

Universidade Federal de Ouro Preto – Escola de Minas
Departamento de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS METÁLICOS PLANOS

Danilo Luiz Santana Mapa

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica

Orientador: Prof. Dr. Marcílio Sousa da Rocha Freitas

Ouro Preto,
Dezembro de 2016

M297c Mapa, Danilo Luiz Santana.
Confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos [manuscrito] /
Danilo Luiz Santana Mapa. - 2016.
134f.: il.: color; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Marcílio Sousa da Rocha Freitas.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Construção Metálica.

1. Confiabilidade (Engenharia). 2. Pórticos estruturais. 3. MATLAB (Programa de computador). 4. Teoria das estruturas - Ligações semirrígidas. I. Freitas, Marcílio Sousa da Rocha. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 624.014

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS METÁLICOS PLANOS

AUTOR: DANILO LUIZ SANTANA MAPA

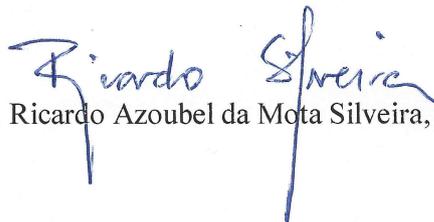
Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 16 de dezembro de 2016, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:



Prof. Marcilio Sousa da Rocha Freitas, D. Sc. – UFOP (Presidente)



Prof. André Luis Riqueira Brandão, D. Sc. – UNIFEI



Prof. Ricardo Azoubel da Mota Silveira, D. Sc. – UFOP



Prof. Francisco de Assis das Neves, D. Sc. – UFOP

Agradecimentos

A Deus por estar sempre presente em minha vida.

Aos meus pais Luiz e Sônia, minhas irmãs Sílvia e Michelle, meus cunhados Albano e Tiago e meu sobrinho Lucas por estarem diariamente ao meu lado ao longo dessa jornada.

Ao professor Marcílio Sousa da Rocha Freitas pela orientação, apoio, compreensão e paciência. Obrigado pela confiança e ensinamentos.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PROPEC / UFOP) pela atenção e ensinamentos, em especial aos professores Ricardo Azoubel da Mota Silveira, Andréa Regina Dias da Silva, Francisco de Assis das Neves e Arlene Maria Cunha Sarmanho.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Civil (DECIV / UFOP), em especial aos professores Jaime Florencio Martins e Geraldo Donizetti de Paula por me incentivarem a seguir a carreira acadêmica.

A todos os meus parentes, amigos, colegas de mestrado e meus alunos de graduação por torcerem pelo meu sucesso na finalização desse trabalho.

A todos aqueles que contribuíram de alguma forma na realização desse trabalho, em especial a Bruno Márcio Agostini e Tiago Vinícius Gonçalves pela ajuda com o CS-ASA.

Aos componentes da banca examinadora, em especial a André Luís Riqueira Brandão, pelas relevantes observações que em muito contribuíram na melhoria desse trabalho.

À CAPES pela ajuda financeira.

Resumo da Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

CONFIABILIDADE ESTRUTURAL DE PÓRTICOS METÁLICOS PLANOS

Danilo Luiz Santana Mapa

Dezembro/2016

Orientador: Marçílio Sousa da Rocha Freitas

Existem várias fontes de incertezas na análise estrutural, que devem ser consideradas em uma avaliação adequada da segurança estrutural. As normas de projeto estrutural têm tradicionalmente adotado o uso de coeficientes parciais de segurança para lidar com a presença de incertezas. Entretanto, a metodologia baseada em coeficientes parciais de segurança não permite o real conhecimento dos níveis de segurança de uma estrutura. O emprego de métodos para análise de confiabilidade estrutural possibilita quantificar, de forma probabilística, a segurança de uma estrutura, visto que permite a avaliação da probabilidade de violação de estados limites relevantes ao projeto estrutural. No presente trabalho foi desenvolvida em ambiente MATLAB uma ferramenta computacional objetivando realizar a análise de confiabilidade de pórticos metálicos planos via análise estrutural avançada em elementos finitos, considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações. A ferramenta desenvolvida emprega o método analítico FORM e o método de simulação de Monte Carlo para avaliar a probabilidade de falha de funções de desempenho formuladas para estados limites últimos de resistência e estados limites de deslocamentos em serviço, possibilitando avaliar o nível de segurança de estruturas com comportamento não linear. Para realização de análise estrutural avançada dos pórticos planos adotou-se o programa *Computational System for Advanced Structural Analysis* (CS-ASA) desenvolvido por Silva (2009). Utilizando a ferramenta computacional desenvolvida, realizou-se a análise de confiabilidade estrutural de diversos exemplos numéricos de pórticos metálicos planos encontrados na literatura. Mediante a análise dos resultados obtidos e comparação com os resultados encontrados por outros autores, foi possível validar a implementação computacional realizada, atestando sua precisão e eficiência na análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos. Os resultados dos exemplos numéricos mostraram ser essencial considerar a presença das ligações semirrígidas e os efeitos da não linearidade geométrica na análise e no projeto de pórticos.

Palavras-chave: Confiabilidade estrutural; pórticos metálicos planos; MATLAB; análise estrutural avançada; ligações semirrígidas.

Abstract of Dissertation presented as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Civil Engineering.

STRUCTURAL RELIABILITY OF TWO-DIMENSIONAL STEEL FRAMES

Danilo Luiz Santana Mapa

December/2016

Advisor: Marcílio Sousa da Rocha Freitas

There are various sources of uncertainty in structural analysis and these uncertainties should be taken into account in order to make proper assessment of structural safety. Design guidelines and codes have traditionally adopted partial safety factors to deal with the presence of uncertainties. However, partial safety factors may fail to convey the actual margin of the structures safety. The reliability methods make it possible to quantify, in a probabilistic way, the safety of a structure, since it allows the evaluation of the limit states violation probability, which are relevant to the structural design. In the present work, a computational tool was developed in MATLAB aims to perform the reliability analysis of two-dimensional steel frames, through advanced finite element structural analysis, considering the effects of geometric nonlinearity and semi-rigid connections. The tool developed employs the FORM method and the Monte Carlo simulation method to evaluate the probability of performance functions failure formulated in terms of the ultimate and serviceability limit states, making it possible to evaluate the safety level of structures with nonlinear behavior. In order to perform advanced structural analysis of steel frames, the program Computational System for Advanced Structural Analysis (CS-ASA) developed by Silva (2009) was adopted. Using the computational tool developed, the structural reliability analysis of several numerical examples of two-dimensional steel frames found in the literature was carried out. By analyzing the obtained results and comparing with the results found by other authors, it was possible to validate the computational implementation, attesting its accuracy and efficiency in the structural reliability analysis of steel frames. The results of the numerical examples show that it is essential to properly consider the presence of partially restrained connections and the effects of geometric nonlinearity in the analysis and design of frames.

Keywords: Structural reliability; 2D steel frames; MATLAB; advanced structural analysis; partially restrained connections.

Sumário

Lista de Figuras.....	viii
Lista de Tabelas	x
1 Introdução	1
1.1 Considerações iniciais	1
1.2 Justificativa.....	2
1.3 Objetivos	3
1.4 Confiabilidade estrutural no âmbito do PROPEC.....	4
1.5 Organização do trabalho.....	6
2 Métodos para Análise de Confiabilidade.....	7
2.1 Considerações iniciais	7
2.2 Função de desempenho	10
2.3 Método FOSM.....	12
2.4 Método AFOSM.....	13
2.5 Distribuição normal equivalente	14
2.6 Método analítico FORM	15
2.7 Método analítico SORM	18
2.8 Medidas de sensibilidade.....	19
2.9 Simulação de Monte Carlo	20
3 Análise Avançada de Pórticos Planos	22
3.1 Considerações iniciais	22
3.2 Análise não linear de pórticos planos.....	23
3.2.1 Não linearidade geométrica	25
3.2.2 Flexibilidade da ligação.....	26
3.3 O sistema computacional CS-ASA	30

4	Implementação Computacional.....	33
4.1	Considerações iniciais	33
4.2	Ferramenta computacional para análise de confiabilidade.....	33
4.2.1	Constituição e funcionamento da ferramenta computacional.....	35
4.3	Exemplo de utilização	43
4.3.1	Resultados da análise de confiabilidade do exemplo de utilização	51
5	Análises e Resultados.....	58
5.1	Considerações iniciais	58
5.2	Funções de desempenho	59
5.2.1	Funções de estado limite último	59
5.2.2	Funções de estado limite de serviço	62
5.3	Exemplos numéricos	63
5.3.1	Exemplo 1: pórtico plano de um andar com carregamento de vento uniformemente distribuído.....	63
5.3.2	Exemplo 2: pórtico plano de um andar com ligações semirrígidas.....	73
5.3.3	Exemplo 3: pórtico plano de dois andares com rigidez lateral insuficiente.....	111
5.3.4	Exemplo 4: pórtico plano de dois andares assimétrico com ligações semirrígidas	116
5.3.5	Exemplo 5: pórtico plano abatido biengastado de Williams.....	121
6	Considerações Finais	126
6.1	Conclusões.....	127
6.2	Sugestões para trabalhos futuros	130
	Referências	131

Lista de Figuras

2.1	Funções densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$	8
2.2	Efeito da posição relativa entre $f_R(r)$ e $f_S(s)$ na P_f	8
2.3	Efeito da dispersão de $f_R(r)$ e $f_S(s)$ na P_f	9
2.4	Conceito de estado limite	11
2.5	Estado limite linear no espaço de variáveis reduzidas	13
2.6	Representação gráfica do método analítico FORM	17
2.7	Representação gráfica dos métodos analíticos SORM e FORM.....	18
3.1	Elemento finito de pórtico plano adotado	23
3.2	Representação gráfica dos efeitos P- Δ e P- δ	25
3.3	Momento e rotação relativa de uma ligação semirrígida	27
3.4	Curvas momento-rotação para diferentes tipos de ligações	27
3.5	Curva típica momento-rotação de acordo com o modelo de Richard e Abbott ...	29
3.6	Configuração deformada do elemento finito de viga-coluna composto por molas fictícias	30
3.7	Programa CS-ASA: análises e efeitos considerados	31
3.8	Entrada de dados e saída de resultados do CS-ASA	32
4.1	Fluxograma de funcionamento e constituição da ferramenta computacional desenvolvida.....	42
4.2	Pórtico plano do exemplo de utilização	43
4.3	Arquivo de entrada <i>FILEINI.D</i>	45
4.4	Trecho do arquivo de saída <i>FILEOUT1.S</i> do problema proposto.....	46
4.5	Script <i>SETUP.m</i> do problema proposto	47
4.6	Função <i>LimitState.m</i> do problema proposto.....	48
4.7	Alterações no arquivo <i>FILEINI.D</i> de modo a indicar os locais das variáveis aleatórias	49
4.8	Função <i>ReadFILEOUT1.m</i> do problema proposto.....	50

4.9	Arquivo de entrada <i>FILEIN2.D</i>	55
4.10	Trecho do arquivo de saída <i>FILEOUT1.S</i> do problema proposto.....	56
5.1	Superfície de resistência para elementos de pórtico plano sujeitos a flexão composta.....	60
5.2	Pórtico plano do Exemplo 1	63
5.3	Pórtico plano do Exemplo 2	73
5.4	Pórtico plano do Exemplo 2 com ligações semirrígidas	75
5.5	Curvas momento-rotação das ligações semirrígidas	76
5.6	Geometria, carregamentos e seções do pórtico plano do Exemplo 3.....	111
5.7	Geometria, cargas nodais e ligações semirrígidas do pórtico plano do Exemplo 4.....	116
5.8	Geometria, carga atuante e discretização do pórtico plano do Exemplo 5.....	121
5.9	Trajetória de equilíbrio do pórtico plano do Exemplo 5	122
5.10	Índice de confiabilidade vs média da carga vertical P	125

Lista de Tabelas

4.1	Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias.....	44
4.2	Resultados da análise de confiabilidade estrutural: estado limite de deslocamento horizontal do nó 9 com base em análise estática linear do pórtico plano	52
4.3	Índice de confiabilidade obtido a cada iteração do algoritmo FORM	54
4.4	Índice de confiabilidade obtido por análise linear e não linear a cada iteração do FORM.....	57
5.1	Valores do coeficiente de flambagem para colunas isoladas	62
5.2	Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Haldar e Mahadevan (2000b).....	64
5.3	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último do nó 4 do elemento 4 (coluna).....	66
5.4	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último do nó 4 do elemento 4 (coluna) para $\mu_w = 0,50 \text{ kN/m}$ e $K = 2,10$	68
5.5	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de flexão pura do nó 2 do elemento 2	70
5.6	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de serviço referente ao deslocamento horizontal do nó 2.....	72
5.7	Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Gao (1994)	74
5.8	Esforços solicitantes de projeto e resultados da equação de interação.....	75
5.9	Propriedades estatísticas dos parâmetros das ligações segundo Gao (1994)	76
5.10	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em d , análise estática linear do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L$	77
5.11	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L$	79

5.12	Esforços solicitantes na viga e equação de interação nos pontos inicial e final do FORM.....	81
5.13	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 1) e carregamento $D + L$	82
5.14	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 2) e carregamento $D + L$	82
5.15	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 3) e carregamento $D + L$	83
5.16	Esforços solicitantes na viga e equação de interação nos pontos inicial e final do FORM.....	84
5.17	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para a viga do pórtico	85
5.18	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise estática linear do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L$	86
5.19	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L$	87
5.20	Esforços solicitantes na coluna e equação de interação nos pontos inicial e final do FORM.....	89
5.21	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 1) e carregamento $D + L$	91
5.22	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 2) e carregamento $D + L$	91
5.23	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 3) e carregamento $D + L$	92
5.24	Esforços solicitantes na coluna e equação de interação nos pontos inicial e final do FORM.....	92

5.25	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para a coluna do pórtico	93
5.26	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise estática linear do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L + W$	94
5.27	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L + W$	94
5.28	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 1) e carregamento $D + L + W$	97
5.29	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 2) e carregamento $D + L + W$	97
5.30	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 3) e carregamento $D + L + W$	98
5.31	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de deslocamento horizontal em b	99
5.32	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise estática linear do pórtico com ligações rígidas e carregamento L	100
5.33	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e carregamento L	100
5.34	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 1) e carregamento L	103
5.35	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 2) e carregamento L	103
5.36	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 3) e carregamento L	104

5.37	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de deslocamento vertical em c	105
5.38	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo FORM para o pórtico com ligações rígidas	106
5.39	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo FORM para o pórtico com ligações semirrígidas entre a viga e as colunas	106
5.40	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de resistência local na seção d da coluna, análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e variáveis correlacionadas	109
5.41	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de resistência local na seção d da coluna do pórtico plano com variáveis correlacionadas	110
5.42	Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Lee e Haldar (2003)	112
5.43	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em a , análise linear e não linear geométrica do pórtico plano e carregamento $D + L + H$	113
5.44	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em d , análise linear e não linear geométrica do pórtico plano e carregamento L	113
5.45	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga ce na seção c , análise linear e não linear geométrica do pórtico plano e carregamento $D + L + H$	114
5.46	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna eg na seção e , análise linear e não linear geométrica do pórtico plano e carregamento $D + L + H$	114
5.47	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo FORM	115
5.48	Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Haldar e Mahadevan (2000b)	117
5.49	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal do nó 1, mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas	118

5.50	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal do nó 1, mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curvas 1, 2 e 3)	119
5.51	Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico plano com ligações semirrígidas	120
5.52	Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Zhou (1992)	122
5.53	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical do nó 5 e carregamento com valor médio de 25 <i>N</i>	123
5.54	Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical do nó 5 e carregamento com valor médio de 67 <i>N</i>	123

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações iniciais

As estruturas devem oferecer segurança e boas condições de utilização. Segurança significa que a estrutura ou parte dela não irá se romper ou falhar durante a sua vida útil. Já o oferecimento de boas condições de utilização significa que a estrutura não apresentará deformações ou deslocamentos excessivos, que prejudiquem ou impeçam sua utilização.

Além de oferecer essas condições, deve-se buscar também um projeto estrutural econômico. Para facilitar a solução deste problema foram criadas normas de projeto objetivando regulamentar o dimensionamento da estrutura e de seus componentes, de forma a resultá-la segura, útil e econômica.

As normas de projeto definem critérios de segurança adotados para o projeto de estruturas. Tais critérios são chamados de estados limites e definem os estágios a partir dos quais a estrutura apresenta desempenho inadequado às finalidades para as quais foi projetada. As normas de projeto que empregam o Método dos Estados Limites utilizam coeficientes parciais de segurança, aplicados sobre as ações atuantes na estrutura e sobre as resistências nominais dos elementos estruturais, objetivando suprir todas as incertezas inerentes às variáveis de projeto. Entretanto, a metodologia baseada em coeficientes parciais de segurança não permite o conhecimento dos níveis de segurança de uma estrutura em serviço.

A Teoria da Confiabilidade Estrutural é empregada com o objetivo de avaliar o desempenho estrutural em termos probabilísticos, visto que se baseia na determinação de probabilidades de falha ou índices de confiabilidade de funções que representam estados

limites. As variáveis de projeto são tratadas como variáveis aleatórias associando-as a distribuições de probabilidade adequadas que considerem suas incertezas. Desta forma, busca-se uma melhor quantificação da segurança estrutural e consequente obtenção de estruturas mais seguras. Também é possível determinar os estados limites mais críticos para uma determinada estrutura mediante o emprego dos conceitos de confiabilidade, obtendo-se estruturas confiáveis em função do conhecimento do nível de segurança com relação aos estados limites e determinação do estado limite governante.

1.2 Justificativa

O estudo da confiabilidade estrutural se relaciona com a avaliação da probabilidade de violação de um estado limite, o que inclui tanto a segurança contra a falha estrutural ou colapso de parte da estrutura, conhecida como estado limite último, quanto a disfunção no uso da estrutura, conhecida como estado limite de serviço. Uma vez definidos os estados limites relevantes ao projeto estrutural, deve-se calcular o nível de segurança com respeito a esses estados. A identificação das incertezas presentes no projeto constitui o passo inicial deste processo de cálculo.

