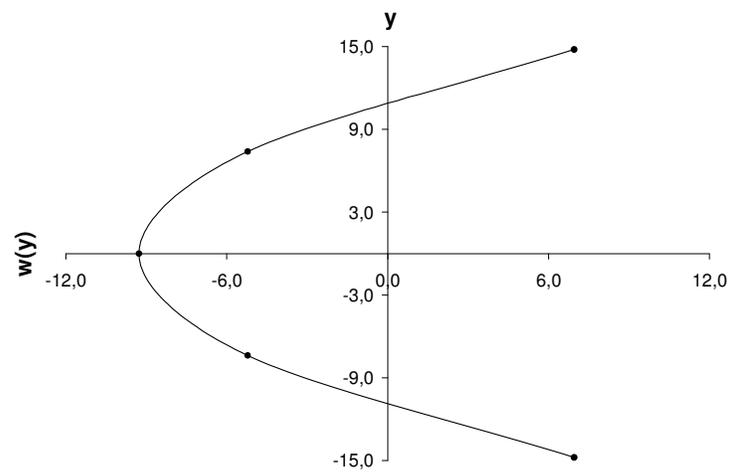
W310x117,0

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,0734x^2 + 6,9524$$

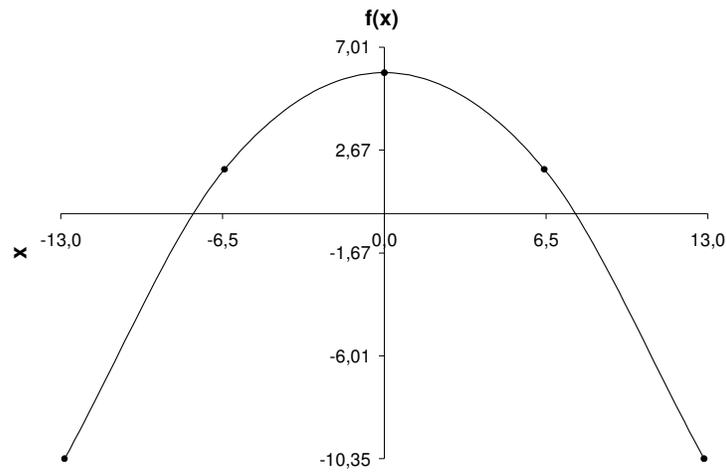
Distribuição de tensões residuais na alma



$$w(y) = 0,0742y^2 - 9,2758$$

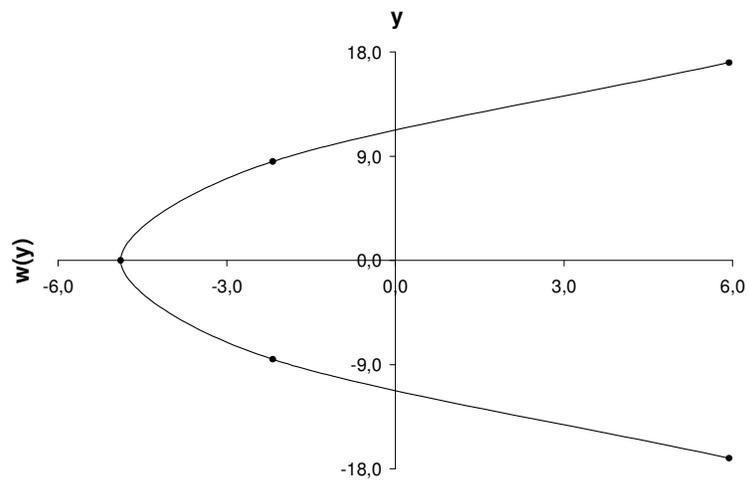
W360x122,0

Distribuição de tensões residuais nos flanges



$$f(x) = -0,0986x^2 + 5,9393$$

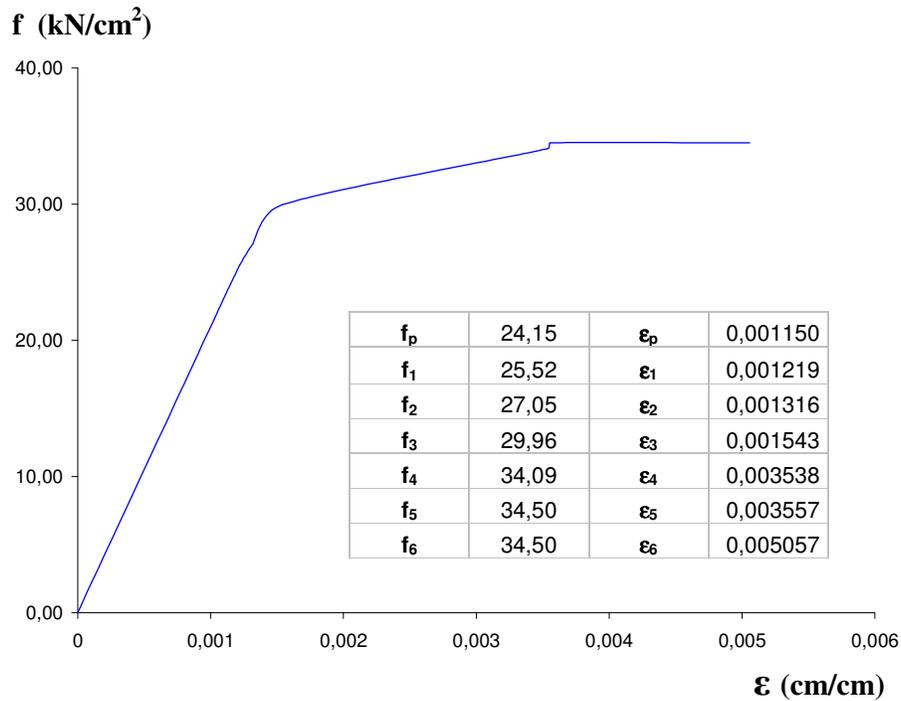
Distribuição de tensões residuais na alma