A análise e o projeto das estruturas são conduzidos sob condições de incerteza. As incertezas em problemas estruturais segundo Zhou (1992), vêm de três fontes principais: (1) incertezas do ambiente; (2) incertezas estruturais e (3) incertezas do modelo. As incertezas do ambiente são devidas à dificuldade em prever valores corretos para os carregamentos externos. As fontes de incertezas estruturais são atribuídas aos parâmetros estruturais, tais como a geometria, as propriedades dos materiais e das seções transversais, das ligações e das condições de contorno. As incertezas do modelo são provenientes de informações estatísticas incompletas das variáveis e simplificações adotadas na modelagem do sistema estrutural.

Segundo Madsen *et al.* (2006), os métodos de confiabilidade estrutural são divididos em níveis, de acordo com a quantidade de informação usada relativa às variáveis de projeto. Assim sendo, os métodos que empregam apenas um valor “característico” para cada variável incerta, por exemplo o Método dos Estados Limites que emprega coeficientes parciais de segurança, são chamados de métodos de nível *I*. Quando são utilizados dois valores (usualmente média e variância) para cada variável incerta, eles são chamados de métodos de nível *II*, e quando utilizam a função densidade de probabilidade das variáveis incertas para

a determinação da probabilidade de falha da estrutura (usada com medida de sua confiabilidade) são chamados de métodos de nível *III*.

Segundo Madsen *et al.* (2006), os métodos de confiabilidade de níveis mais altos, por exemplo, dos níveis *II* e *III*, podem ser utilizados para calibração dos coeficientes parciais necessários nas normas de projeto que empregam o Método dos Estados Limites (nível *I*).

No presente trabalho foram utilizados métodos de confiabilidade de nível *III* na avaliação dos níveis de segurança relacionados aos estados limites relevantes ao projeto das estruturas, utilizando-se análise estrutural avançada. Os métodos de nível *III* empregados no presente trabalho permitem conhecer o real nível de segurança de estruturas, usualmente projetadas por métodos de nível *I*.

1.3 Objetivos

O objetivo geral do presente estudo é desenvolver uma ferramenta computacional em linguagem de programação MATLAB (MathWorks, 2016) para a análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos via análise estrutural avançada, considerando o comportamento não linear geométrico e a flexibilidade das ligações, possibilitando avaliar o nível de segurança de estruturas com comportamento não linear. Os objetivos específicos para se alcançar o objetivo geral são listados a seguir:

- Empregar os métodos de confiabilidade FORM (*First Order Reliability Method*) e simulação de Monte Carlo na implementação computacional, de forma a avaliar a probabilidade de falha de funções de desempenho formuladas para estados limites últimos de resistência e estados limites de deslocamentos em serviço;
- Realizar o acoplamento da ferramenta de análise de confiabilidade desenvolvida com o programa *Computational System for Advanced Structural Analysis* (CS-ASA) desenvolvido por Silva (2009) com base no Método dos Elementos Finitos (MEF). O CS-ASA possui recursos para a realização de análises estruturais avançadas que considerem a não linearidade geométrica bem como a não linearidade física das ligações semirrígidas. Será empregado o modelo matemático de potências de quatro parâmetros proposto por Richard e Abbott (1975) para representação do comportamento não linear das curvas momento-rotação das ligações semirrígidas;
- Validar a implementação computacional realizada, através da análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos cujos resultados encontrados na literatura serão comparados com os resultados obtidos no presente estudo. Nesses exemplos

numéricos de validação serão consideradas como aleatórias as variáveis que representam os carregamentos externos atuantes, as propriedades dos materiais, as propriedades geométricas das seções transversais e também a aleatoriedade relativa aos quatro parâmetros que caracterizam a flexibilidade das ligações no modelo de Richard e Abbott (1975);

- Investigar os efeitos da não linearidade geométrica, da flexibilidade das ligações e da existência de variáveis correlacionadas nos resultados das análises de confiabilidade realizadas, bem como identificar o estado limite governante após a obtenção de índices de confiabilidade para diferentes estados limites em diferentes seções dos pórticos planos analisados.

Ressalta-se que o presente trabalho vai ao encontro dos objetivos da linha de pesquisa de Engenharia Estrutural e de Materiais, da área de concentração em Construção Metálica, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PROPEC) do Departamento de Engenharia Civil (DECIV) da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

1.4 Confiabilidade estrutural no âmbito do PROPEC

Diversos trabalhos empregando a Teoria da Confiabilidade Estrutural foram desenvolvidos por pesquisadores do PROPEC / UFOP. Nesta seção faz-se uma revisão da literatura desses trabalhos publicados no âmbito do PROPEC.

Barbosa (2004) verificou a viabilidade da aplicação de redes neurais artificiais do tipo *backpropagation* treinadas para a substituição de etapas necessárias ao método de simulação de Monte Carlo bem como para substituição de todo o processo de análise, com o objetivo de reduzir o custo computacional requerido nas análises de confiabilidade estrutural. Barbosa (2004) utilizou o ambiente de redes neurais disponíveis no MATLAB, o programa FERUM (Der Kiureghian, 2006) para análises de confiabilidade estrutural, além dos programas FTOOL e SAP2000 para análise estrutural.

Castanheira (2004) apresentou um estudo do nível de confiabilidade de vigas metálicas constituídas por perfis I laminados e projetadas segundo a norma ABNT NBR 8800 para o estado limite último de flexão, empregando na análise de confiabilidade os métodos FORM e simulação de Monte Carlo através do programa computacional CalREL, sendo feita também a calibração dos fatores de minoração de resistência da norma NBR 8800.

Brandão (2007) apresentou um estudo da segurança de elementos de barras e ligações de perfis formados a frio, para vários estados limites, objetivando avaliar os índices de

confiabilidade pelo método analítico FOSM para as relações entre ações permanentes e variáveis empregadas na calibração da norma americana AISI e para 6 combinações de ações, bem como a avaliação do fator de minoração da resistência para os estados limites considerados.

Brandão (2010), visando obter um diagnóstico preciso da segurança da Ponte Marechal Hermes, estrutura metálica que se encontrava em estado avançado de corrosão, realizou a análise de confiabilidade através do método de simulação de Monte Carlo com redução de variância e o programa ANSYS para a análise do sistema estrutural.

Amaral (2011) aplicou a teoria da confiabilidade estrutural para estimar a probabilidade de falha de dutos metálicos com defeitos causados por corrosão ao longo do tempo. Esse estudo foi conduzido em ambiente MATLAB, com caracterização explícita da função de falha obtida por soluções empíricas, e foi empregado o método analítico FORM para análise de confiabilidade estrutural.

Brandão (2012) realizou a análise de confiabilidade estrutural de vários estados limites para barras e ligações em perfis formados a frio projetadas segundo a norma ABNT NBR 14762:2010. Nesse estudo foi empregado o método FOSM para obtenção dos índices de confiabilidade e foram calculados coeficientes de ponderação da resistência para barras e ligações de perfis formados a frio.

Alves (2014) avaliou a confiabilidade estrutural de ligações soldadas e parafusadas em perfis formados a frio projetadas segundo a norma ABNT NBR 14762:2010, empregando os métodos analíticos FOSM e FORM para obtenção dos índices de confiabilidade.

Agostini (2014) desenvolveu, junto ao código computacional em Fortran do CS-ASA (Silva, 2009), um Módulo de Confiabilidade Estrutural (MCE) que emprega o método analítico FORM na análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos com ligações semirrígidas. Nesse trabalho, foram avaliados os níveis de segurança estrutural somente para estados limites de serviço estabelecidos em função de deslocamentos limites.

Ferreira (2015) apresentou procedimentos matemáticos, via geometria diferencial, para o cálculo das curvaturas principais de superfícies de estado limite genéricas no ponto de projeto (obtido pelo FORM), tendo como objetivo final a utilização dessas curvaturas no método SORM DG (*Second Order Reliability Method by Differential Geometry*) apresentado por esse autor. Ferreira (2015) realizou, em ambiente MATLAB, a análise de confiabilidade de componentes de dezesseis superfícies pelos métodos SORM e SORM DG, além do método de simulação de Monte Carlo, utilizado na aferição dos resultados obtidos pelos outros métodos.

1.5 Organização do trabalho

Este trabalho é constituído por seis capítulos. Após o presente capítulo introdutório, inicia-se o Capítulo 2 que apresenta a revisão bibliográfica da teoria de confiabilidade estrutural, apresentando uma visão sobre os métodos analíticos e o método de simulação de Monte Carlo para análise de confiabilidade estrutural.

No Capítulo 3 estão descritos os aspectos relativos à análise avançada de pórticos metálicos planos relacionados à não linearidade geométrica e a flexibilidade das ligações, bem como uma apresentação das características gerais do sistema computacional CS-ASA (Silva, 2009).

O Capítulo 4 aborda a implementação computacional necessária ao desenvolvimento da ferramenta computacional para a análise de confiabilidade de pórticos metálicos planos. Nesse capítulo os arquivos que constituem a ferramenta computacional bem como um exemplo de utilização que detalha seu funcionamento são apresentados.

O Capítulo 5 apresenta exemplos numéricos de pórticos planos cujos resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos no presente trabalho e por outros autores para funções de desempenho de estado limite último e de estado limite de serviço foram comparados e analisados de forma a validar a ferramenta computacional desenvolvida no presente trabalho.

Finalmente no Capítulo 6 são apresentadas as principais conclusões do presente trabalho e são fornecidas também algumas sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros, tendo em vista dar continuidade ao presente trabalho na análise de confiabilidade de pórticos planos mediante análise estrutural avançada.

Capítulo 2

Métodos para Análise de Confiabilidade

2.1 Considerações iniciais

Problemas de confiabilidade em engenharia podem ser definidos como a determinação da capacidade de um sistema que atenda a determinadas condições. Na consideração da segurança de uma estrutura, a preocupação é assegurar que a resistência da estrutura seja suficiente para suportar a atuação da máxima ação ou combinação de ações durante a sua vida útil.

Na análise de confiabilidade estrutural, a máxima solicitação, S , e a resistência disponível, R , são modeladas por variáveis aleatórias. O objetivo da análise de confiabilidade é assegurar o evento $(R > S)$ durante toda vida útil da estrutura em termos de probabilidade.

A falha ocorre se R for menor do que S e esse evento pode ser representado em termos de probabilidade como $P(R < S)$. Para as variáveis aleatórias R e S com distribuições de probabilidade conhecidas, contínuas e estatisticamente independentes, a probabilidade de falha P_f pode ser calculada através da seguinte expressão (Ang e Tang, 1984):

$$P_f = P(R < S) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{S > R} f_R(r) \cdot f_S(s) \cdot dr \cdot ds = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (2.1)$$

Sendo:

$F_R(s)$ é a função de distribuição acumulada da variável R ;

$f_S(s)$ é a função densidade de probabilidade da variável S ;

$f_R(r)$ é a função densidade de probabilidade da variável R .

A Equação (2.1) pode ser interpretada graficamente pela Figura 2.1, já que a sobreposição das curvas $f_R(r)$ e $f_S(s)$ representa uma medida de probabilidade de falha.

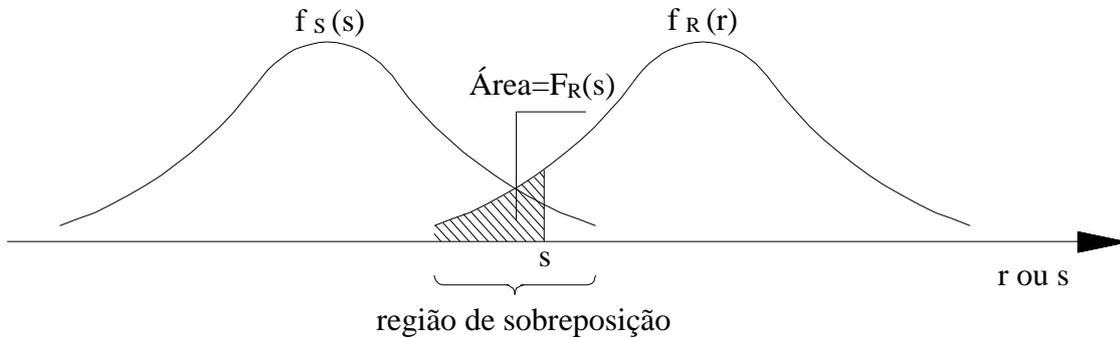


Figura 2.1 - Funções densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$ (Adaptado de Ang e Tang, 1984)

Com relação à sobreposição, observa-se que essa região depende das posições relativas de $f_R(r)$ e $f_S(s)$. Quando as duas curvas ficam mais afastadas a probabilidade de falha diminui, e quando as duas curvas ficam mais próximas esta probabilidade aumenta, como mostrado na Figura 2.2. Outro aspecto diz respeito ao fato da região de sobreposição depender do grau de dispersão de $f_R(r)$ e $f_S(s)$, como mostra a Figura 2.3. Mantidos os valores das médias e aumentando-se a dispersão de $f_R(r)$ ou de $f_S(s)$, ou de ambas, observa-se que a região de sobreposição aumenta.

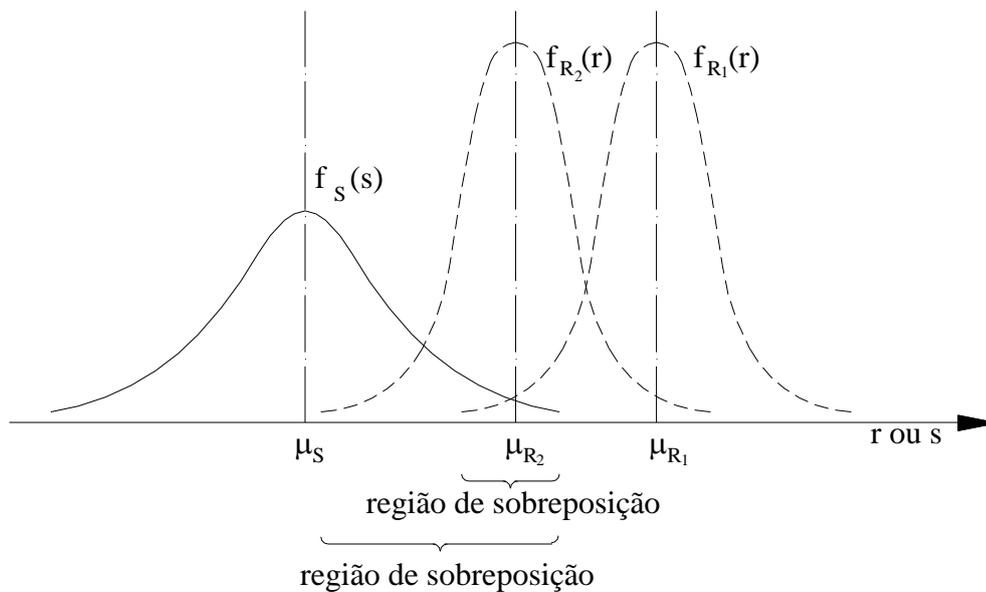


Figura 2.2 - Efeito da posição relativa entre $f_R(r)$ e $f_S(s)$ na P_f (Adaptado de Ang e Tang, 1984)

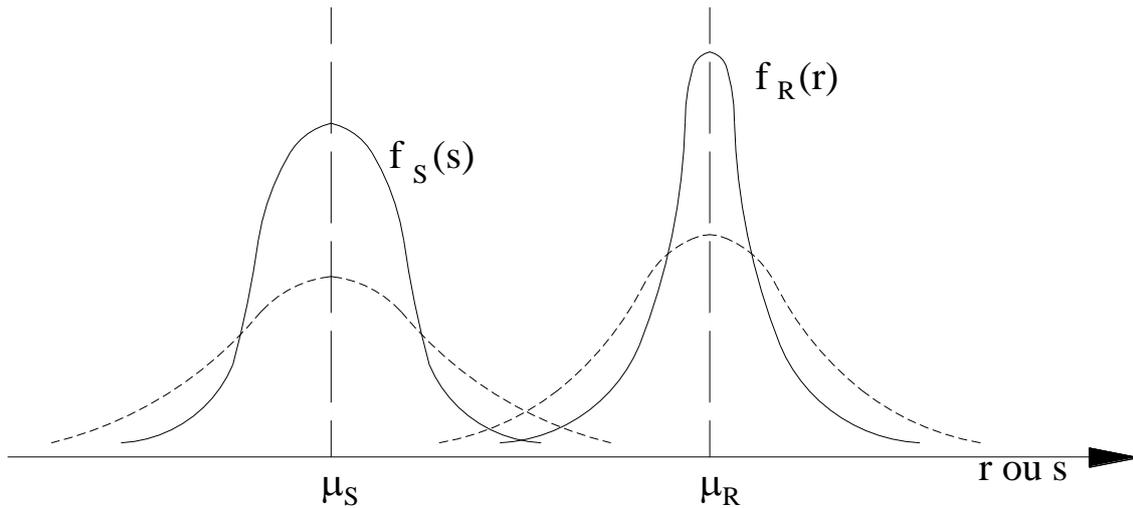


Figura 2.3 - Efeito da dispersão de $f_R(r)$ e $f_S(s)$ na P_f (Adaptado de Ang e Tang, 1984)

O cálculo da probabilidade de falha utilizando a Equação (2.1) requer que as funções densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$ sejam conhecidas. Na prática, essa informação nem sempre está disponível ou é difícil de ser obtida devido à insuficiência de dados. Mesmo quando as funções de probabilidade são conhecidas, a avaliação numérica da Equação (2.1) pode ser impraticável. No entanto, frequentemente as informações disponíveis são suficientes para estimar o primeiro e segundo momentos (média e variância) das variáveis aleatórias (Ang e Tang, 1984).

Se ambas as variáveis aleatórias R e S possuem distribuição normal e são estatisticamente independentes, então a variável aleatória Z pode ser introduzida como $Z = R - S$. Então a Equação (2.1) pode ser utilizada para definir a probabilidade de falha como:

$$P_f = P(Z < 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta_c) \quad (2.2)$$

em que $\mu_Z = \mu_R - \mu_S$, $\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$, Φ é a CDF da distribuição normal padrão e β_c é o índice de confiabilidade de Cornell (1969), definido a seguir:

$$\beta_c = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.3)$$

O índice de confiabilidade foi introduzido na tentativa de se evitar as dificuldades conceituais e práticas (problemas na avaliação numérica da probabilidade de falha, falta de dados e erros de modelagem) com o uso da Equação (2.1). Em sua implementação inicial, o índice de confiabilidade β foi avaliado simplesmente em função das médias e dos desvios-padrão da resistência e da solicitação máxima, como indicado na Equação (2.3).

Posteriormente, a probabilidade de falha passou a ser calculada por métodos baseados na geração de amostras sintéticas (simulações de Monte Carlo) e por métodos analíticos baseados em aproximações em séries de Taylor de primeira ordem, onde a função desempenho é linearizada nos valores médios das variáveis aleatórias. Esses métodos serão abordados com maior detalhe na sequência do capítulo.

2.2 Função de desempenho

O primeiro passo para avaliar a confiabilidade ou probabilidade de falha de uma estrutura é determinar o critério de desempenho específico, os parâmetros de resistência R e de solicitação S relevantes, chamadas de variáveis aleatórias básicas X_i , e as relações funcionais entre elas correspondente a cada critério de desempenho. Matematicamente a função de desempenho pode ser descrita como:

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.4)$$

A superfície de falha ou estado limite de interesse pode então ser definido como $Z = 0$. Essa superfície é a fronteira entre as regiões de segurança e de falha e também representa um estado além do qual uma estrutura já não pode cumprir a função para a qual foi concebida. Assumindo as duas variáveis aleatórias básicas R e S , a superfície de falha e as regiões de segurança e de falha são mostradas na Figura 2.4. A equação de estado limite desempenha um papel importante no desenvolvimento de métodos para análise de confiabilidade estrutural. Um estado limite pode ser uma função explícita ou implícita das variáveis aleatórias básicas que pode ser simples ou complexa.

A partir da Equação (2.4) podemos definir que a falha ocorre quando $Z < 0$ e a probabilidade de falha é avaliada por:

$$P_f = \int \dots \int_{g(\cdot) < 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (2.5)$$

Em que $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ é a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias básicas X_1, X_2, \dots, X_n e a integração é realizada na região de falha. Se as variáveis aleatórias forem estatisticamente independentes, a função densidade de probabilidade conjunta pode ser substituída na integral pelo produto das funções densidade de probabilidade individuais.

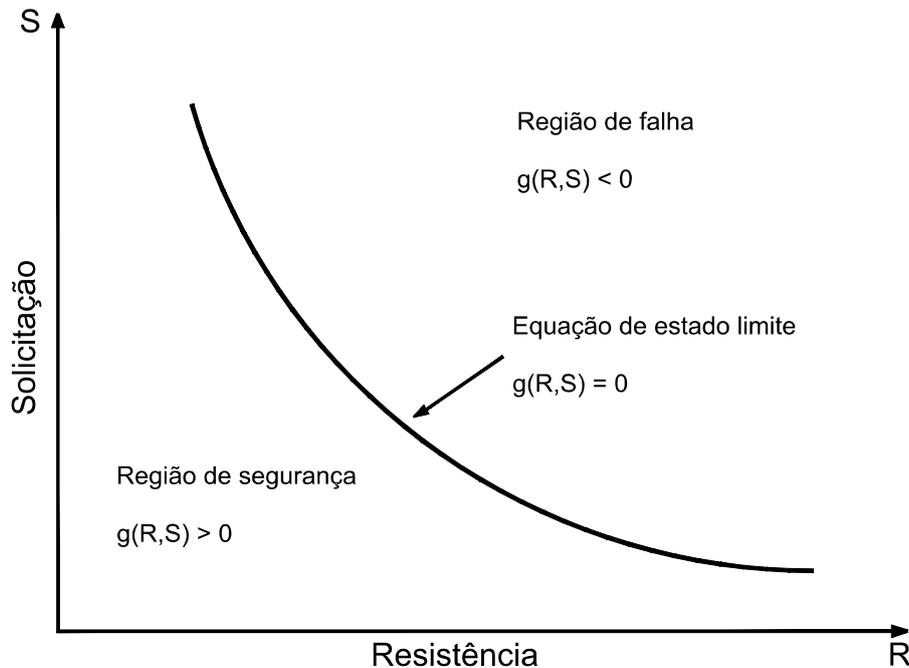


Figura 2.4 – Conceito de estado limite (Adaptado de Haldar e Mahadevan, 2000a)

A Equação (2.5) é uma representação geral da Equação (2.1), sendo, portanto, considerada a equação fundamental da análise de confiabilidade. Segundo Haldar e Mahadevan (2000a), a função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias é de difícil obtenção, e mesmo se estiver disponível, avaliar a integral múltipla é complicado. Portanto, é necessário utilizar métodos que realizem aproximações analíticas da integral múltipla, e estes métodos podem ser de dois tipos, a saber, métodos de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e métodos de confiabilidade de segunda ordem (SORM).

2.3 Método FOSM

Considerando a função de desempenho $Z = R - S$ e assumindo que as variáveis aleatórias R e S são estatisticamente independentes e normalmente distribuídas, podemos denotar o índice de confiabilidade por:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.6)$$

Generalizando a função de desempenho para variáveis aleatórias denotadas por um vetor X , a função de desempenho pode ser escrita como:

$$Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2.7)$$

Uma expansão em série de Taylor da função de desempenho em torno da média resulta em:

$$Z = g(\mu_X) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} (X_i - \mu_{X_i}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} (X_i - \mu_{X_i})(X_j - \mu_{X_j}) + \dots \quad (2.8)$$

Truncando esta série nos termos lineares, obtém-se a aproximação de primeira ordem da média e da variância de Z :

$$\mu_Z = g(\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \quad (2.9)$$

$$\sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^n \left[\left. \frac{\partial g(X)}{\partial X_i} \right|_{\mu_X} \right]^2 \cdot \sigma_{X_i}^2 \quad (2.10)$$

A probabilidade de falha pode, portanto, ser expressa por:

$$P_f = \Phi(-\beta) = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) \quad (2.11)$$

Segundo Haldar e Mahadevan (2000a), o método FOSM (*First-Order Second-Moment*) possui algumas deficiências. A função de desempenho é linearizada nos valores médios das variáveis aleatórias, então quando a função for não linear, erros significativos podem ser introduzidos ao se desprezar os termos de ordem elevada. Deficiência mais

significativa ocorre ao se avaliar a probabilidade de falha de formulações mecanicamente equivalentes (por exemplo: $R - S < 0$ e $R / S < 1$) de uma mesma função de desempenho (estado limite), pois obtém-se, pela Equação (2.11), probabilidades de falha diferentes pelo método FOSM. Tal problema de invariância foi superado pelo método AFOSM (*Advanced FOSM*) apresentado a seguir.

2.4 Método AFOSM

O método AFOSM (*Advanced FOSM*) é aplicável a variáveis aleatórias com distribuição normal. Este método pode ser explicado com a ajuda da Figura 2.5. Considere a seguinte equação linear de estado limite com duas variáveis aleatórias:

$$Z = R - S = 0 \quad (2.12)$$

Um conjunto de variáveis normais padrão (variáveis reduzidas) r e s é definido como:

$$r = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (2.13)$$

$$s = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (2.14)$$

Substituindo as expressões das variáveis reduzidas na Equação (2.12), a equação de estado limite no sistema de coordenadas reduzidas torna-se:

$$Z = \sigma_R \cdot r - \sigma_S \cdot s + \mu_R - \mu_S = 0 \quad (2.15)$$

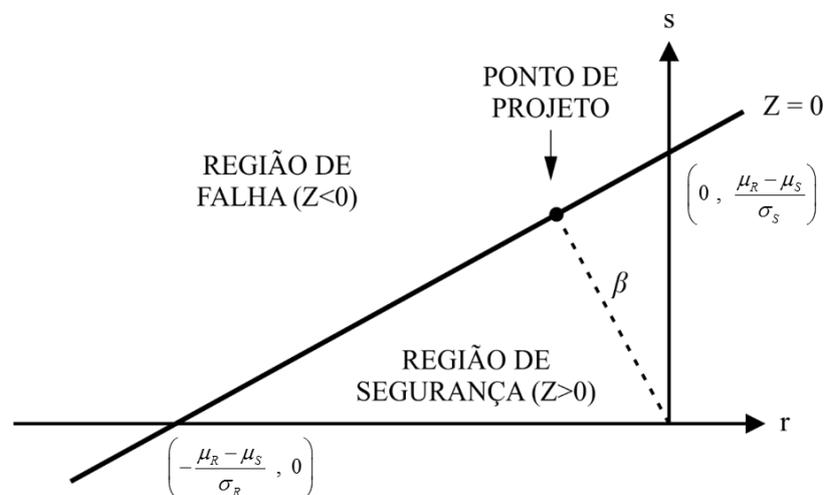


Figura 2.5 – Estado limite linear no espaço de variáveis reduzidas (Adaptado de Haldar e Mahadevan, 2000a)

A expressão da Equação (2.15) é uma linha reta como representado na Figura 2.5. As regiões de falha e de segurança são também mostradas. Analisando a Figura 2.5 nota-se que se a superfície linear de falha é próxima à origem no sistema de coordenadas reduzidas, a região de segurança é pequena, à medida que a superfície linear se afasta da origem, a região de segurança aumenta. Portanto a posição da superfície de estado limite relativa à origem é uma medida de confiabilidade do sistema. Pelo método AFOSM, o índice de confiabilidade é definido como a mínima distância da origem de um sistema de coordenadas formado pelas variáveis reduzidas até a superfície de estado limite. Esta distância pode ser definida pela equação a seguir:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.16)$$

Caso a função de desempenho seja não linear, utiliza-se também a Equação (2.16) para o cálculo do índice de confiabilidade β . Nesse caso β é obtido aproximando-se a superfície de falha por uma tangente a essa superfície no ponto de menor distância à origem (ponto de projeto). Tratando-se de distribuições não normais para as variáveis aleatórias básicas também é possível utilizar-se o método AFOSM, desde que seja determinada a cada iteração do algoritmo numérico uma distribuição normal equivalente naquele ponto (Agostini, 2014).

2.5 Distribuição normal equivalente

Em algumas situações é necessário obter uma distribuição normal equivalente num ponto x^* para uma variável aleatória X , cuja distribuição de probabilidade não é normal. Segundo procedimento proposto por Rackwitz e Fiessler (1978), igualam-se as funções densidade de probabilidade (PDF) e as funções distribuição cumulativa (CDF) da distribuição normal equivalente e da distribuição da variável X no ponto x^* . Esse procedimento é indicado pelas duas equações a seguir:

$$\Phi\left(\frac{x^* - \mu_X^N}{\sigma_X^N}\right) = F_X(x^*) \quad (2.17)$$

$$\frac{1}{\sigma_X^N} \cdot \phi\left(\frac{x^* - \mu_X^N}{\sigma_X^N}\right) = f_X(x^*) \quad (2.18)$$

Na Equação (2.17) o termo Φ representa a CDF da distribuição normal padrão e, na Equação (2.18), o termo ϕ representa a PDF da distribuição normal padrão.

Resolvendo o sistema de equações formado por (2.17) e (2.18) chega-se no desvio padrão e na média da distribuição normal equivalente, ou seja:

$$\sigma_X^N = \frac{\phi\left\{\Phi^{-1}\left[F_X(x^*)\right]\right\}}{f_X(x^*)} \quad (2.19)$$

$$\mu_X^N = x^* - \Phi^{-1}\left[F_X(x^*)\right] \cdot \sigma_X^N \quad (2.20)$$

Nas equações anteriores o termo Φ^{-1} representa a inversa da CDF da distribuição normal padrão.

2.6 Método analítico FORM

No método FORM (*First-Order Reliability Method*), as variáveis aleatórias \mathbf{U} , cujas distribuições são quaisquer e podem ser dependentes entre si ou não, são transformadas em variáveis \mathbf{V} normais padrão estatisticamente independentes, sendo a função de falha $G(\mathbf{U})$ escrita no espaço das variáveis reduzidas (espaço \mathbf{V}) como $g(\mathbf{V})$. Depois disto, a superfície de falha definida por $g(\mathbf{V}) = 0$ é aproximada por uma superfície linear (ou hiperplano) no ponto com a menor distância até a origem, identificado como \mathbf{V}^* (ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas). O índice de confiabilidade pode então ser calculado como a distância do ponto \mathbf{V}^* até a origem:

$$\beta = |\mathbf{V}^*| \quad (2.21)$$

Uma das etapas desse método é a transformação das variáveis \mathbf{U} em variáveis \mathbf{V} . Embora existam diferentes possibilidades para essa transformação utiliza-se normalmente a transformação de Nataf (Melchers, 1999) definida pela Equação (2.22).

$$V = \Gamma \sigma^{-1} (U - m) \quad (2.22)$$

Sendo \mathbf{m} o vetor com as médias das variáveis \mathbf{U} , σ a matriz diagonal contendo os desvios padrões das variáveis \mathbf{U} e $\Gamma = \mathbf{L}^{-1}$, sendo \mathbf{L} a matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação de \mathbf{U} .

Na maioria dos casos as variáveis não são normais, deve-se então empregar uma transformação em normal equivalente como apresentada no item 2.5 para poder operar com a Equação (2.22). Caso existam variáveis U_i e U_j com distribuições de probabilidade qualquer, porém dependentes entre si segundo o coeficiente de correlação ρ_{ij} , determina-se o coeficiente de correlação equivalente $\rho^{E_{ij}} = F\rho_{ij}$ entre as distribuições normais equivalentes onde F é um fator que depende somente de ρ_{ij} e dos coeficientes de variação das variáveis U_i e U_j . Der Kiureghian e Liu (1986) desenvolveram expressões analíticas para o fator F para um grande número de distribuições de probabilidade.

Outra etapa importante desse método é a busca ao ponto sobre a superfície de falha mais próximo à origem do sistema reduzido, também denominado ponto de projeto \mathbf{V}^* . Para encontrar o ponto de projeto, formula-se um problema de otimização P (ou de programação não-linear) com uma restrição, tal que:

$$\begin{aligned} P: & \text{ minimizar } |V| \\ & \text{ Sujeito a } g(V) = 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

O problema de otimização apresentado na Equação (2.23) pode ser resolvido por vários algoritmos. Utiliza-se comumente o algoritmo denominado HLRF, desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978). O processo iterativo gerado por esse algoritmo caminha em busca do ponto \mathbf{V}^* resolvendo-se a seguinte equação:

$$V^{i+1} = \frac{1}{|\nabla g(V^i)|^2} \left[\nabla g(V^i)^T V^i - g(V^i) \right] \cdot \nabla g(V^i) \quad (2.24)$$

Para utilização do algoritmo HLRF, são úteis as seguintes relações:

$$g(V^i) = G(U^i) \quad (2.25)$$

$$V^i = \Gamma \sigma^{-1} (U^i - m) \quad (2.26)$$

$$\nabla g(V^i) = \left[(\Gamma \sigma^{-1})^{-1} \right]^T \nabla G(U^i) \quad (2.27)$$

Na Equação (2.27) temos que $\nabla G(U^i)$ é o gradiente da função de falha no espaço original avaliado no ponto U^i , e $\nabla g(V^i)$ é o gradiente da função de falha no espaço reduzido avaliado no ponto V^i .

Ao ser obtido o ponto de projeto \mathbf{V}^* determina-se o índice de confiabilidade calculando-se a norma do vetor que interliga a origem do sistema reduzido ao ponto \mathbf{V}^* . Durante o processo iterativo checa-se a variação relativa do valor de β e interrompe-se o processo quando essa variação é inferior a uma tolerância estabelecida. De posse do índice de confiabilidade β , a probabilidade de falha pode ser obtida utilizando-se a Equação (2.2).

A Figura 2.6 fornece uma representação gráfica do método analítico FORM com indicação da função de falha não linear $g(\mathbf{V})$ no espaço reduzido, do ponto de projeto \mathbf{V}^* , da aproximação linear da função de falha no ponto de projeto e indicado o índice de confiabilidade β .

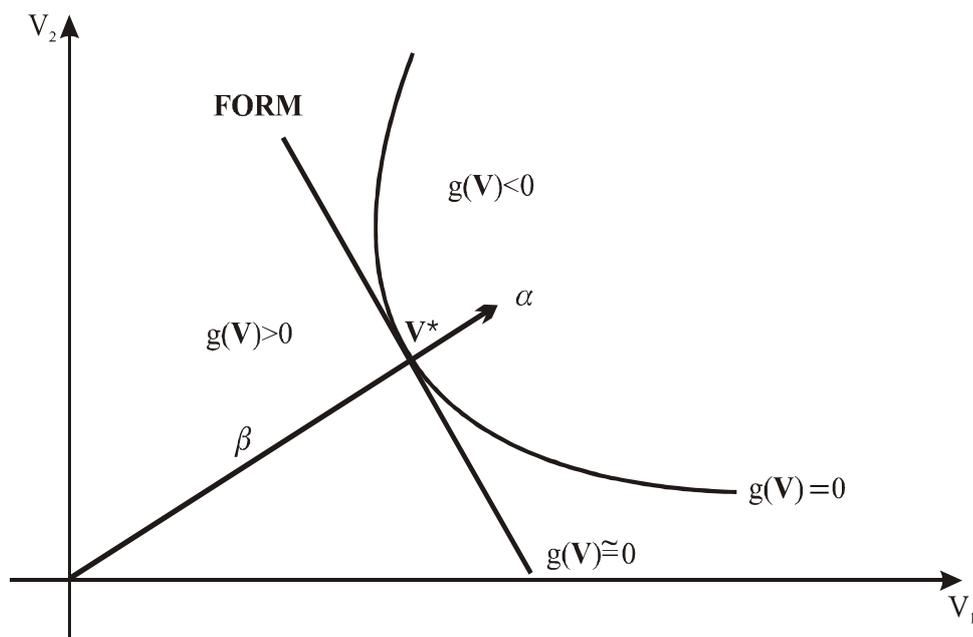


Figura 2.6 – Representação gráfica do método analítico FORM
(Adaptado de Sagrilo, 2004)

2.7 Método analítico SORM

O método SORM (*Second-Order Reliability Method*) se assemelha ao método FORM, porém a diferença fundamental está na aproximação da superfície de falha no ponto de projeto \mathbf{V}^* no espaço das variáveis reduzidas. No método FORM a aproximação é por uma superfície linear e no método SORM essa aproximação é feita por uma superfície quadrática no ponto de projeto como mostrado na Figura 2.7.