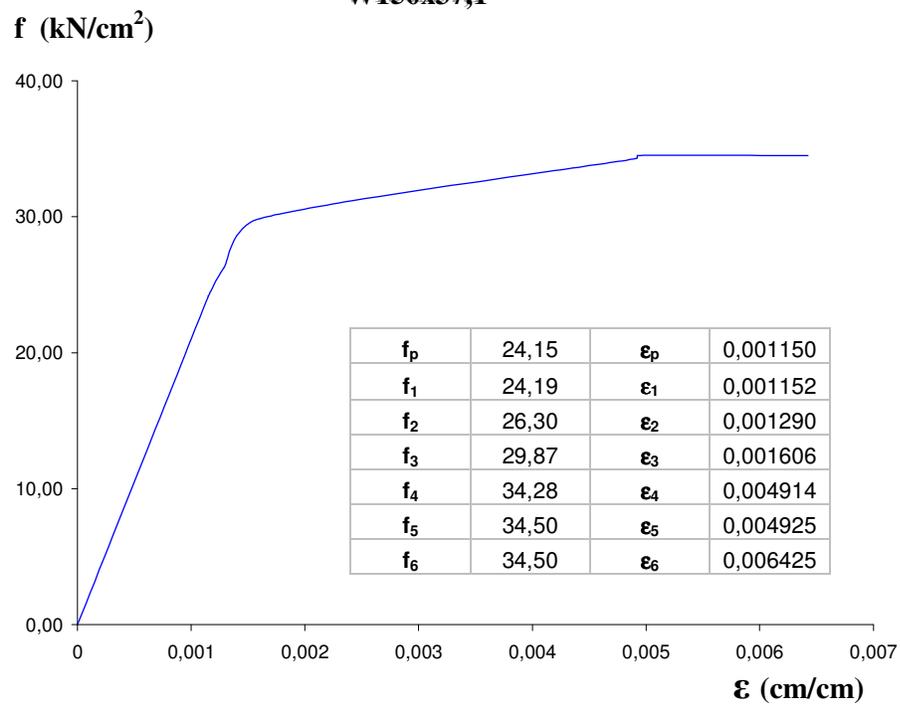
$$w(y) = 0,0371y^2 - 4,8887$$

II.3. DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

W150x22,5

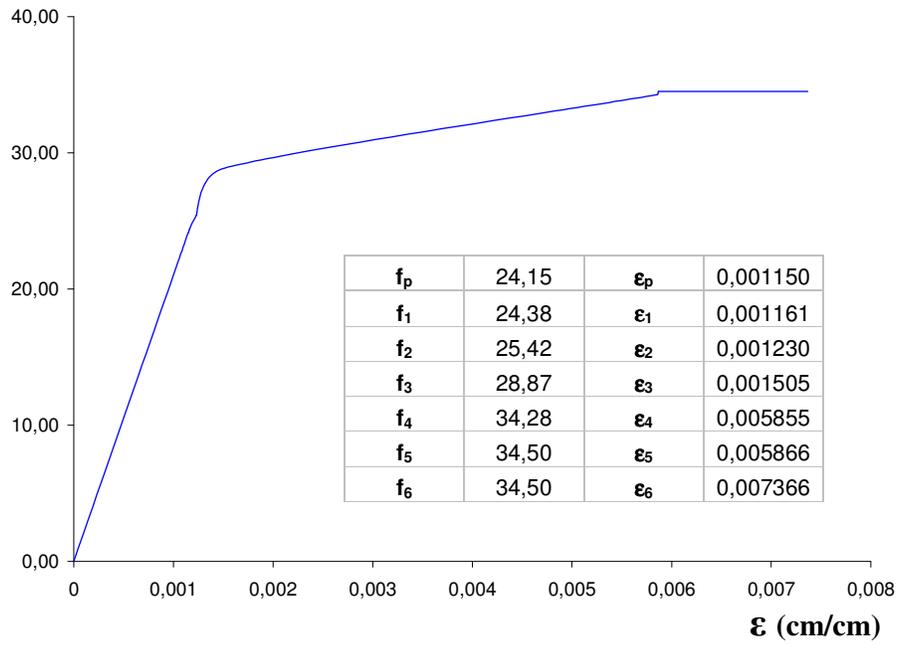