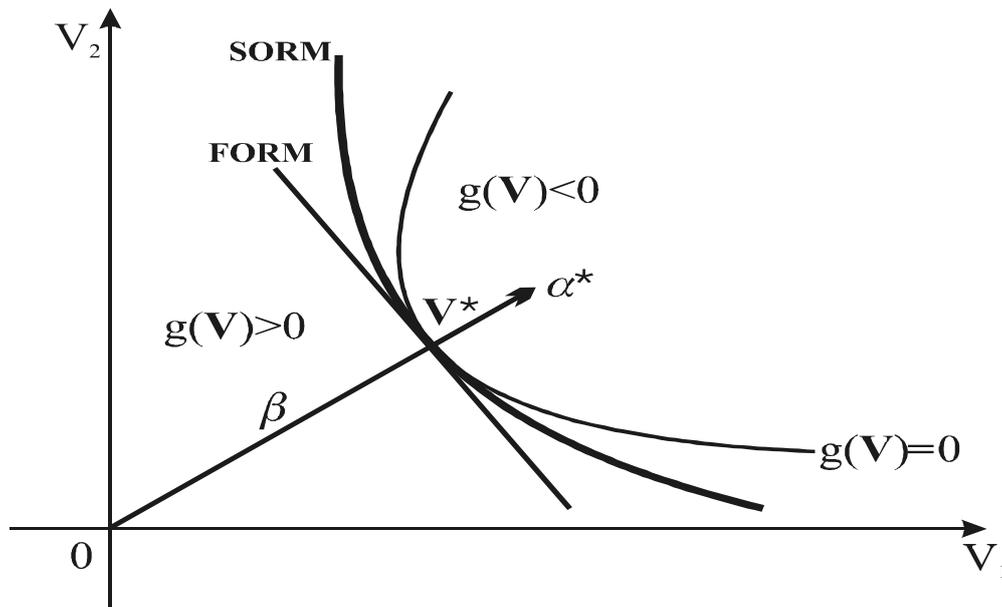


Figura 2.7 – Representação gráfica dos métodos analíticos SORM e FORM
(Adaptado de Sagrilo, 2004)

Segundo Sagrilo (2004) o cálculo da probabilidade de falha pelo método SORM é normalmente realizado utilizando-se a expressão proposta por Breitung (1984):

$$P_f = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta \cdot \kappa_i)^{-1/2} \quad (2.28)$$

Na equação anterior o termo κ_i representa as curvaturas principais da superfície de falha no ponto de projeto e o termo n representa o número de variáveis aleatórias na análise. A avaliação de κ_i é feita segundo procedimentos que envolvem a avaliação das derivadas de segunda ordem da função de falha no ponto de projeto (Breitung, 1984).

2.8 Medidas de sensibilidade

O método analítico FORM fornece medidas de sensibilidade de grande importância para análises práticas de confiabilidade. Essas medidas de sensibilidade podem ser obtidas diretamente de valores já calculados ao longo da análise de confiabilidade pelo método FORM. Duas medidas bastante empregadas são o fator de importância e o fator de omissão. O fator de importância de cada variável aleatória i envolvida na análise de confiabilidade é definido por:

$$I_i = \alpha_i^2 \quad (2.29)$$

Sendo:

$$\alpha_i = -\frac{\nabla g(\mathbf{V}^*)_i}{|\nabla g(\mathbf{V}^*)|} \quad (2.30)$$

Nas equações anteriores o termo α_i (índice de sensibilidade) é o cosseno diretor, com relação à variável V_i , do vetor normal à superfície de falha no ponto de projeto e no espaço variáveis reduzidas. O termo $\nabla g(\mathbf{V}^*)_i$ refere-se à componente do gradiente da função de falha no espaço reduzido avaliado no ponto de projeto.

Os fatores de importância indicam qual é a importância relativa de cada variável no valor final da probabilidade de falha. Variáveis com fatores de importância baixos podem ser consideradas como determinísticas na análise. Variáveis com fatores de importância altos são aquelas que efetivamente contribuem com maior participação na probabilidade de falha.

O chamado fator de omissão é definido como a relação inversa entre o índice de confiabilidade atual e o índice de confiabilidade considerando que a variável aleatória i é determinística. Para variáveis estatisticamente independentes e o valor determinístico como sendo a média da variável aleatória i , este fator é definido por:

$$\gamma_i = \frac{\beta(U_i = \mu_i)}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha_i^2}} \quad (2.31)$$

2.9 Simulação de Monte Carlo

O método de simulação de Monte Carlo envolve a geração de um grande número de valores randômicos para cada variável aleatória envolvida no problema de acordo com a sua correspondente distribuição de probabilidade. Com estes valores, a função de desempenho é avaliada e observados seus resultados.

No caso da análise de confiabilidade de estruturas, as variáveis randomicamente geradas formam um vetor $U = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, a função de desempenho é então avaliada e caso ela seja violada $G(U) < 0$, indica a ocorrência de falha estrutural. Assim o vetor U é gerado muitas vezes e para um número N de simulações, a probabilidade de falha pode ser estimada por:

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (2.32)$$

Sendo N_f o número de ocorrências de falhas, ou seja, o número de simulações onde a função de desempenho foi violada e N o número total de simulações realizadas. Para se avaliar a probabilidade de falha são necessários seis passos essenciais a cada simulação:

1. Definir uma função de estado limite em termos de todas as variáveis aleatórias;
2. Conhecer as distribuições de probabilidade de todas as variáveis aleatórias com os correspondentes parâmetros;
3. Gerar valores randômicos das variáveis aleatórias;
4. Avaliar a função de estado limite para cada conjunto de valores gerados;
5. Obter a probabilidade de falha após realizado um número N de simulações;
6. Determinar a precisão e eficiência do método de simulação empregado.

A geração de valores randômicos é feita a partir de números pseudoaleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1 e das respectivas distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias. Um procedimento geral para geração de valores randômicos, aplicável a qualquer tipo de distribuição, pode ser formulado a partir dos seguintes passos:

1. Gerar um número aleatório u_i uniforme entre 0 e 1;
2. Obter pela técnica de transformação inversa (CDF inversa) o valor randômico da variável aleatória, pela expressão $x_i = F_x^{-1}(u_i)$.

É importante reconhecer que a probabilidade de falha obtida pela Equação (2.32) é apenas uma estimativa, contudo, a precisão aumenta com o número total de simulações independentes realizadas, de forma que a estimativa da probabilidade de falha conduz ao valor real quando N se aproxima de um número infinito de simulações realizadas. Segundo Haldar e Mahadevan (2000a), a precisão da Equação (2.32) pode ser avaliada pelo cálculo da variância da probabilidade de falha, expressa por:

$$\sigma_{P_f}^2 = \frac{(1 - P_f) \cdot P_f}{N} \quad (2.33)$$

Observa-se nesta expressão da variância, que a incerteza na estimativa da probabilidade de falha diminui à medida que o número N de simulações aumenta. Para saber qual o erro associado à probabilidade de falha obtida via simulação de Monte Carlo, Haldar e Mahadevan (2000a) propuseram a seguinte expressão que relaciona o erro percentual da probabilidade de falha com o número de simulações e a probabilidade de falha estimada:

$$\varepsilon\% = \sqrt{\frac{(1 - P_f)}{N \cdot P_f}} \cdot 200\% \quad (2.34)$$

A Equação (2.34) indica que para uma probabilidade de falha real da ordem de 10^{-3} , se 10^5 simulações fossem realizadas, haveria um erro de aproximadamente 20% na estimativa da probabilidade de falha pelo método de simulação de Monte Carlo. Por outro lado, se o erro desejado for de 2%, então, a partir da Equação (2.34), seriam necessárias 10^7 simulações. Portanto, apesar da simplicidade do método de simulação, a obtenção da probabilidade de falha pode demandar um número excessivo de avaliações da função de desempenho, inviabilizando o processo (Almeida, 2008).

Capítulo 3

Análise Avançada de Pórticos Planos

3.1 Considerações iniciais

O emprego crescente de elementos estruturais leves e esbeltos e solicitações próximas à resistência limite do material tornam necessária a utilização de ferramentas avançadas de análise de estruturas metálicas. A análise avançada de estruturas é caracterizada quando efeitos não lineares são considerados na formulação do elemento estrutural. Dentre as fontes de não linearidade cita-se a não linearidade geométrica e as ligações semirrígidas entre elementos.

Diante desta realidade existe o questionamento quanto ao atendimento à segurança estrutural por parte dessas estruturas. Nesse contexto se justifica a inserção da avaliação da confiabilidade estrutural de estruturas projetadas com a consideração de comportamentos não lineares.

Nas próximas seções serão apresentados conceitos de análise avançada relacionados à não linearidade geométrica e a flexibilidade das ligações. Será apresentada também visão geral do programa de análise estrutural avançada CS-ASA (Silva, 2009) utilizado nesta pesquisa para avaliação da confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos considerando os comportamentos não lineares.

3.2 Análise não linear de pórticos planos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) tem sido uma das ferramentas de solução numérica mais utilizada na área de análise estrutural para aproximar o comportamento de uma estrutura com infinitos graus de liberdade para outro com um número finito de graus de liberdade (Silva, 2009). Essa técnica visa discretizar o meio contínuo em subdomínios (elementos finitos) interligados por pontos nodais, onde os graus de liberdade são definidos. Desta forma, quanto maior o número de pontos nodais e elementos na malha de elementos finitos, mais próxima da solução analítica exata estará a solução numérica.

O elemento finito a ser adotado para pórticos planos é o elemento reticulado clássico de viga-coluna com seis graus de liberdade e limitado pelos pontos nodais i e j , sendo que em cada ponto nodal de extremidade são considerados três graus de liberdade (deslocamento axial u , deslocamento transversal v e uma rotação θ) conforme ilustra a Figura 3.1.

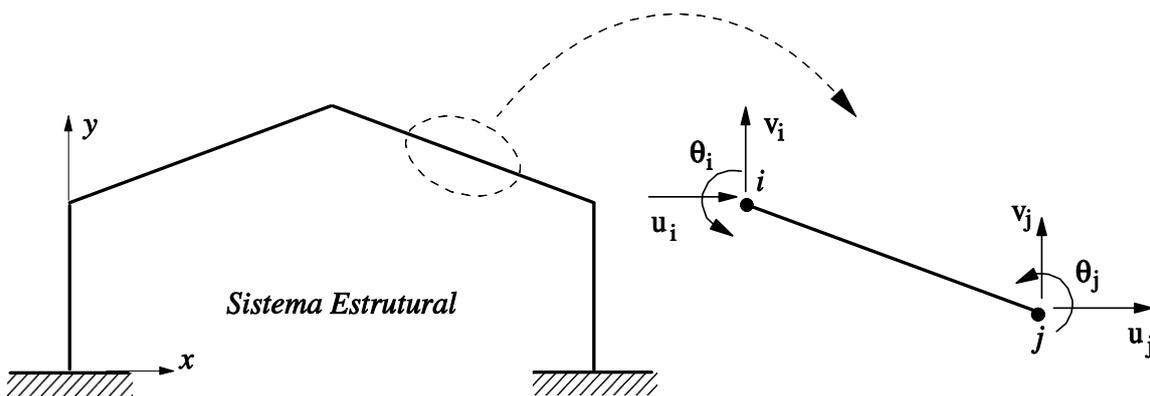


Figura 3.1 – Elemento finito de pórtico plano adotado (Adaptado de Silva, 2009)

Algumas hipóteses devem ser adotadas na modelagem do elemento finito de pórtico metálico plano: os elementos são inicialmente retos e prismáticos e as seções transversais dos elementos permanecem planas após a deformação; os perfis são compactos de forma que não haja flambagem local; não se admite flambagem lateral ou torcional; as tensões e deformações no elemento são assumidas pequenas, mas grandes rotações e deslocamentos de corpo rígido são permitidos; o encurtamento axial devido à curvatura oriunda da flexão do membro é desprezado; a deformação devida ao cisalhamento e os efeitos de empenamento são considerados insignificantes; e o material tem comportamento elástico linear.

Conforme apresentado em Silva (2009), a partir da variação da energia potencial total do sistema e levando-se em conta a contribuição de cada elemento finito integrante da modelagem do sistema estrutural obtém-se a expressão geral:

$$\mathbf{K}\Delta\mathbf{U} = {}^{(t+\Delta t)}\lambda\mathbf{F}_r - {}^t\mathbf{F}_i \quad (3.1)$$

A Equação (3.1) deve ser atendida durante o processo iterativo de solução não linear para obtenção do equilíbrio do sistema estrutural. Na Equação (3.1), tem-se: \mathbf{K} é a matriz de rigidez do sistema estrutural, que é função dos deslocamentos nodais \mathbf{U} e dos esforços internos \mathbf{P} em cada elemento; $\Delta\mathbf{U}$ é o incremento dos deslocamentos nodais; \mathbf{F}_i representa o vetor de forças internas no passo de carga t ; \mathbf{F}_r é o vetor que define a direção do carregamento externo atuante com a intensidade estabelecida pelo parâmetro de carga λ na configuração de equilíbrio $t+\Delta t$. Além dos efeitos da não linearidade geométrica que resultam numa matriz \mathbf{K} função de \mathbf{U} e \mathbf{P} , $\mathbf{K}=f(\mathbf{U},\mathbf{P})$, podem ser incluídos também os efeitos da flexibilidade das ligações. Essa flexibilidade é caracterizada pelo parâmetro \mathbf{S}_c que representa as rigidezes das ligações semirrígidas presentes na estrutura, que simula a perda de rigidez da ligação com o aumento da sollicitação externa. Com a inclusão dos efeitos da flexibilidade das ligações, a matriz de rigidez \mathbf{K} passa a ser função dos seguintes parâmetros:

$$\mathbf{K} = f(\mathbf{U}, \mathbf{P}, \mathbf{S}_c) \quad (3.2)$$

Numericamente, o processo de solução do problema estático não linear, por uma estratégia incremental e iterativa, pode ser dividido em duas etapas: solução incremental predita e o ciclo de iterações. O processo consiste em, para cada incremento de carga dado, obter o equilíbrio entre forças internas e externas. Métodos eficientes de solução de sistemas não lineares devem ser capazes de percorrer todo o caminho de equilíbrio (primário ou secundário) do sistema estrutural em análise, identificando e passando por todos os pontos críticos (pontos limites de carga e de deslocamento e/ou pontos de bifurcação) que possam existir (Rocha, 2000).

3.2.1 Não linearidade geométrica

O comportamento não linear pode ser produzido por mudanças na geometria do pórtico durante o carregamento como mostra a Figura 3.2, o que é comumente referido na literatura como não linearidade geométrica ou efeitos de segunda ordem. Os principais efeitos geométricos relacionados à não linearidade geométrica são:

1. Imperfeições iniciais relacionadas à curvatura do membro ou devido à montagem fora do prumo;
2. Efeito global $P-\Delta$ como resultado dos deslocamentos laterais na estrutura;
3. Efeito local $P-\delta$ nos elementos, associado com deformações locais relativas à corda entre os extremos do elemento.

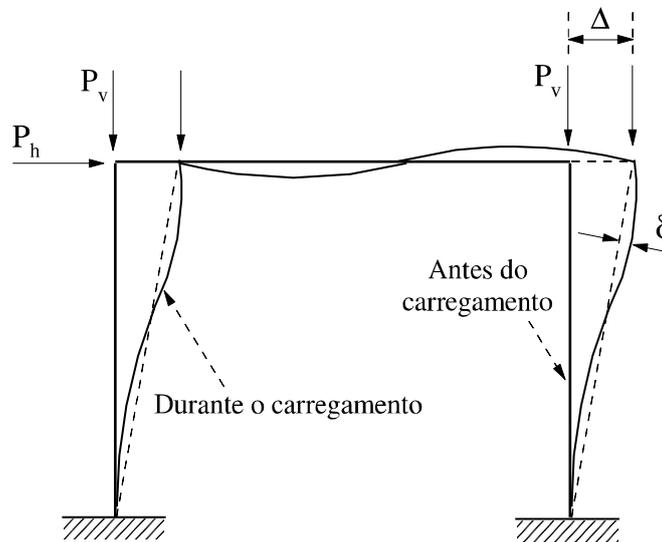


Figura 3.2 - Representação gráfica dos efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$
(Adaptado de Silva, 2009)

O conhecimento dos esforços adicionais oriundos das fontes de não linearidade citadas anteriormente é fundamental para a realização de análise mais realística do comportamento estrutural. Uma análise de segunda ordem rigorosa deve combinar os efeitos da teoria de grandes deslocamentos (equilíbrio analisado no estado deformado da estrutura) e o efeito da carga axial na rigidez dos elementos (cargas axiais incrementam as deformações laterais locais dos elementos). De forma a viabilizar essa análise de segunda ordem é necessário empregar formulações numéricas adequadas para sua consideração na aplicação do método dos elementos finitos (Silva, 2009).

3.2.2 Flexibilidade da ligação

As ligações em estruturas metálicas interligam os membros estruturais proporcionando a transferência de forças e momentos. Os métodos tradicionais de análise e projeto de pórticos metálicos planos consideram as ligações como completamente rígidas ou perfeitamente rotuladas. Estes dois modelos são os limites inferior e superior do efeito da flexibilidade da ligação sobre as respostas estruturais. Estudos experimentais demonstraram que quase todas as ligações de estruturas planas usadas na prática atual se comportam entre os dois modelos limites, e este tipo de ligação é chamada de parcialmente restringida ou ligação semirrígida. Foi estabelecido teoricamente e experimentalmente que essas ligações semirrígidas apresentam características de resposta não linear, mesmo quando as cargas aplicadas são muito pequenas, portanto o comportamento estrutural não linear pode ser produzido pela flexibilidade das ligações. As ligações semirrígidas podem afetar o comportamento estrutural do pórtico e conseqüentemente a estimativa da confiabilidade estrutural.