W150x37,1



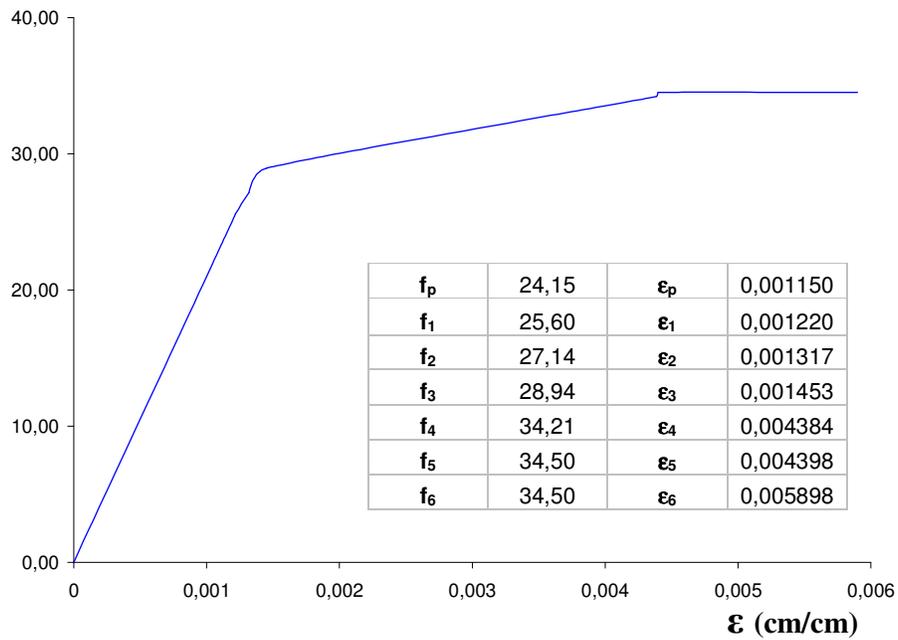
W200x46,1

f (kN/cm²)

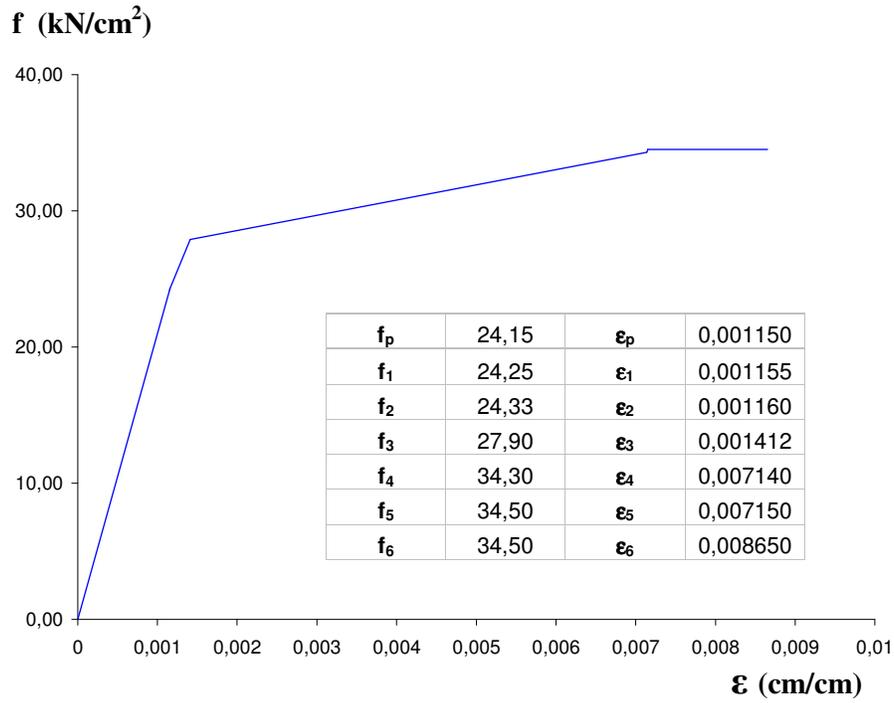


HP200x53,0

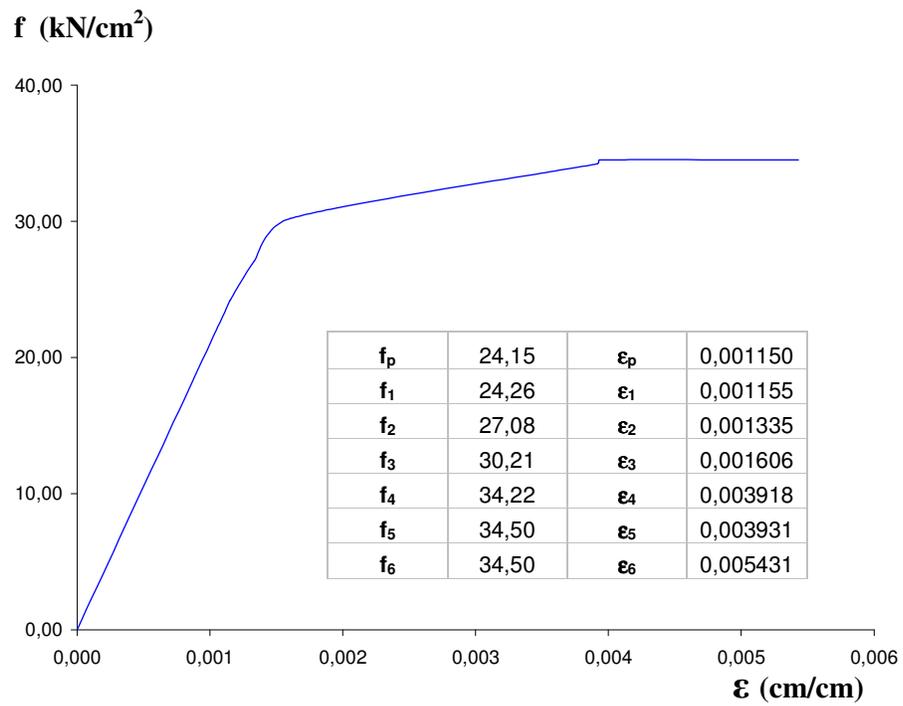
f (kN/cm²)