A consideração da ligação como totalmente rígida implica que existe continuidade de rotação entre os membros adjacentes e que ocorre transferência integral de momentos das vigas para as colunas. Por outro lado, nas ligações perfeitamente rotuladas não ocorre transferência de momento das vigas para as colunas, de forma que cada um desses elementos se comporta de forma independente, não havendo nenhuma restrição para a rotação entre as vigas e as colunas. Já na consideração das ligações como semirrígidas obtém-se um comportamento mais próximo do real, existindo a transferência parcial de momento, o que também significa dizer que a ligação possui alguma rigidez. Ao considerar uma ligação como rígida ou rotulada ocorre simplificação do processo de análise, mas deixa-se de simular o comportamento real da estrutura a qual apresentará comportamento diferente do idealizado.

As propriedades de uma ligação semirrígida são geralmente representadas por uma relação entre o momento fletor aplicado, M , e o ângulo de rotação relativa, θ , da ligação, e são comumente representadas por curvas momento-rotação, obtidas por ensaios experimentais. A relação entre M e θ é mostrada na Figura 3.3.

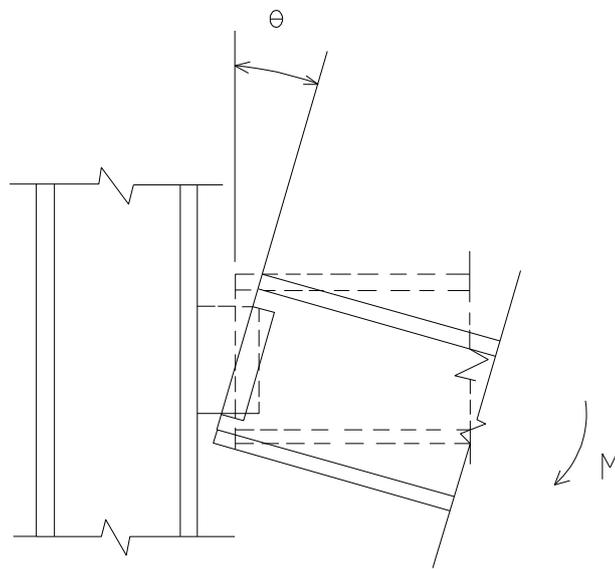


Figura 3.3 – Momento e rotação relativa de uma ligação semirrígida
(Adaptado de Gao, 1994)

Algumas curvas típicas momento-rotação obtidas de forma experimental são mostradas na Figura 3.4. Pode ser observado que todas as curvas momento-rotação são não lineares desde o início do carregamento. Algumas razões deste comportamento não linear são plastificações localizadas de componentes das ligações, modos de contato da viga e da coluna durante a deformação, instabilidade local e concentrações de tensões nos flanges e na alma.

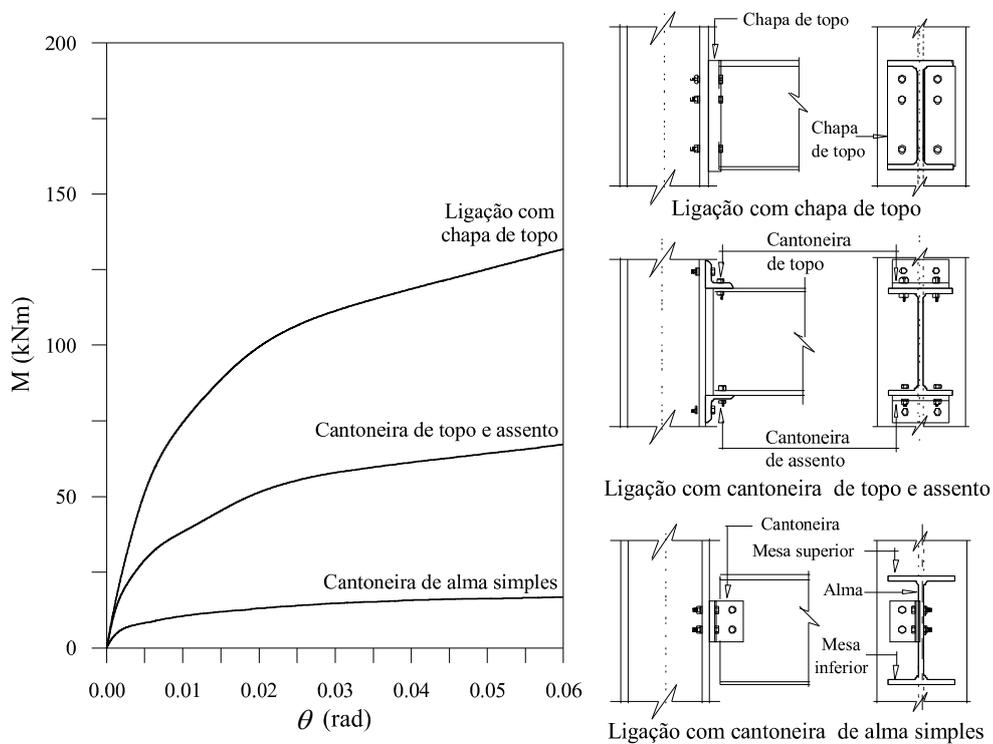


Figura 3.4 – Curvas momento-rotação para diferentes tipos de ligações
(Adaptado de Silva, 2009)

A incorporação das ligações semirrígidas na análise estrutural se dá através de expressões analíticas representando curvas momento-rotação formuladas de forma a relacionar o momento fletor M atuante na ligação em função da rotação relativa θ :

$$M = f(\theta) \quad (3.3)$$

A rigidez da ligação, que representa a inclinação da reta tangente à curva momento-rotação, pode ser obtida matematicamente para diferentes pontos pela seguinte equação:

$$S_c(\theta) = \frac{dM(\theta)}{d\theta} \quad (3.4)$$

Analisando a rigidez da ligação para uma mesma rotação das três curvas momento-rotação apresentadas na Figura 3.4, é possível verificar que a ligação com chapa de topo é mais rígida que as demais e a ligação com cantoneira de alma simples é a mais flexível.

Existem diferentes modelos para representar as curvas momento-rotação. Os modelos matemáticos para se obter uma curva $M-\theta$ tem como pressuposto o ajuste de determinada função seguindo resultados experimentais. Segundo Agostini (2014), os modelos matemáticos são os modelos mais aceitos devido à simplicidade em se obter uma curva $M-\theta$. Cita-se, portanto, alguns exemplos desses modelos: linear, bilinear, multilinear, polinomial, B-spline cúbico, exponencial, exponencial modificado e o modelo de potências com quatro parâmetros (Richard e Abbott, 1975).

O modelo de representação do comportamento de ligações semirrígidas proposto por Richard e Abbott (1975), modelo matemático de potências com quatro parâmetros, descreve a relação momento-rotação como:

$$M(\theta) = \frac{(k - k_p)\theta}{\left[1 + \left|\frac{(k - k_p)\theta}{M_0}\right|^N\right]^{1/N}} + k_p\theta \quad (3.5)$$

Seus parâmetros são mostrados na Figura 3.5 e podem ser definidos como: rigidez inicial (k) também denominada rigidez elástica; rigidez devido ao encruamento (k_p) da ligação quando θ tende a infinito; parâmetro definindo a curvatura do diagrama (N) e o momento de referência (M_0). Como na definição da função são necessários apenas quatro parâmetros e o resultado sempre fornece uma rigidez positiva, este modelo é considerado simples. Por possuir, além disso, boa eficiência computacional, ele vem sendo bastante utilizado para representação do comportamento de ligações semirrígidas (Silva, 2009).

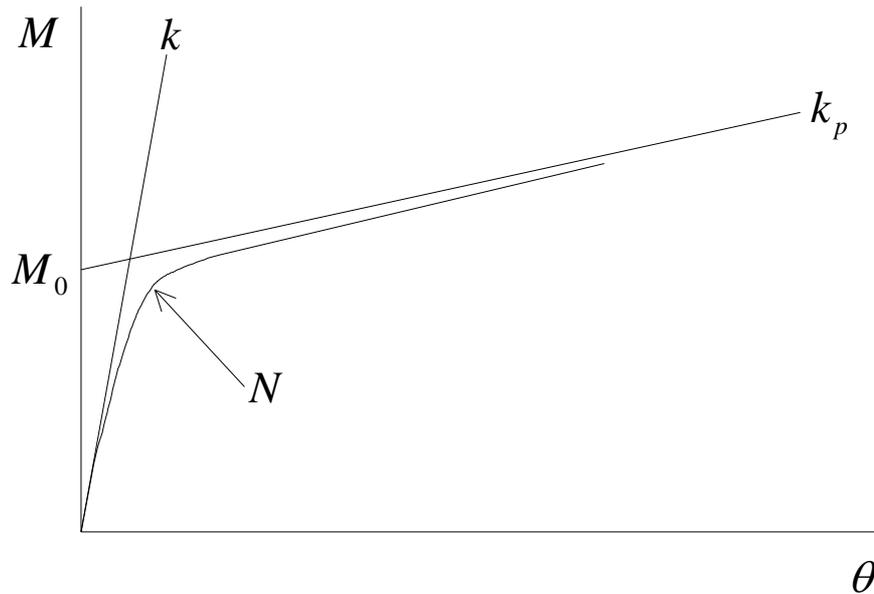


Figura 3.5 – Curva típica momento-rotação de acordo com o modelo de Richard e Abbott (Adaptado de Gao, 1994)

Para o modelo de potências com quatro parâmetros, pode ser mostrado a partir da Equação (3.4) que a rigidez tangente da ligação é dada por:

$$S_c = \frac{(k - k_p)}{\left[1 + \left| \frac{(k - k_p)\theta}{M_0} \right|^N \right]^{(N+1)/N}} + k_p \quad (3.6)$$

Outro passo para a inclusão do comportamento das ligações na análise de pórticos planos metálicos é a modelagem da ligação semirrígida. Uma abordagem para essa inclusão é a definição da ligação semirrígida como um elemento de mola rotacional a ser inserido no ponto de conexão entre a viga e a coluna. Ao ser conectado o elemento de mola em cada extremidade do elemento finito de pórtico, define-se o elemento finito híbrido representado na Figura 3.6 para a configuração deformada, dessa forma permite-se que os graus de liberdade das ligações sejam incorporados na relação de rigidez tangente do elemento finito de viga-coluna. A presença de molas fictícias introduz rotações relativas nos nós das extremidades do elemento como mostra a Figura 3.6, onde as rigidezes dos elementos de mola são denotadas por S_{ci} e S_{cj} .

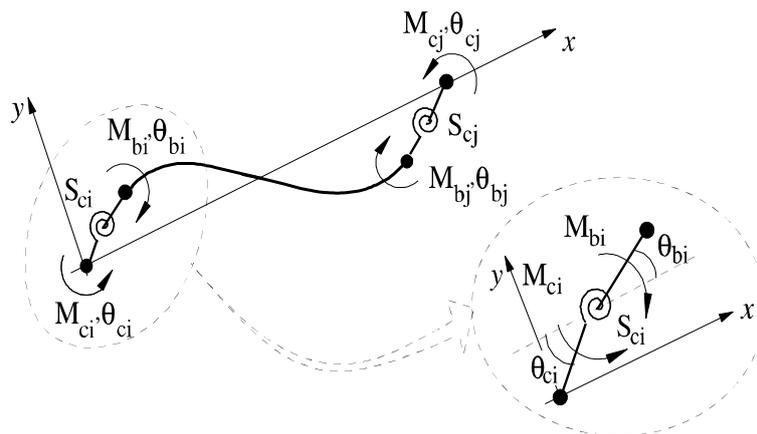


Figura 3.6 - Configuração deformada do elemento finito de viga-coluna composto por molas fictícias (Adaptado de Silva, 2009)

3.3 O sistema computacional CS-ASA

Nesta seção é apresentado o sistema computacional CS-ASA, um programa para análise estrutural, desenvolvido por Silva (2009) em linguagem Fortran 95, que realiza análises numéricas avançadas estáticas e dinâmicas de estruturas metálicas baseado no Método dos Elementos Finitos. O CS-ASA foi o programa em elementos finitos utilizado nesta dissertação para obtenção dos esforços internos e deslocamentos nodais em análise estática de pórticos metálicos planos, necessários à avaliação da função de desempenho para obtenção da confiabilidade estrutural.

Para realizar análises avançadas estáticas e dinâmicas de estruturas metálicas, o CS-ASA possui diversas formulações de elementos finitos reticulados planos, que simulam efeitos relevantes como a não linearidade geométrica, a flexibilidade da ligação e a inelasticidade do aço. A influência de imperfeições geométricas e tensões residuais também pode ser considerada. Uma representação com os tipos de análise e efeitos considerados pelo CS-ASA é mostrada na Figura 3.7. Vale ressaltar que para avaliação de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos serão realizadas no presente trabalho apenas análises estáticas considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações conforme destacado em vermelho na Figura 3.7.

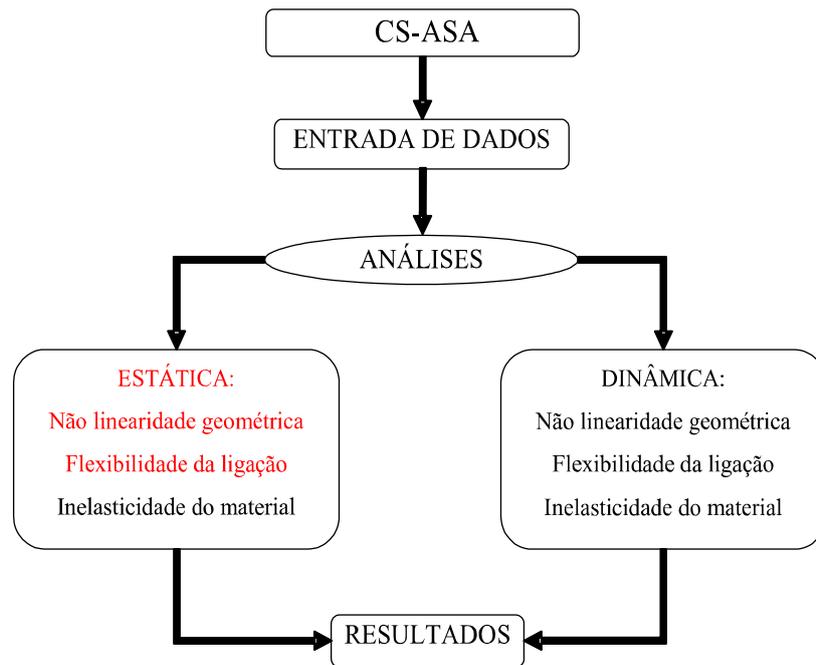


Figura 3.7 - Programa CS-ASA: análises e efeitos considerados
(Adaptado de Silva, 2009)

No CS-ASA, para análise estática linear ou não linear, a entrada de dados (pré-processamento) é feita através de dois arquivos de dados com formato texto. No primeiro arquivo, *FILEIN1.D*, é definido o tipo de análise (estática ou dinâmica), o modelo estrutural (pórtico ou treliça), o tipo de solução (linear ou não-linear), a presença e o modelo de ligações semirrígidas. Além disso, é necessário informar neste primeiro arquivo a geometria e condições de contorno da estrutura e propriedades dos materiais, das seções e dos carregamentos atuantes. Caso o tipo de solução definida no primeiro arquivo seja estática não-linear, no segundo arquivo, *FILEIN2.D*, deve ser definida a formulação não linear a ser utilizada, as estratégias de incremento de carga e de iteração, o incremento inicial do parâmetro de carga, o número de incrementos de carga, o número máximo de iterações desejadas, o método de solução não linear (Newton-Raphson padrão ou modificado), o critério de convergência (carga ou deslocamento ou ambos) e a tolerância para a convergência. Maiores detalhes sobre os dados de entrada podem ser consultados na dissertação de Prado (2012), que desenvolveu o CS-ASA Preprocessor, um sistema gráfico e interativo de pré-processamento para análise avançada de estruturas que auxilia o usuário do CS-ASA na geração dos arquivos de entrada *FILEIN1.D* e *FILEIN2.D* através de um ambiente gráfico e interativo. A Figura 3.8 resume os arquivos de entrada e de saída do CS-ASA.

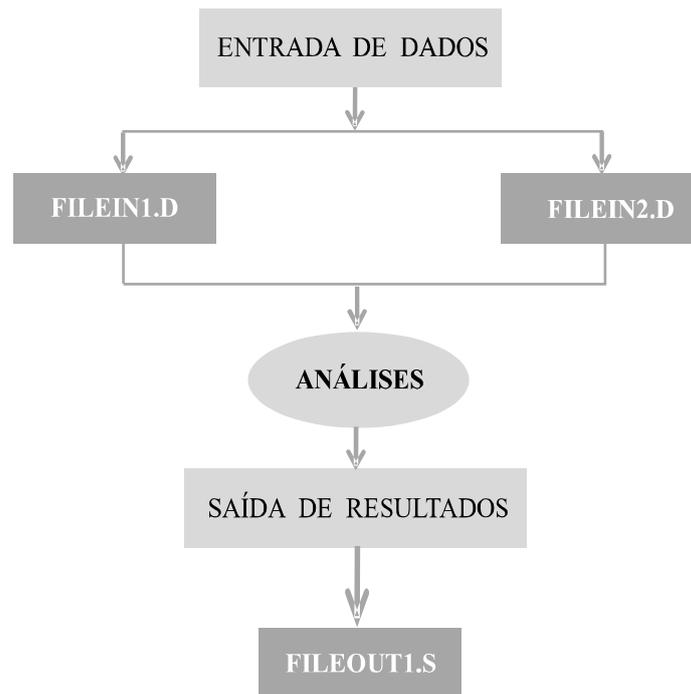


Figura 3.8 – Entrada de dados e saída de resultados do CS-ASA
(Adaptado de Silva, 2009)

Após a leitura dos arquivos de entrada de dados, o arquivo executável do CS-ASA gera uma malha de elementos finitos para o modelo estrutural, processa a análise numérica e grava arquivos de saída em formato texto contendo os resultados da análise. No arquivo de saída *FILEOUT1.S*, indicado na Figura 3.8, temos todas as informações e resultados da análise, ou seja, descrição do modelo estrutural, formulações utilizadas, coordenadas e forças nodais a cada incremento de carga, deslocamentos nodais e os esforços atuantes nos elementos estruturais.