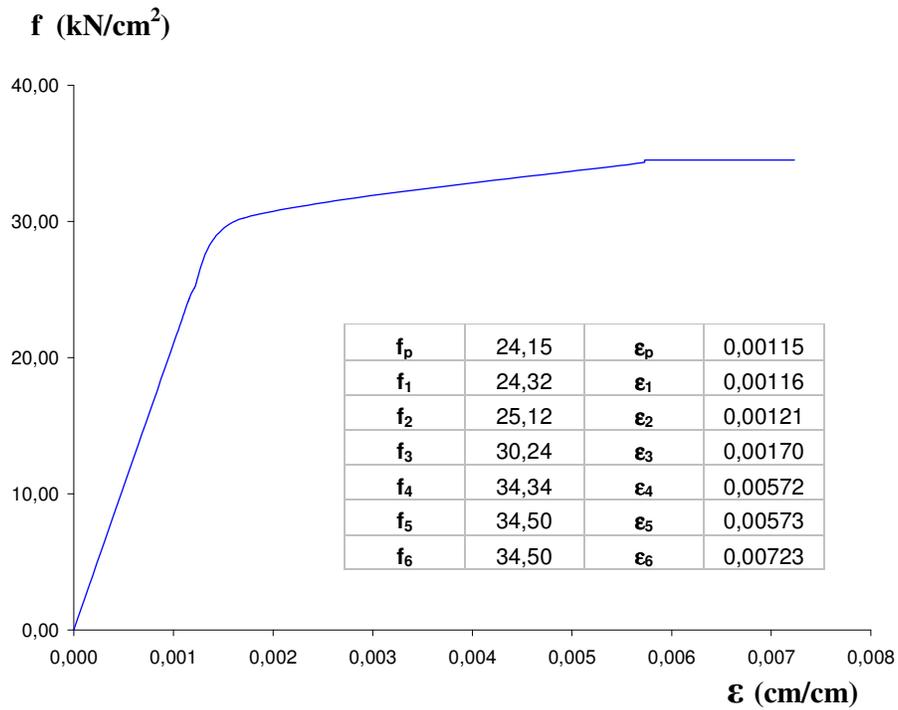
W250x80,0



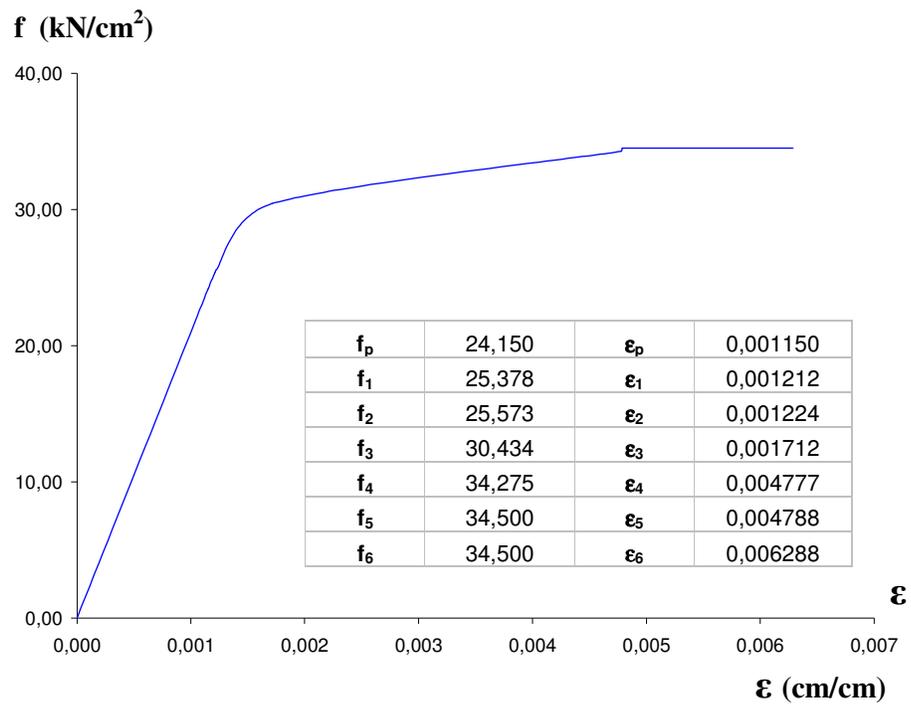
HP250x85,0

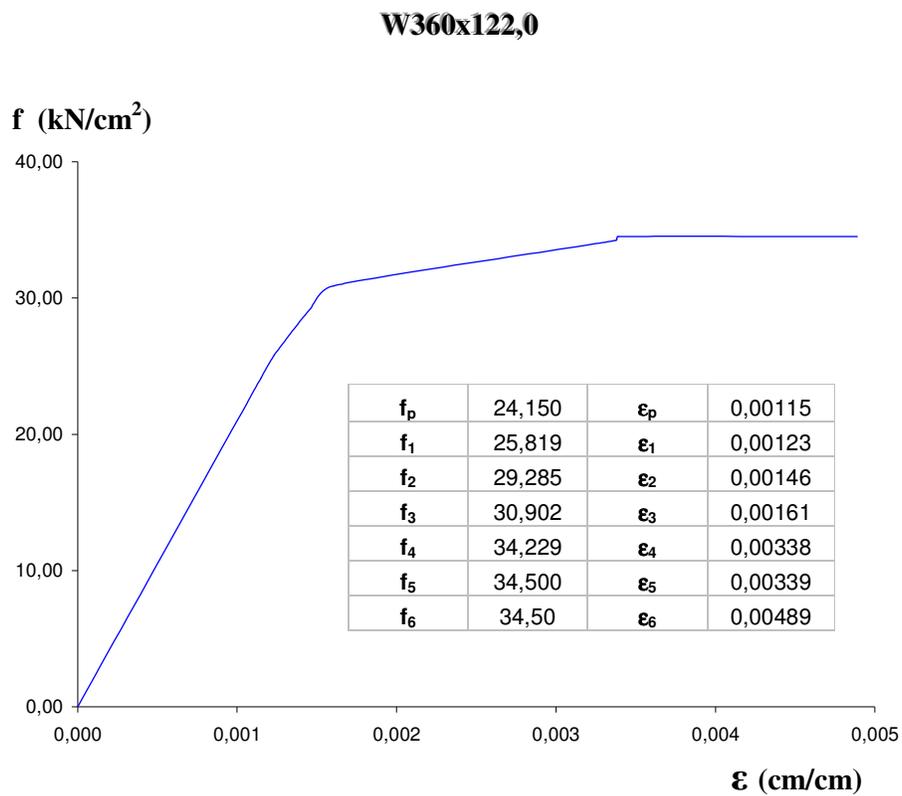
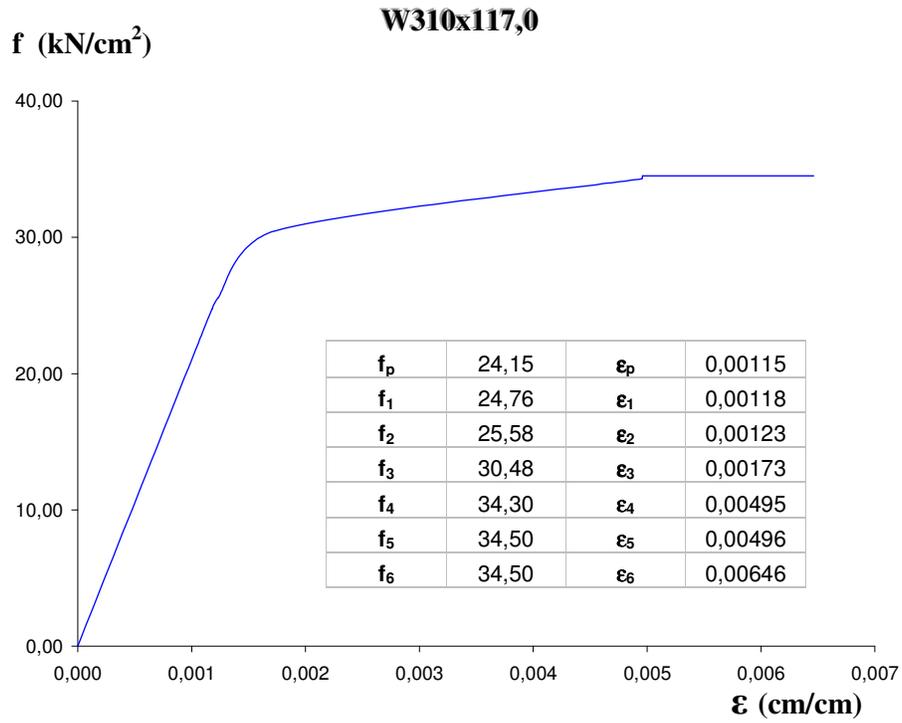


W250x89,0



W310x107,0





III.1. TABELAS

Nas tabelas a seguir apresentam-se as cargas críticas teóricas obtidas através das curvas de flambagem recomendadas pela NBR8800/86 e o Eurocode 3, os comprimentos efetivos de cada modelo estudado com seus respectivos índices de esbeltez e também as cargas críticas numéricas obtidas nas análises para a flambagem com relação aos eixos principais de inércia.

W150X22,5										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor inércia	L_x (cm)	λ_x	Maior inércia
	Menor inércia	Maior inércia	Menor inércia	Maior inércia			Menor inércia			Maior inércia
	N_c (kN)	N_b (kN)	N_c (kN)	N_b (kN)			N_{num} (kN)			N_{num} (kN)