Diversos fatores contribuíram para a escolha do CS-ASA (Silva, 2009) como programa de análise estrutural avançada utilizado nesta dissertação na avaliação da função de desempenho para a análise da confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos. Dentre os fatores que mais influenciaram na escolha do sistema computacional mencionado podemos citar: o fato do CS-ASA ser desenvolvido no âmbito do PROPEC/UFOP e ter passado por um grande número de testes e validações tornando-o confiável; ser capaz de realizar análises estáticas considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações, especificamente para ligações com comportamento não linear representado pelo modelo de Richard e Abbott (1975).

Capítulo 4

Implementação Computacional

4.1 Considerações iniciais

O presente capítulo aborda a ferramenta computacional desenvolvida nesta dissertação para a avaliação da confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos pelos métodos de confiabilidade FORM e simulação de Monte Carlo. Foi desenvolvido um algoritmo em linguagem MATLAB e optou-se por este ambiente de programação por ser próprio para o desenvolvimento de códigos voltados para a resolução de cálculos numéricos, álgebra matricial e por conter diversas funções estatísticas. Segundo Paraski (2012), códigos desenvolvidos em MATLAB são menores, mais simples e de fácil compreensão por parte do usuário-desenvolvedor se comparados a códigos desenvolvidos em programação tradicional (Fortran, C++, entre outros).

Também é apresentado neste capítulo como foi feita a integração da ferramenta computacional implementada com o sistema computacional em elementos finitos CS-ASA desenvolvido por Silva (2009).

4.2 Ferramenta computacional para análise de confiabilidade

Para a criação da ferramenta computacional do presente trabalho utilizou-se a linguagem de programação MATLAB (MathWorks, 2016), no ambiente de programação MATLAB R2016b versão 9.1.0.441655, licença perpétua número 40451455 de uso individual estudantil, para sistema operacional Windows de 64 bits. A ferramenta desenvolvida no presente estudo tem como principal função avaliar a probabilidade de falha

em pórticos metálicos planos utilizando o método analítico FORM e o método de simulação de Monte Carlo para análise de confiabilidade estrutural. A ferramenta computacional foi projetada para uma integração e funcionamento acoplado com o programa de análise estrutural CS-ASA na versão desenvolvida por Silva (2009), necessário para o cálculo das respostas estruturais (esforços internos e deslocamentos nodais) em pórticos planos através de análise linear e não linear geométrica, e também considerando a flexibilidade das ligações.

Na análise da confiabilidade de estruturas complexas, as funções de desempenho (equações de estados limites) geralmente são funções implícitas (não-analíticas) das variáveis aleatórias. Portanto a análise de confiabilidade do presente trabalho é uma combinação de métodos de análise de confiabilidade e o método dos elementos finitos determinístico presente no CS-ASA. A análise de confiabilidade é realizada na plataforma MATLAB que invoca o CS-ASA para avaliações dos estados limites em cada iteração.

A avaliação de desempenho de uma estrutura é realizada recorrendo ao conceito de estado limite, condição além da qual a estrutura não satisfaz critérios de funcionalidade exigidos no projeto estrutural. As normas de dimensionamento de estruturas geralmente definem duas categorias de estados limites:

- Estados limites últimos: estão relacionados ao escoamento, flambagem, instabilidade e ruptura devidos aos esforços internos atuantes nos elementos estruturais;
- Estados limites de serviço: estão relacionados com o desempenho da estrutura sob condições normais de utilização, sendo as situações mais comuns as verificações de flechas em vigas e deslocamentos laterais em colunas.

Quatro tipos de estados limites comumente encontrados no projeto de pórticos metálicos planos podem ser avaliados pela ferramenta computacional desenvolvida: esforço axial e flexão combinados em elementos do pórtico; flexão pura em elementos do pórtico; deslocamentos horizontais nos nós de topo dos elementos de coluna do pórtico; deslocamentos verticais no meio do vão dos elementos de viga do pórtico. A formulação de cada estado limite será apresentada no Capítulo 5, juntamente com exemplos numéricos e seus respectivos resultados da análise de confiabilidade, avaliada quanto ao atendimento de estados limites de deslocamento em serviço e quanto ao atendimento de estados limites últimos de resistência.

4.2.1 Constituição e funcionamento da ferramenta computacional

Nesta seção apresentam-se todas as funções, scripts, arquivos de entrada e arquivo executável necessários ao funcionamento da ferramenta computacional desenvolvida no presente trabalho. Scripts são o tipo mais simples de arquivo de programa porque não tem argumentos de entrada ou saída, eles são úteis para automatizar uma série de comandos MATLAB. Scripts e funções criados no MATLAB permitem que você reutilize sequências de comandos, armazenando-os em arquivos de programa com extensão **.m*. No entanto as funções são mais flexíveis que os scripts, principalmente porque as funções recebem argumentos de entrada e retornam argumentos de saída, sendo as funções do MATLAB equivalentes às sub-rotinas na linguagem de programação Fortran.

Inicialmente o usuário deve criar os arquivos de entrada necessários à análise estrutural pelo CS-ASA. O arquivo *FILEIN1.D* contém as informações do modelo estrutural de pórtico plano e o arquivo *FILEIN2.D* contém os parâmetros relacionados com a estratégia de solução não linear. Estes arquivos podem ser criados no ambiente gráfico e interativo do CS-ASA Preprocessor desenvolvido por Prado (2012).

Na criação dos arquivos de entrada, o usuário deve fornecer os valores médios para as variáveis aleatórias de projeto, que geralmente são: as propriedades das seções transversais (áreas de seções transversais e momentos de inércia), as propriedades do material (módulos de elasticidade), propriedades das ligações semirrígidas (quatro parâmetros do modelo de potências de Richard-Abbott), e os valores dos carregamentos externos concentrados e distribuídos.

Após a criação dos arquivos de entrada, o usuário deve realizar uma análise determinística (assumindo para as variáveis aleatórias seus valores médios) em elementos finitos pelo sistema computacional CS-ASA através de chamada ao arquivo executável *CSASA.exe*, que fará a leitura dos arquivos de entrada e gerará o arquivo de saída *FILEOUT1.S* contendo os resultados da análise estrutural realizada. O usuário deve verificar se os resultados de esforços internos e deslocamentos nodais fornecidos no arquivo de saída *FILEOUT1.S* são consistentes para o pórtico metálico plano modelado no CS-ASA, prevenindo que erros que possam ocorrer na modelagem não se propaguem para a análise de confiabilidade.

A seguir o usuário deve abrir o script *SETUP.m*. Este script funciona como programa principal, gerenciando todo o processo de cálculo necessário à análise de confiabilidade estrutural. O usuário deve editar a primeira seção do script, definindo: o vetor coluna que

deverá conter os valores médios das variáveis aleatórias; o vetor coluna que deverá conter os coeficientes de variação das variáveis aleatórias; o vetor coluna que deverá conter o tipo de distribuição de probabilidade de cada variável aleatória que poderá ser um dos três tipos: 1 - Normal, 2 - Lognormal ou 3 - Extremo Tipo I (Gumbel); a matriz dos coeficientes de correlação entre as variáveis aleatórias caso existam variáveis correlacionadas; variável numérica definindo o método de análise de confiabilidade, podendo o usuário optar por: 1 - Método analítico FORM, 2 - Método de simulação de Monte Carlo ou 3 - Ambos os métodos citados anteriormente; variável numérica definindo o valor de erro absoluto para a estimativa do índice de confiabilidade β , já que durante o processo iterativo do FORM checa-se a variação relativa do valor de β e interrompe-se o processo quando essa variação é inferior a tolerância estabelecida no valor numérico fixado pelo usuário, recomendando-se aqui o valor de 10^{-5} para esta variável; variável numérica definindo o tamanho Δx da perturbação relativa, necessária ao método da diferença finita central, utilizado para o cálculo dos gradientes da função de falha para cada uma das variáveis aleatórias a cada iteração do método FORM, recomendando-se aqui o valor de 10^{-4} para esta variável; variável numérica *NSIM* definindo o número de simulações que serão realizadas no método de simulação de Monte Carlo.

A segunda seção do script *SETUP.m* tem por objetivo invocar a função que dará início ao processo de avaliação da confiabilidade: caso o usuário tenha optado na primeira seção do script por análise de confiabilidade pelo método analítico FORM, a segunda seção do script irá invocar a função *FORM.m*; já no caso do usuário ter optado pelo método de simulação de Monte Carlo na primeira seção, a segunda seção do script irá invocar a função *MCS.m*. A segunda seção do script *SETUP.m* fornece os argumentos de entrada, definidos na primeira seção do script, para as funções *FORM.m* e *MCS.m*.

Independentemente do método de análise de confiabilidade escolhido no script *SETUP.m*, o usuário deve editar três funções necessárias a qualquer um dos dois métodos, são as funções: *LimitState.m*, *WriteFILEIN1.m* e *ReadFILEOUT1.m*.

A função *LimitState.m* tem como argumento de entrada o vetor coluna U contendo os valores atuais das variáveis aleatórias do problema de confiabilidade e devolve como argumento de saída o valor da função de desempenho $G(U)$ (equação de estado limite) avaliada para os valores do vetor U de entrada.

A segunda linha da função *LimitState.m* invoca a função *WriteFILEIN1.m*, fornecendo como argumento de entrada o vetor U contendo os valores atuais das variáveis aleatórias. O usuário deve editar a função *WriteFILEIN1.m*, especificando nessa função o local (campo) de cada variável aleatória no arquivo *FILEIN1.D*, já que essa função tem por

objetivo, a cada avaliação da função de desempenho, sobrescrever nos locais (campos) do arquivo *FILEINI.D* especificados pelo usuário, novos valores para as variáveis tomadas como aleatórias na análise de confiabilidade. A função *WriteFILEINI.m* não possui argumentos de saída.

Após a função *WriteFILEINI.m* gerar novo arquivo de entrada *FILEINI.D*, a terceira linha da função *LimitState.m* invoca via comando DOS o arquivo executável *CSASA.exe*, para que seja realizada nova análise estrutural determinística em elementos finitos pelo CS-ASA, gerando um novo arquivo de saída *FILEOUT1.S* contendo as respostas estruturais.

A quarta linha da função *LimitState.m* invoca a função *ReadFILEOUT1.m*, não sendo necessário fornecer argumentos de entrada para essa função. O usuário deve editar a função *ReadFILEOUT1.m* especificando os locais (campos) do arquivo de saída *FILEOUT1.S* que contêm as respostas estruturais (esforços internos e deslocamentos nodais), que serão os argumentos de saída dessa função, necessários à avaliação da função de desempenho.

A partir da quinta linha da função *LimitState.m*, o usuário deve editar a formulação da equação de estado limite em função dos argumentos de saída (respostas estruturais) da função *ReadFILEOUT1.m* e também em função dos valores atuais das variáveis aleatórias, de forma que a função *LimitState.m* devolva como argumento de saída o valor $G(U)$ da função de desempenho (equação de estado limite) avaliada para os valores atuais das variáveis aleatórias do vetor U (argumento de entrada).

Uma das grandes vantagens da ferramenta computacional desenvolvida nessa dissertação está na possibilidade de edição da equação de estado limite no arquivo *LimitState.m*, possibilitando a avaliação de diferentes formulações de estados limites últimos e de estados limites de serviço.

Caso o usuário tenha optado por análise de confiabilidade pelo método analítico FORM, a função *FORM.m* é invocada pelo script *SETUP.m*. Os argumentos de entrada da função *FORM.m* são: vetor contendo as médias das variáveis aleatórias; vetor contendo os coeficientes de variação das variáveis aleatórias; vetor contendo o tipo de distribuição de probabilidade de cada variável aleatória; matriz dos coeficientes de correlação; tolerância para estimativa do índice de confiabilidade β ; e o valor da perturbação relativa Δx para o cálculo dos gradientes da função de desempenho no espaço original pelo método da diferença finita central. A função *FORM.m* não possui argumentos de saída, já que os resultados da análise de confiabilidade são impressos na própria janela do aplicativo MATLAB, sendo possível copiar para a área de transferência ou imprimir para arquivo os resultados.

Caso existam variáveis correlacionadas, a função *FORM.m* invoca a função *Correlation.m*, fornecendo como argumentos de entrada a matriz de correlação, o vetor dos coeficientes de variação e o vetor que contém o tipo de distribuição de probabilidade de cada variável aleatória. A função *Correlation.m* devolve como argumento de saída a matriz inversa de L , com L sendo a matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação equivalentes. Caso não existam variáveis correlacionadas, a função *Correlation.m* gera a matriz inversa de L como sendo uma matriz identidade com base no número de variáveis aleatórias, caracterizando a não existência de correlações entre variáveis.

A análise de confiabilidade pelo método analítico FORM pode ser resumida pelo seguinte algoritmo:

- 1) Invocar a função *Correlation.m*, avaliar as correlações equivalentes entre as variáveis e montar a matriz L^{-1} necessária à transformação de Nataf;
- 2) Definir o ponto de partida U no espaço original. O vetor ponto inicial é composto pelas médias das variáveis aleatórias;
- 3) Avaliar as médias e desvios padrões das normais equivalentes do vetor U , invocando a função *NormalEquivalente.m* para cada variável aleatória com distribuição não-normal, fornecendo como argumento de entrada o valor atual da variável, o valor da função distribuição acumulada e o valor da função densidade de probabilidade. A função *NormalEquivalente.m* fornece como argumento de saída a média e o desvio-padrão da distribuição normal equivalente;
- 4) Montar o vetor coluna \mathbf{m} contendo as médias equivalentes e montar a matriz diagonal $\boldsymbol{\sigma}$ contendo os desvios-padrões equivalentes;
- 5) Avaliar a função de desempenho $G(U)$ invocando a função *LimitState.m* e fornecendo como argumento de entrada o vetor U composto pelos valores atuais das variáveis aleatórias no espaço original;
- 6) Montar a matriz Jacobiano da transformação através do produto entre matrizes:

$$J = L^{-1} \boldsymbol{\sigma}^{-1};$$

- 7) Avaliar os gradientes da função de desempenho no espaço original, através do método da diferença finita central, invocando a função *Gradient.m*, fornecendo como argumentos de entrada o vetor U e o valor da perturbação Δx . A função *Gradient.m* devolve como argumento de saída o vetor gradiente da função de desempenho no espaço original $\nabla G(U)$. O método da diferença finita central torna-se necessário uma vez que a função de desempenho (equação de estado limite) é implícita e avaliar as

derivadas parciais de primeira ordem de forma analítica não é possível. De acordo com o método da diferença central:

$$\frac{\partial G(U_1, U_2, \dots, U_n)}{\partial U_i} = \frac{G(U_i + \Delta x) - G(U_i - \Delta x)}{2 \cdot \Delta x}$$

A função de desempenho $G(U)$ deve ser derivada com relação a todas as variáveis aleatórias. A função *Gradient.m* deve avaliar a função de desempenho em $G(U_i + \Delta x)$ e $G(U_i - \Delta x)$ para cada variável aleatória U_i , portanto, a cada iteração do FORM, o número de vezes que a função *LimitState.m* é invocada nesta etapa é igual a $2n$, sendo n o número de variáveis aleatórias presentes na análise de confiabilidade. Segundo Baptista (2012), perturbações relativas Δx entre 10^{-4} a 10^{-8} geralmente levam a bons resultados para aplicações práticas;

8) Avaliar o gradiente da função de desempenho no espaço reduzido através da expressão: $\nabla g(V) = (J^{-1})^T \nabla G(U)$;

9) Obter o vetor V das variáveis normais padrão estatisticamente independentes no espaço reduzido através da transformação de Nataf (Melchers, 1999):

$$V = J(U - m);$$

10) Avaliar novo ponto V^{next} de iteração no espaço reduzido através do algoritmo HLRFF resumido pela seguinte expressão:

$$V^{next} = \frac{1}{|\nabla g(V)|^2} [\nabla g(V)^T V - G(U)] \nabla g(V)$$

11) Avaliar o índice de confiabilidade pela expressão: $\beta = |V^{next}|$;

12) Avaliar o novo ponto U^{next} no espaço original através da seguinte expressão:

$$U^{next} = U + (J^{-1})^T \cdot (V^{next} - V)$$

13) Tomar U^{next} como novo ponto de partida e repetir os passos de 3 a 12 até a convergência ser alcançada, definida quando a variação relativa do índice de confiabilidade for menor que a tolerância estabelecida no argumento de entrada da função *FORM.m*, pelo atendimento à inequação a seguir:

$$\frac{\beta - |V|}{\beta} \leq \text{tolerância}$$

- 14) Determinação do índice de sensibilidade (cosseno diretor) de cada variável envolvida na análise de confiabilidade no ponto de projeto pela expressão:

$$\alpha_i = -\frac{\nabla g(\mathbf{V}^*)_i}{|\nabla g(\mathbf{V}^*)|}$$

- 15) Determinação do fator de importância de cada variável aleatória, definido por:

$$I_i(\%) = \alpha_i^2 \cdot 100\%$$

- 16) Determinar a probabilidade de falha do método FORM pela expressão:

$$P_f = \Phi(-\beta)$$

Caso o usuário tenha optado por análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo, a função *MCS.m* é invocada pelo script *SETUP.m*. Os argumentos de entrada da função *MCS.m* são: vetor contendo as médias das variáveis aleatórias; vetor contendo os coeficientes de variação das variáveis aleatórias; vetor contendo o tipo de distribuição de probabilidade de cada variável aleatória; e o número *NSIM* de simulações que serão realizadas no método de simulação de Monte Carlo. A função *MCS.m* não possui argumentos de saída, já que os resultados da análise de confiabilidade são impressos na própria janela do aplicativo MATLAB, sendo possível copiar para a área de transferência ou imprimir para arquivo os resultados. A análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo pode ser resumida pelo seguinte algoritmo:

- 1) Invocar as funções internas do MATLAB para geração de valores randômicos das variáveis aleatórias. A função interna *normrnd* retorna um vetor coluna com *NSIM* números aleatórios gerados a partir dos parâmetros de média e desvio padrão de cada variável com distribuição normal. A função interna *lognrnd* retorna um vetor coluna com *NSIM* números aleatórios gerados a partir dos parâmetros de média e desvio padrão da distribuição normal associada de cada variável com distribuição lognormal. A função interna *evrnd* retorna um vetor coluna com *NSIM* números aleatórios gerados a partir dos parâmetros de média e desvio padrão de cada variável com distribuição de Extremo Tipo I (Gumbel);
- 2) Invocar a função *LimitState.m* que irá avaliar a função de desempenho (estado limite) para cada conjunto de valores randômicos gerados, armazenando o resultado de saída da função *LimitState.m* em um vetor coluna (de *NSIM* linhas) para cada avaliação da função de desempenho. Nesta etapa ocorrem *NSIM* chamadas à função *LimitState.m*, demandando a realização de *NSIM* análises estruturais via elementos finitos pelo

programa CS-ASA, sendo, portanto, uma etapa que envolve um grande volume de cálculos e gasto de tempo computacional;

- 3) Percorrer o vetor coluna gerado na etapa anterior, contando o número de vezes N_f em que o resultado da avaliação da função de desempenho resultou em falha, ou seja, em valor negativo;
- 4) Obter a probabilidade de falha, dividindo-se o número de falhas ocorridas pelo número de simulações realizadas: $P_f = N_f / NSIM$;
- 5) Obter o índice de confiabilidade equivalente pela expressão: $\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$;
- 6) Determinar a precisão do método de simulação empregado para estimativa da probabilidade de falha. A precisão pode ser avaliada pelo cálculo da variância da probabilidade de falha, expressa por:

$$\sigma_{P_f}^2 = \frac{(1-P_f) \cdot P_f}{NSIM}$$

- 7) Determinar o erro percentual associado à probabilidade de falha obtida via simulação de Monte Carlo pela seguinte expressão:

$$\varepsilon\% = \sqrt{\frac{(1-P_f)}{NSIM \cdot P_f}} \cdot 200\%$$

Nota-se a simplicidade da análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo em comparação com o método analítico FORM, porém o número de avaliações da função de desempenho necessário para se estimar a probabilidade de falha pode inviabilizar o processo, demandando um tempo computacional muito elevado como foi discutido no Capítulo 2 do presente trabalho. Para determinação do número de simulações $NSIM$, sugere-se realizar antes uma análise de confiabilidade pelo método analítico FORM e através da probabilidade de falha estimada por esse método, determinar o número $NSIM$ necessário ao método de simulação de Monte Carlo.

Uma limitação do algoritmo implementado para análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo até o presente estágio de desenvolvimento da função $MCS.m$ é a impossibilidade de considerar a existência de correlações entre as variáveis aleatórias básicas do problema de confiabilidade estrutural na geração de números aleatórios pelas funções internas do MATLAB. Porém o erro na estimativa da probabilidade de falha ao se considerar todas as variáveis aleatórias como não-correlacionadas é pequeno caso as

variáveis aleatórias correlacionadas tenham baixos fatores de importância e baixos coeficientes de variação, ou seja, no caso onde elas pudessem até mesmo serem consideradas como determinísticas na análise de confiabilidade. Caso futuramente a consideração da existência de correlações entre variáveis seja implementada na função *MCS.m*, é necessário acrescentar somente um único argumento de entrada: a matriz dos coeficientes de correlação entre as variáveis aleatórias.

Na Figura 4.1 a seguir é apresentado o fluxograma do funcionamento da ferramenta computacional desenvolvida no presente trabalho, com a indicação dos arquivos que a constituem e indicada a interação com o programa CS-ASA (Silva, 2009).

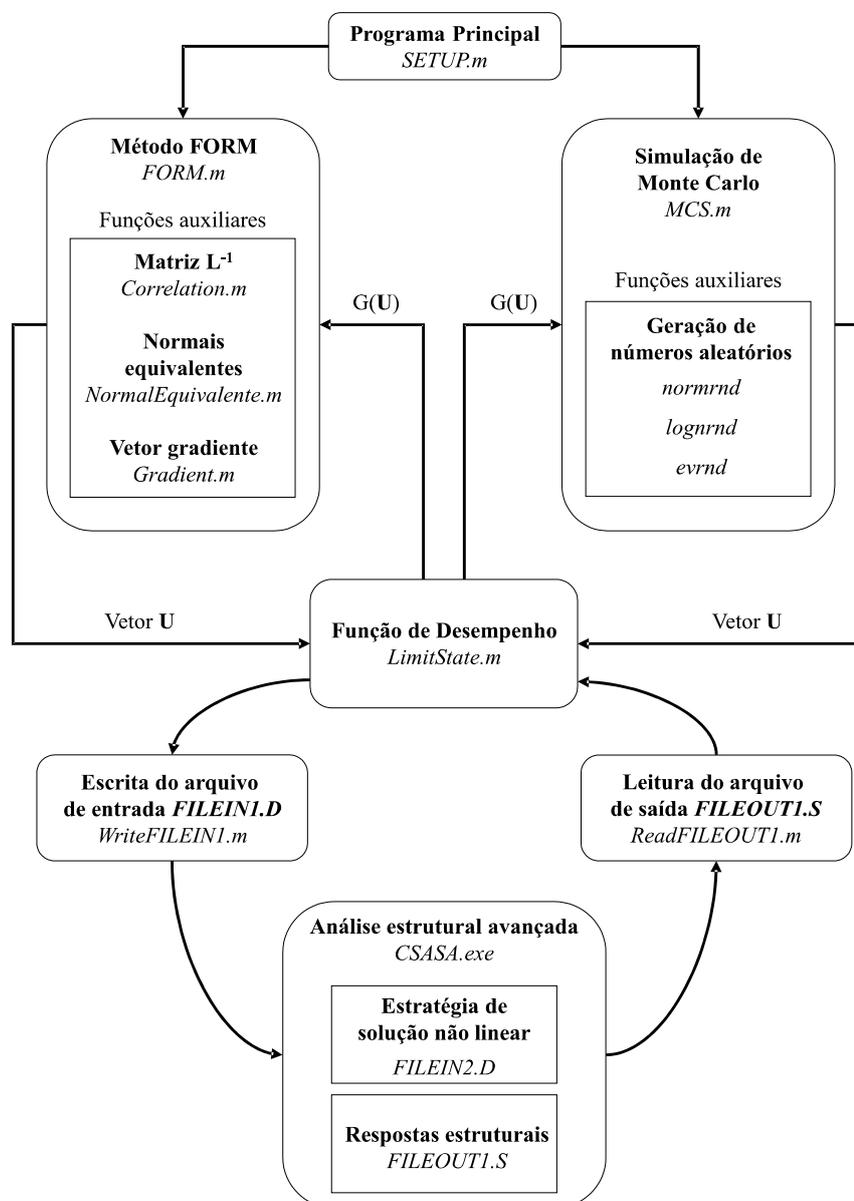


Figura 4.1 – Fluxograma de funcionamento e constituição da ferramenta computacional desenvolvida

4.3 Exemplo de utilização

Nesta seção apresenta-se um exemplo de utilização da ferramenta computacional desenvolvida em MATLAB. A melhor forma encontrada para se explicar como utilizar a ferramenta computacional desenvolvida é exemplificar através de um problema de confiabilidade estrutural de pórtico metálico plano. O problema proposto para esta demonstração foi um exemplo encontrado na dissertação de Baptista (2012), trabalho onde foi desenvolvido um programa em linguagem MATLAB denominado FORModule para cálculo da probabilidade de falha em pórticos planos através do algoritmo FORM integrado com o método dos elementos finitos. Para o cálculo dos gradientes da função de desempenho pelo método FORM, Baptista (2012) implementou o método das diferenças finitas e também o método contínuo de sensibilidades. O problema proposto foi encontrado por Baptista (2012) nos exemplos apresentados pelo programa FERUM (*Finite Element Reliability Using Matlab*) concebido por Der Kiureghian (2006) na Universidade de Berkeley na Califórnia, principalmente para fins pedagógicos visando o ensino e aprendizagem de confiabilidade estrutural e método dos elementos finitos estocásticos. O FERUM é um conjunto de funções escritas em linguagem MATLAB para análise de confiabilidade por diversos algoritmos incluindo o método analítico FORM. Os resultados do FERUM da análise de confiabilidade pelo algoritmo FORM do problema proposto foram utilizados por Baptista (2012) para validação do programa FORModule.

O problema proposto consiste na análise de confiabilidade do pórtico plano de dois andares mostrado na Figura 4.2. O pórtico é composto por nove nós e dez elementos. Cada elemento tem um determinado valor para o módulo de elasticidade, momento de inércia e área da seção transversal, e cada um destes parâmetros corresponde a uma variável aleatória. Portanto, associadas aos dez elementos temos trinta variáveis aleatórias.

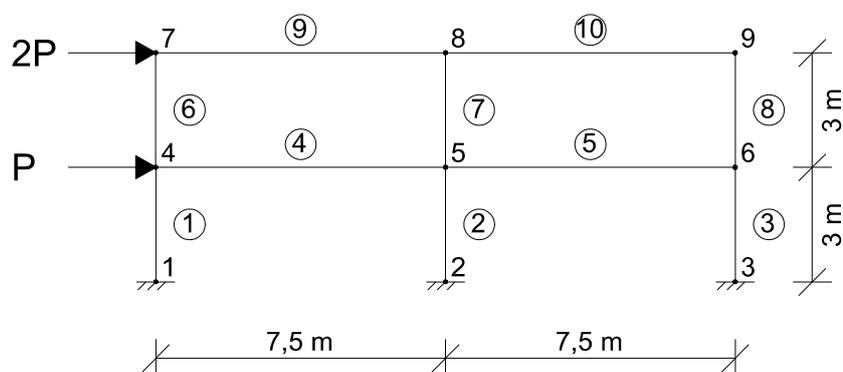


Figura 4.2 – Pórtico plano do exemplo de utilização (Adaptado de Baptista, 2012)

O carregamento aplicado nos pontos nodais 4 e 7 também terá sua intensidade P considerada como sendo uma variável aleatória, perfazendo um total de 31 variáveis aleatórias na análise de confiabilidade do pórtico. A Tabela 4.1 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Tabela 4.1 - Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias

Variável	Número de variáveis	Unidade	Média	Coefficiente de variação	Tipo de Distribuição
Elasticidade (E)	10	N/mm ²	2,000E+05	0,10	Normal
Área (A)	10	mm ²	5,000E+03	0,10	Normal
Inércia (I)	10	mm ⁴	5,000E+08	0,10	Normal
Força (P)	1	N	3,000E+05	0,15	Lognormal

O estado limite de serviço verificado para esse problema foi definido com relação ao deslocamento horizontal do nó 9, calculado em função de todas as 31 variáveis, sendo fixado em 45 milímetros o deslocamento horizontal limite para esse nó. A função de desempenho (equação de estado limite) pode então ser definida por:

$$G(U) = 45 - \delta_{9,x} \quad (4.1)$$

Sendo $\delta_{9,x}$ definido como o deslocamento horizontal do nó 9 em milímetros, calculado pelo CS-ASA (Silva, 2009) cada vez que a função *LimitState.m* é invocada.

A probabilidade de falha correspondente ao estado limite da Equação (4.1) deve ser estimada pela ferramenta computacional desenvolvida. O passo inicial é criar o arquivo de entrada *FILEINI.D* com as informações do modelo estrutural de pórtico plano e realizar uma análise linear determinística com os valores médios das variáveis aleatórias, para que seja gerado pelo CS-ASA o arquivo de saída *FILEOUTI.S* contendo as respostas estruturais, principalmente o deslocamento horizontal do nó 9.

Na Figura 4.3 é apresentado o arquivo *FILEINI.D* do problema proposto e neste arquivo foi definido: análise estática de pórtico plano por solução linear e ligações rígidas (linhas 2 a 5); coordenadas nodais (linhas 12 a 21); condições de apoio (linhas 23 a 25); conectividade dos elementos (linhas 28 a 37); módulo de elasticidade do material de cada um dos dez elementos (linhas 39 a 68); área e momento de inércia da seção transversal de cada um dos dez elementos (linhas 70 a 99); e os carregamentos externos concentrados no nó 4 (linha 106) e no nó 7 (linha 107).

```

1  CONFIABILIDADE                ...Título do problema
2  estatica                      ...Análise estática
3  por                           ...Modelo de Pórtico Plano
4  0                             ...Análise Linear
5  0                             ...Somente ligações rígidas
6  9 10 2 2 3 10 1 10 2        ...Descritos abaixo na sequência:
7  ...Número de nós; número de elementos; número de nós por elemento; dimensão do problema (2D);
8  ...3 graus de liberdade por nó; número de materiais; número de propriedades de cada material (E);
9  ...número de seções transversais; número de propriedades de cada seção (A e I).
10 coor                          ...Macro-comando identificador das coordenadas nodais
11 ppor                          ...Macro-comando que identifica geração coordenadas
12 9                             ...Número total de pontos nodais
13 1 1 0 0                      ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
14 2 1 7500 0                   ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
15 3 1 15000 0                  ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
16 4 1 0 3000                   ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
17 5 1 7500 3000               ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
18 6 1 15000 3000              ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
19 7 1 0 6000                   ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
20 8 1 7500 6000               ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
21 9 0 15000 6000              ...Número do nó; ng; coordenadas em x e y
22 boun                          ...Macro-comando identificador das condições de contorno
23 1 1 1 1 1 1                  ...Número do nó; ng; deslocamentos em x e y; rotação em z
24 2 1 1 1 1 1                  ...Número do nó; ng; deslocamentos em x e y; rotação em z
25 3 1 1 1 1 1                  ...Número do nó; ng; deslocamentos em x e y; rotação em z
26 9 0 0 0 0 0                  ...Número do nó; ng; deslocamentos em x e y; rotação em z
27 elem                          ...Macro-comando identificador da conectividade dos elementos
28 1 1 4 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
29 2 2 5 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
30 3 3 6 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
31 4 4 5 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
32 5 5 6 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
33 6 4 7 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
34 7 5 8 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
35 8 6 9 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
36 9 7 8 0                      ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
37 10 8 9 0                     ...Número do elemento; nó inicial; nó final; Lx
38 mate                          ...Macro-comando identificador das propriedades dos materiais
39 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E1) do material 1
40 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 1
41 1 1                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 1
42 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E2) do material 2
43 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 2
44 2 2                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 2
45 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E3) do material 3
46 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 3
47 3 3                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 3
48 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E4) do material 4
49 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 4
50 4 4                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 4
51 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E5) do material 5
52 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 5
53 5 5                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 5
54 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E6) do material 6
55 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 6
56 6 6                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 6
57 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E7) do material 7
58 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 7
59 7 7                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 7
60 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E8) do material 8
61 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 8
62 8 8                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 8
63 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E9) do material 9
64 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 9
65 9 9                           ...Elemento inicial e final do grupo com material 9
66 2.000E+05                     ...Módulo de Elasticidade (E10) do material 10
67 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com material 10
68 10 10                         ...Elemento inicial e final do grupo com material 10
69 seca                          ...Macro-comando identificador das propriedades das seções
70 5.000E+03 5.000E+08          ...Propriedades da seção 1: Área (A1) e Inércia (I1)
71 1                             ...Quantidade de grupos de elementos com seção 1
72 1 1                           ...Elemento inicial e final do grupo com seção 1

```

Figura 4.3 – Arquivo de entrada *FILEINI.D*

```

73 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 2: Área (A2) e Inércia (I2)
74 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 2
75 2 2 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 2
76 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 3: Área (A3) e Inércia (I3)
77 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 3
78 3 3 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 3
79 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 4: Área (A4) e Inércia (I4)
80 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 4
81 4 4 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 4
82 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 5: Área (A5) e Inércia (I5)
83 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 5
84 5 5 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 5
85 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 6: Área (A6) e Inércia (I6)
86 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 6
87 6 6 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 6
88 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 7: Área (A7) e Inércia (I7)
89 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 7
90 7 7 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 7
91 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 8: Área (A8) e Inércia (I8)
92 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 8
93 8 8 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 8
94 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 9: Área (A9) e Inércia (I9)
95 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 9
96 9 9 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 9
97 5.000E+03 5.000E+08 ...Propriedades da seção 10: Área (A10) e Inércia (I10)
98 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 10
99 10 10 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 10
100 graf ...Macro-comando identificador de parâmetros para gráficos
101 0 9 9 ...autopl;pontos nodais para controle de carga e deslocamento
102 1 ...Grau de liberdade na direção 1 (horizontal)
103 load ...Macro-comando identificador de carregamento
104 1 ...Quantidade de casos de carregamento
105 1 0 ...Cargas concentradas nos nós; cargas distribuídas nos elementos
106 4 3.000E+05 0 0 ...Número do nó; carga em x; Carga em y; Momento em z
107 7 6.000E+05 0 0 ...Número do nó; carga em x; Carga em y; Momento em z
108 9 0 0 0 ...Número do nó; carga em x; Carga em y; Momento em z
109 end ...Macro-comando identificador de encerramento da leitura
110

```

Figura 4.3 – Arquivo de entrada *FILEINI.D* (continuação)