0,2	1000,50	1000,50	1000,50	1000,50	57,0	15,6	933,47	102,0	15,7	960,48
0,4	897,77	926,54	866,67	898,38	113,0	30,9	836,42	202,0	31,0	870,44
0,6	785,78	837,48	769,39	816,66	169,0	46,3	760,38	302,0	46,4	790,40
0,8	662,49	724,82	660,39	714,25	225,0	61,6	697,35	402,0	61,7	708,35
1,0	540,21	597,32	546,81	595,49	282,0	77,3	605,30	504,0	77,4	640,32
1,2	433,99	478,37	443,47	480,95	340,0	93,2	496,25	604,0	92,8	524,26
1,4	349,39	381,89	358,67	385,74	396,0	108,5	400,20	704,0	108,1	423,21
1,6	284,36	308,06	292,43	311,87	452,0	123,8	323,16	806,0	123,8	339,17
1,8	234,63	252,18	241,36	255,55	508,0	139,2	264,13	906,0	139,2	276,14
2,0	196,28	209,57	201,83	212,42	566,0	155,1	217,11	1008,0	154,8	228,11
2,2	166,32	176,59	170,89	178,99	622,0	170,4	183,09	1108,0	170,2	191,10
2,4	142,58	150,66	146,36	152,68	678,0	185,7	152,08	1210,0	185,9	161,08

W150X37,1										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor	L_x (cm)	λ_x	Maior
	inércia	inércia	inércia	inércia			inércia			inércia
	N_c	N_b	N_c	N_b			N_{num}			N_{num}
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)			(kN)			(kN)
0,2	1638,75	1638,75	1638,75	1638,75	60,0	15,6	1597,78	108,0	15,8	1630,56
0,4	1470,48	1517,60	1419,54	1471,48	118,0	30,7	1481,43	212,0	30,9	1540,43
0,6	1287,05	1371,73	1260,21	1337,64	178,0	46,3	1348,69	316,0	46,1	1417,52
0,8	1085,11	1187,20	1081,68	1169,89	238,0	61,9	1214,31	424,0	61,9	1242,17
1,0	884,83	978,37	895,64	975,37	298,0	77,6	1032,41	532,0	77,7	1081,58
1,2	710,84	783,53	726,37	787,76	358,0	93,2	834,12	638,0	93,1	891,48
1,4	572,28	625,51	587,48	631,82	418,0	108,8	663,69	744,0	108,6	717,77
1,6	465,77	504,58	478,98	510,82	476,0	123,9	534,23	852,0	124,4	573,56
1,8	384,31	413,06	395,33	418,57	536,0	139,6	434,27	958,0	139,8	467,04
2,0	321,50	343,25	330,58	347,94	596,0	155,2	358,89	1064,0	155,3	385,11
2,2	272,43	289,24	279,91	293,17	656,0	170,8	301,53	1170,0	170,8	322,83
2,4	233,53	246,78	239,73	250,07	714,0	185,9	258,92	1276,0	186,3	273,67

W200x46,1										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor	L_x (cm)	λ_x	Maior
	inércia	inércia	inércia	inércia			inércia			inércia
	N_c (kN)	N_b (kN)	N_c (kN)	N_b (kN)			N_{num} (kN)			N_{num} (kN)
0,2	2021,70	2021,70	2021,70	2021,70	80,0	15,6	1910,51	138,0	15,7	1971,16
0,4	1814,11	1872,24	1751,26	1815,35	158,0	30,8	1675,99	272,0	30,9	1724,51
0,6	1587,81	1692,28	1554,70	1650,23	238,0	46,5	1568,84	408,0	46,3	1637,58
0,8	1338,68	1464,63	1334,45	1443,28	318,0	62,1	1419,23	544,0	61,7	1461,69
1,0	1091,59	1207,00	1104,93	1203,30	398,0	77,7	1235,26	680,0	77,2	1304,00
1,2	876,95	966,63	896,11	971,85	478,0	93,4	1010,85	818,0	92,8	1075,54
1,4	706,02	771,68	724,77	779,47	556,0	108,6	814,75	954,0	108,3	867,31
1,6	574,61	622,49	590,91	630,19	636,0	124,2	653,01	1090,0	123,7	697,49
1,8	474,11	509,59	487,71	516,38	716,0	139,8	531,71	1226,0	139,2	568,10
2,0	396,62	423,47	407,83	429,24	794,0	155,1	442,75	1364,0	154,8	464,99
2,2	336,09	356,83	345,32	361,68	874,0	170,7	371,99	1500,0	170,3	390,19
2,4	288,11	304,44	295,75	308,51	954,0	186,4	307,30	1636,0	185,7	331,56

HP200x53,0										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor	L_x (cm)	λ_x	Maior
	inércia	inércia	inércia	inércia			inércia			inércia
	N_c	N_b	N_c	N_b			N_{num}			N_{num}
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)			(kN)			(kN)
0,2	2349,45	2349,45	2349,45	2349,45	78,0	15,7	2243,72	134,0	15,7	2304,81
0,4	2108,21	2175,76	2035,17	2109,64	154,0	31,0	2055,77	264,0	30,9	2255,47
0,6	1845,22	1966,63	1806,74	1917,75	230,0	46,4	1867,81	396,0	46,3	1926,55
0,8	1555,70	1702,07	1550,79	1677,26	306,0	61,7	1693,95	528,0	61,7	1738,59
1,0	1268,56	1402,68	1284,06	1398,37	384,0	77,4	1456,66	660,0	77,2	1545,94
1,2	1019,12	1123,33	1041,39	1129,40	460,0	92,7	1193,52	792,0	92,6	1285,15
1,4	820,47	896,78	842,27	905,84	538,0	108,5	951,53	926,0	108,3	1024,36
1,6	667,76	723,40	686,71	732,35	614,0	123,8	765,92	1060,0	123,9	817,61
1,8	550,97	592,20	566,77	600,10	692,0	139,5	620,25	1194,0	139,7	662,54
2,0	460,92	492,12	473,94	498,83	768,0	154,8	514,53	1328,0	155,3	542,72
2,2	390,57	414,68	401,30	420,31	844,0	170,2	422,90	1460,0	170,8	453,44
2,4	334,82	353,80	343,70	358,53	922,0	185,9	359,47	1592,0	186,2	385,31

W250x80,0										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor	L_x (cm)	λ_x	Maior
	inércia	inércia	inércia	inércia			inércia			inércia
	N_c	N_b	N_c	N_b			N_{num}			N_{num}
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)			(kN)	(cm)		(kN)
0,2	3515,55	3515,55	3515,55	3515,55	102,0	15,7	3367,90	174,0	15,7	3501,49
0,4	3154,58	3255,66	3045,28	3156,72	202,0	31	3076,11	342,0	30,8	3374,93
0,6	2761,06	2942,72	2703,48	2869,59	302,0	46,4	2882,75	512,0	46,2	3040,95
0,8	2327,84	2546,86	2320,49	2509,73	402,0	61,7	2443,31	684,0	61,6	2489,01
1,0	1898,18	2098,86	1921,37	2092,43	504,0	77,4	2130,42	858,0	77,3	2228,86
1,2	1524,94	1680,88	1558,26	1689,95	606,0	93,1	1757,78	1030,0	92,8	1877,30
1,4	1227,70	1341,88	1260,31	1355,43	708,0	108,7	1409,74	1202,0	108,3	1515,20
1,6	999,19	1082,45	1027,54	1095,84	808,0	124,1	1139,04	1374,0	123,8	1216,38
1,8	824,44	886,12	848,08	897,95	908,0	139,5	928,11	1546,0	139,3	991,39
2,0	689,69	736,37	709,17	746,42	1008,0	154,8	769,91	1718,0	154,8	815,61
2,2	584,43	620,49	600,48	628,93	1110,0	170,5	646,86	1890,0	170,3	685,53
2,4	500,99	529,40	514,29	536,47	1210,0	185,9	551,94	2062,0	185,8	583,58

HP250x85,0										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor inércia	L_x (cm)	λ_x	Maior inércia
	Menor inércia	Maior inércia	Menor inércia	Maior inércia			N_{num}			N_{num}
	N_c (kN)	N_b (kN)	N_c (kN)	N_b (kN)			N_{num} (kN)			N_{num} (kN)
0,2	3743,25	3743,25	3743,25	3743,25	98	15,7	3630,95	166	15,6	3732,02
0,4	3358,90	3466,52	3242,53	3361,18	194	31,1	3443,79	326	30,6	3574,80
0,6	2939,89	3133,32	2878,58	3055,45	290	46,5	3065,72	492	46,2	3121,87
0,8	2478,61	2711,81	2470,79	2672,28	386	61,9	2743,80	658	61,8	2807,44
1,0	2021,13	2234,81	2045,82	2227,95	482	77,2	2343,27	824	77,4	2455,57
1,2	1623,71	1789,75	1659,18	1799,41	578	92,6	1909,06	990	93	2017,61
1,4	1307,22	1428,79	1341,94	1443,22	676	108,3	1516,02	1156	108,6	1617,08
1,6	1063,91	1152,56	1094,09	1166,82	774	124	1205,33	1322	124,2	1295,16
1,8	877,84	943,52	903,01	956,10	872	139,7	984,47	1488	139,8	1048,11
2,0	734,36	784,07	755,11	794,76	968	155,1	816,03	1652	155,3	864,69
2,2	622,28	660,68	639,37	669,66	1064	170,5	699,99	1816	170,7	722,45
2,4	533,44	563,69	547,60	571,22	1160	185,9	587,69	1980	186,1	617,64

W250x89,0										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor	L_x (cm)	λ_x	Maior
	inércia	inércia	inércia	inércia			inércia			inércia
	N_c	N_b	N_c	N_b			N_{num}			N_{num}
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)			(kN)			(kN)
0,2	3929,55	3929,55	3929,55	3929,55	102,0	15,6	3764,51	174,0	15,6	3925,62
0,4	3526,07	3639,05	3403,90	3528,46	202,0	31,0	3575,89	344,0	30,8	3693,78
0,6	3086,21	3289,27	3021,84	3207,52	302,0	46,3	3332,26	518,0	46,3	3399,06
0,8	2601,97	2846,78	2593,76	2805,28	402,0	61,7	2833,21	692,0	61,9	2884,29
1,0	2121,72	2346,03	2147,64	2338,84	504,0	77,3	2420,60	866,0	77,5	2495,26
1,2	1704,52	1878,82	1741,76	1888,97	606,0	92,9	1968,70	1040,0	93	2063,01
1,4	1372,27	1499,90	1408,73	1515,05	708,0	108,6	1571,82	1214,0	108,6	1677,92
1,6	1116,86	1209,92	1148,54	1224,89	810,0	124,2	1261,39	1388,0	124,1	1351,77
1,8	921,52	990,48	947,95	1003,69	912,0	139,9	1029,54	1562,0	139,7	1096,34
2,0	770,91	823,09	792,69	834,32	1012,0	155,2	856,64	1736,0	155,3	903,80
2,2	653,25	693,56	671,19	702,99	1112,0	170,5	723,04	1910,0	170,8	758,40
2,4	559,99	591,75	574,85	599,65	1212,0	185,9	616,94	2084,0	186,4	640,52

W310x107,0										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor	L_x (cm)	λ_x	Maior
	inércia	inércia	inércia	inércia			inércia			inércia
	N_c	N_b	N_c	N_b			N_{num}			N_{num}
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)			(kN)			(kN)
0,2	4705,80	4705,80	4705,80	4705,80	120,0	15,5	4446,98	210,0	15,6	4630,51
0,4	4222,61	4357,92	4076,32	4225,48	240,0	31,1	4282,28	420,0	31,1	4517,57
0,6	3695,86	3939,03	3618,78	3841,14	360,0	46,6	3759,93	630,0	46,7	3882,29
0,8	3115,97	3409,14	3106,13	3359,44	480,0	62,2	3388,18	840,0	62,3	3463,47
1,0	2540,85	2809,47	2571,89	2800,85	600,0	77,7	2889,36	1050,0	77,8	2978,77
1,2	2041,23	2249,97	2085,83	2262,12	720,0	93,3	2414,08	1250,0	92,7	2494,07
1,4	1643,36	1796,19	1687,01	1814,33	840,0	108,8	1882,32	1460,0	108,2	2023,49
1,6	1337,48	1448,93	1375,43	1466,85	960,0	124,3	1510,56	1670,0	123,8	1623,50
1,8	1103,56	1186,14	1135,21	1201,96	1080,0	139,9	1232,92	1880,0	139,4	1312,92
2,0	923,20	985,68	949,28	999,13	1198,0	155,2	1025,86	2090,0	154,9	1082,33
2,2	782,29	830,57	803,78	841,86	1316,0	170,5	865,87	2300,0	170,5	908,22
2,4	670,61	708,64	688,41	718,11	1434,0	185,7	738,81	2510,0	186,1	771,75

W310x117,0										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor	L_x (cm)	λ_x	Maior
	inércia	inércia	inércia	inércia			inércia			inércia
	N_c	N_b	N_c	N_b			N_{num}			N_{num}
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)			(kN)			(kN)
0,2	5171,55	5171,55	5171,55	5171,55	122,0	15,7	4944,00	212,0	15,6	5150,86
0,4	4640,54	4789,23	4479,77	4643,69	242,0	31,1	4716,45	416,0	30,7	4887,11
0,6	4061,66	4328,89	3976,95	4221,31	362,0	46,6	4240,67	626,0	46,2	4318,24
0,8	3424,37	3746,55	3413,56	3691,93	482,0	62,1	3733,86	836,0	61,6	3801,09
1,0	2792,32	3087,54	2826,44	3078,06	602,0	77,6	3180,50	1046,0	77,1	3309,79
1,2	2243,26	2472,65	2292,27	2486,01	722,0	93,0	2590,95	1256,0	92,6	2746,09
1,4	1806,01	1973,97	1853,98	1993,90	842,0	108,5	2073,79	1468,0	108,3	2228,94
1,6	1469,86	1592,34	1511,56	1612,03	962,0	123,9	1670,41	1678,0	123,7	1794,53
1,8	1212,79	1303,53	1247,57	1320,92	1082,0	139,4	1360,12	1888,0	139,2	1453,21
2,0	1014,57	1083,24	1043,23	1098,01	1202,0	154,9	1132,57	2098,0	154,7	1199,80
2,2	859,72	912,78	883,33	925,18	1322,0	170,4	951,57	2308,0	170,2	1003,28
2,4	736,99	778,78	756,54	789,18	1442,0	185,8	791,25	2518,0	185,7	853,31

W360X122,0										
$\bar{\lambda}$	Eurocode 3		NBR 8800		L_y (cm)	λ_y	Menor	L_x (cm)	λ_x	Maior
	inércia	inércia	inércia	inércia			inércia			inércia
	N_c	N_b	N_c	N_b			N_{num}			N_{num}
	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)			(kN)			(kN)
0,2	5357,85	5357,85	5357,85	5357,85	98,0	15,6	5357,85	238,0	15,5	5357,85
0,4	4807,71	4961,76	4641,14	4810,97	196,0	31,2	5063,17	478,0	31,1	5336,42
0,6	4207,97	4484,84	4120,21	4373,38	294,0	46,7	4891,72	718,0	46,8	5073,88
0,8	3547,73	3881,52	3536,53	3824,93	392,0	62,3	4463,09	948,0	61,7	4672,05
1,0	2892,91	3198,76	2928,26	3188,95	488,0	77,6	3996,96	1188,0	77,4	4120,19
1,2	2324,07	2561,73	2374,85	2575,56	584,0	92,8	3412,95	1428,0	93	3600,48
1,4	1871,06	2045,08	1920,77	2065,73	682,0	108,4	2770,01	1668,0	108,7	2957,53
1,6	1522,81	1649,70	1566,01	1670,11	780,0	124	2293,16	1908,0	124,3	2346,74
1,8	1256,48	1350,49	1292,51	1368,51	878,0	139,6	1757,37	2138,0	139,3	1869,89
2,0	1051,12	1122,26	1080,81	1137,57	976,0	155,2	1425,19	2378,0	154,9	1521,63
2,2	890,69	945,66	915,15	958,51	1074,0	170,7	1178,73	2618,0	170,5	1253,74
2,4	763,54	806,83	783,80	817,61	1172,0	186,3	991,20	2858,0	186,2	1039,42