Na Figura 4.4 é apresentado trecho do arquivo de saída *FILEOUTI.S*, resultado da análise estrutural realizada pelo CS-ASA após leitura do arquivo *FILEINI.D*. Encontram-se na linha 320 do arquivo *FILEOUTI.S* os deslocamentos nodais calculados para o nó 9.

```

299 Nodal Loads:
300 =====
301 NODE PX PY M
302 4 300000.00 0.00000000 0.00000000
303 7 600000.00 0.00000000 0.00000000
304 9 0.00000000 0.00000000 0.00000000
305
306
307 DESLOCAMENTO NODAL:
308 =====
309
310 NODE DISP. X DISP. Y ROTACAO
311
312 1 0.000000000000000000E+00 0.000000000000000000E+00 0.000000000000000000E+00
313 2 0.000000000000000000E+00 0.000000000000000000E+00 0.000000000000000000E+00
314 3 0.000000000000000000E+00 0.000000000000000000E+00 0.000000000000000000E+00
315 4 0.15643403927209069693E+02 0.54667543329486090187E+00 -0.60016194789792483288E-02
316 5 0.14395750239652024050E+02 -0.41079677997567461134E-01 -0.43813907534291131329E-02
317 6 0.13580337116520610152E+02 -0.50559575529729339216E+00 -0.51966506231795024998E-02
318 7 0.34839329113817228745E+02 0.76611004943568272729E+00 -0.43730401311519798146E-02
319 8 0.31550641037621005580E+02 -0.57451992366280783819E-01 -0.27039081677292294698E-02
320 9 0.30437600433501962982E+02 -0.70865805706940210307E+00 -0.38154437132366641333E-02
321

```

Figura 4.4 – Trecho do arquivo de saída *FILEOUTI.S* do problema proposto

A entrada de dados do problema de confiabilidade estrutural inicia-se com a edição pelo usuário da primeira seção do script *SETUP.m* exemplificada na Figura 4.5 a seguir:

```

1 - clear; %%Remove todas as variáveis do Workspace do MATLAB
2 - clc; %%Limpa a tela (command window) do MATLAB
3 %% Primeira seção do script SETUP.m
4 %%Prealocação de memória para os vetores coluna que conterão as médias,
5 %%coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade das
6 %%31 variáveis aleatórias do problema de confiabilidade estrutural:
7 - medias=zeros(31,1); deltas=zeros(31,1); distribs=zeros(31,1);
8 %%Armazenamento dos valores médios das 31 variáveis aleatórias:
9 - medias(1:10,1)=2E+05; %%valor médio das variáveis E1,E2,E3,...,E10
10 - medias(11:20,1)=5E+03; %%valor médio das variáveis A1,A2,A3,...,A10
11 - medias(21:30,1)=5E+08; %%valor médio das variáveis I1,I2,I3,...,I10
12 - medias(31,1)=3E+05; %%valor médio da variável P
13 %%Armazenamento dos coeficientes de variação das 31 variáveis aleatórias:
14 - deltas(1:30,1)=0.1; %%coeficiente de variação das variáveis E, A e I
15 - deltas(31,1)=0.15; %%coeficiente de variação da variável P
16 %%Armazenamento do tipo de distribuição de probabilidade das 31 variáveis:
17 - distribs(1:30,1)=1; %%Distribuição Normal para as variáveis E, A e I
18 - distribs(31,1)=2; %%Distribuição Lognormal para a variável P
19 %%Definição da matriz dos coeficientes de correlação entre as variáveis
20 %%aleatórias, indicando a existência ou não de variáveis correlacionadas:
21 - corr = eye(length(medias)); %%Matriz identidade(31x31): inexistem correlações
22 %%Definição do método de análise de confiabilidade que será realizado:
23 - metodo=1; %%Opções: 1 - Método FORM; 2 - Simulação de Monte Carlo; 3 - Ambos
24 %%Definição da tolerância para interrupção do FORM (convergência Beta):
25 - tole=1E-05;
26 %%Definição da perturbação relativa, necessária ao método da diferença
27 %%finita central, para o cálculo do vetor gradiente no espaço original:
28 - dx=1E-04;
29 %%Definição do número de simulações de Monte Carlo que serão realizadas:
30 - NSIM=1E+05;
31 %% Segunda seção do script SETUP.m
32 %%Invoca a função que avaliará a probabilidade de falha com base na escolha
33 %%do método feita pelo usuário em "metodo" na primeira seção do script:
34 - switch metodo
35 -     case 1 %%Caso a escolha seja o FORM, invoca a função FORM.m:
36 -         FORM(medias,deltas,distribs,corr,tole,dx); %%argumentos de entrada da função;
37 -     case 2 %%Caso a escolha seja simulação de Monte Carlo, invoca a função MCS.m:
38 -         MCS(medias,deltas,distribs,NSIM); %%argumentos de entrada da função;
39 -     case 3 %%Caso a escolha seja ambos os métodos, invoca as funções FORM.m e MCS.m:
40 -         FORM(medias,deltas,distribs,corr,tole,dx); %%argumentos de entrada da função;
41 -         MCS(medias,deltas,distribs,NSIM); %%argumentos de entrada da função;
42 -     otherwise %%Em caso de escolha diferente, exibe mensagem de erro na tela:
43 -         disp('Erro no tipo de método de análise escolhido');
44 - end

```

Figura 4.5 – Script *SETUP.m* do problema proposto

Na Figura 4.5 é possível observar que foram definidos na primeira seção do script *SETUP.m* todos os argumentos de entrada necessários às funções *FORM.m* e *MCS.m* que serão invocadas na segunda seção do script e irão avaliar a probabilidade de falha da função de desempenho (estado limite) descrita pela Equação (4.1). Deve-se então editar a função *LimitState.m* de forma a incluir nela a formulação da função de desempenho. Na Figura 4.6 é apresentada a função *LimitState.m* do problema proposto com a formulação da função de desempenho presente na linha 6 do código.

```

1  function [ GU ] = LimitState(U)
2  -   WriteFILEIN1(U);           %Invoca a função de escrita do arquivo FILEIN1.D
3  -   [~,~] = dos('CSASA.exe'); %Invoca a análise em elementos finitos do CS-ASA
4  -   d9x = ReadFILEOUT1;       %Invoca a função de leitura do arquivo FILEOUT1.S
5  -   %que retorna como argumento da saída o deslocamento horizontal do nó 9
6  -   GU = 45 - d9x; %Formulação da função de desempenho em termos do
7  -   %deslocamento horizontal do ponto nodal 9, GU é argumento de saída da
8  -   %função LimitState.m.
9  -   end
10

```

Figura 4.6 – Função *LimitState.m* do problema proposto

Como mostra a Figura 4.6, a função *LimitState.m* invoca as funções *WriteFILEIN1.m* e *ReadFILEOUT1.m*, sendo necessário então ajustar essas funções. A função *WriteFILEIN1.m* deve efetuar a escrita do arquivo *FILEIN1.D* para os 31 valores das variáveis aleatórias presentes no vetor *U*, deve-se então definir os locais das 31 variáveis no arquivo *FILEIN1.D* já que essas variáveis são parâmetros estruturais do modelo de pórtico plano. Na Figura 4.7 estão indicados os locais no arquivo *FILEIN1.D* que devem ser alterados a cada chamada à função *WriteFILEIN1.m*. Para que esses locais sejam substituídos pelos valores das variáveis aleatórias, é necessária a utilização da função interna *num2str* do MATLAB conjuntamente com um par de apóstrofes, como mostrado na Figura 4.7, separando esses campos dos demais na leitura do arquivo *FILEIN1.D* pelo MATLAB. A função *num2str* transforma os valores numéricos das variáveis aleatórias em sequências de caracteres do tipo texto. Então um novo arquivo *FILEIN1.D*, com os novos valores das variáveis aleatórias, é gerado com auxílio da função interna *fprintf* do MATLAB. Na próxima etapa, após criado o arquivo de entrada, o sistema CS-ASA é executado via comando DOS, como mostrado na linha 3 da Figura 4.6, realizando a análise estrutural e gerando novo arquivo *FILEOUT1.S* que deve ser lido pela função *ReadFILEOUT1.m*, como mostrado na linha 4 da Figura 4.6.

```

38 mate ...Macro-comando identificador das propriedades dos materiais
39 'num2str(U(1))' ...Módulo de Elasticidade (E1) do material 1
40 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 1
41 1 1 ...Elemento inicial e final do grupo com material 1
42 'num2str(U(2))' ...Módulo de Elasticidade (E2) do material 2
43 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 2
44 2 2 ...Elemento inicial e final do grupo com material 2
45 'num2str(U(3))' ...Módulo de Elasticidade (E3) do material 3
46 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 3
47 3 3 ...Elemento inicial e final do grupo com material 3
48 'num2str(U(4))' ...Módulo de Elasticidade (E4) do material 4
49 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 4
50 4 4 ...Elemento inicial e final do grupo com material 4
51 'num2str(U(5))' ...Módulo de Elasticidade (E5) do material 5
52 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 5
53 5 5 ...Elemento inicial e final do grupo com material 5
54 'num2str(U(6))' ...Módulo de Elasticidade (E6) do material 6
55 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 6
56 6 6 ...Elemento inicial e final do grupo com material 6
57 'num2str(U(7))' ...Módulo de Elasticidade (E7) do material 7
58 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 7
59 7 7 ...Elemento inicial e final do grupo com material 7
60 'num2str(U(8))' ...Módulo de Elasticidade (E8) do material 8
61 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 8
62 8 8 ...Elemento inicial e final do grupo com material 8
63 'num2str(U(9))' ...Módulo de Elasticidade (E9) do material 9
64 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 9
65 9 9 ...Elemento inicial e final do grupo com material 9
66 'num2str(U(10))' ...Módulo de Elasticidade (E10) do material 10
67 1 ...Quantidade de grupos de elementos com material 10
68 10 10 ...Elemento inicial e final do grupo com material 10
69 seca ...Macro-comando identificador das propriedades das seções
70 'num2str(U(11))' 'num2str(U(21))' ...Propriedades da seção 1: Área (A1) e Inércia (I1)
71 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 1
72 1 1 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 1
73 'num2str(U(12))' 'num2str(U(22))' ...Propriedades da seção 2: Área (A2) e Inércia (I2)
74 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 2
75 2 2 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 2
76 'num2str(U(13))' 'num2str(U(23))' ...Propriedades da seção 3: Área (A3) e Inércia (I3)
77 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 3
78 3 3 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 3
79 'num2str(U(14))' 'num2str(U(24))' ...Propriedades da seção 4: Área (A4) e Inércia (I4)
80 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 4
81 4 4 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 4
82 'num2str(U(15))' 'num2str(U(25))' ...Propriedades da seção 5: Área (A5) e Inércia (I5)
83 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 5
84 5 5 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 5
85 'num2str(U(16))' 'num2str(U(26))' ...Propriedades da seção 6: Área (A6) e Inércia (I6)
86 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 6
87 6 6 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 6
88 'num2str(U(17))' 'num2str(U(27))' ...Propriedades da seção 7: Área (A7) e Inércia (I7)
89 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 7
90 7 7 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 7
91 'num2str(U(18))' 'num2str(U(28))' ...Propriedades da seção 8: Área (A8) e Inércia (I8)
92 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 8
93 8 8 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 8
94 'num2str(U(19))' 'num2str(U(29))' ...Propriedades da seção 9: Área (A9) e Inércia (I9)
95 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 9
96 9 9 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 9
97 'num2str(U(20))' 'num2str(U(30))' ...Propriedades da seção 10: Área (A10) e Inércia (I10)
98 1 ...Quantidade de grupos de elementos com seção 10
99 10 10 ...Elemento inicial e final do grupo com seção 10
100 graf ...Macro-comando identificador de parâmetros para gráficos
101 0 9 9 ...autopl;pontos nodais para controle de carga e deslocamento
102 1 ...Grau de liberdade na direção 1 (horizontal)
103 load ...Macro-comando identificador de carregamento
104 1 ...Quantidade de casos de carregamento
105 1 0 ...Cargas concentradas nos nós; cargas distribuídas nos elementos
106 4 'num2str(U(31))' 0 0 ...Número do nó; carga em x; Carga em y; Momento em z
107 7 'num2str(2*U(31))' 0 0 ...Número do nó; carga em x; Carga em y; Momento em z
108 9 0 0 0 ...Número do nó; carga em x; Carga em y; Momento em z
109 end ...Macro-comando identificador de encerramento da leitura

```

Figura 4.7 – Alterações no arquivo *FILEINI.D* de modo a indicar os locais das variáveis aleatórias

Os ajustes que devem ser feitos na função *ReadFILEOUT1.m* dizem respeito à indicação pelo usuário do local no arquivo *FILEOUT1.S* onde deve ser feita a leitura do deslocamento horizontal do ponto nodal 9 calculado pela análise estrutural em elementos finitos feita pelo CS-ASA. O deslocamento calculado será o argumento de saída dessa função. A Figura 4.8 exemplifica a função *ReadFILEOUT1.m* do problema proposto.

```

1  function [ d9x ] = ReadFILEOUT1
2  -   filename = 'FILEOUT1.s';
3  -   delimiter = ' ';
4  -   startRow = 212;
5  -   endRow = 212;
6  -   formatSpec = '%*s%s%s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s*s[s^\n\r]';
7  -   fileID = fopen(filename,'r');
8  -   textscan(fileID, '%[^\n\r]', startRow-1, 'WhiteSpace', '', 'ReturnOnError', false);
9  -   dataArray = textscan(fileID, formatSpec, endRow-startRow+1);
10 -   fclose(fileID);
11 -   d9x = str2double(dataArray{:}, 1);
12 -   clearvars filename delimiter startRow endRow formatSpec fileID dataArray ans;
13 -   end
14

```

Figura 4.8 – Função *ReadFILEOUT1.m* do problema proposto

Na Figura 4.8 observa-se que para a leitura do arquivo de saída *FILEOUT1.S* gerado pelo CS-ASA, foram necessárias funções internas do MATLAB que lidam com operações com arquivos, são elas: *fopen*, *textscan* e *fclose*. A função *fopen* foi utilizada na linha 7 da função *ReadFILEOUT1.m* para abrir o arquivo *FILEOUT1.S* com permissão de somente leitura. A função *textscan* foi utilizada para leitura de dados formatados do arquivo de texto *FILEOUT1.S* aberto em uma matriz celular, ou seja, foi utilizada para leitura dos dados do arquivo de saída referentes ao deslocamento horizontal do ponto nodal 9. A função *fclose* foi utilizada na linha 10 para fechar o arquivo aberto pela função *fopen*. Foi necessária também a utilização da função interna *str2double* para converter para valor numérico de dupla precisão o vetor de caracteres lido pela função *textscan*, que representa o deslocamento horizontal do nó 9. Após a conversão, o valor numérico é atribuído como argumento de saída da função *ReadFILEOUT1.m* como pode ser observado na linha 11 da função apresentada na Figura 4.8.

Finalizadas as edições do script *SETUP.m* e das funções *LimitState.m*, *WriteFILEIN1.m* e *ReadFILEOUT1.m*, deve-se executar o script *SETUP.m*, que funciona como programa principal da ferramenta computacional desenvolvida, realizando-se a análise de confiabilidade estrutural do problema de pórtico plano proposto nesta seção.

4.3.1 Resultados da análise de confiabilidade do exemplo de utilização

Optou-se inicialmente pela realização da análise de confiabilidade pelo método analítico FORM, executando-se o script *SETUP.m* na forma como ele se apresenta na Figura 4.5. O script invoca a função *FORM.m* que realiza a análise de confiabilidade e imprime os resultados na janela do MATLAB. Para cada iteração do algoritmo FORM tem-se impressos: número da iteração; valores atuais das variáveis aleatórias no espaço original (vetor U); média e desvio padrão equivalentes para cada variável aleatória; valor da função de desempenho $G(U)$ avaliada para os valores atuais das variáveis aleatórias; índice de confiabilidade β ; valores das variáveis básicas no novo ponto de projeto da próxima iteração (vetor U^{next}); e índices de sensibilidade para cada variável aleatória. Uma vez atingida a convergência do índice de confiabilidade para a tolerância especificada, são impressos: o ponto de projeto U^* da última iteração; os fatores de importância de cada variável aleatória; o índice de confiabilidade final; a probabilidade de falha com relação ao estado limite de serviço definido na função *LimitState.m* pela Equação (4.1); e o tempo decorrido em segundos na análise de confiabilidade pela função *FORM.m*.

A Tabela 4.2 resume os resultados da análise de confiabilidade. Os valores de cada variável aleatória no espaço original, o valor da função de desempenho e o índice de confiabilidade são mostrados para a primeira (ponto inicial) e para a última (ponto final) iterações do FORM. São mostrados também os índices de sensibilidade e fatores de importância de cada variável aleatória no ponto final (ponto de projeto). O algoritmo FORM converge em apenas 4 iterações para um valor de $\beta = 2,550273$, que corresponde a uma probabilidade de falha $P_f = 0,005381925$. Foram gastos 42 segundos para a realização da análise de confiabilidade pelo FORM em um computador com processador Intel Core i7 4510U 2,00 GHz, 8 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10 Pro 64 bits.

A função de desempenho foi avaliada 63 vezes a cada iteração do FORM, sendo que 62 dessas avaliações foram realizadas para obtenção do vetor gradiente da função de desempenho no espaço original pelo método da diferença finita central a cada iteração. Portanto, para que a convergência do algoritmo FORM fosse alcançada ao final da quarta iteração, foram necessárias 252 avaliações da função de desempenho, conseqüentemente foram necessárias 252 análises estruturais numéricas pelo método dos elementos finitos pelo sistema computacional CS-ASA (Silva, 2009).

Tabela 4.2 – Resultados da análise de confiabilidade estrutural: estado limite de deslocamento horizontal do nó 9 com base em análise estática linear do pórtico plano

Variável	Índice de sensibilidade	Fator de importância	Ponto inicial	Ponto final (sem redução)	Ponto final (com redução)
E1 (N/mm ²)	-0,0772	0,60%	200.000,00	196.064,05	196.052,54
E2 (N/mm ²)	-0,0866	0,75%	200.000,00	195.582,36	195.567,21
E3 (N/mm ²)	-0,0674	0,45%	200.000,00	196.560,58	196.550,84
E4 (N/mm ²)	-0,1115	1,24%	200.000,00	194.313,48	194.299,92
E5 (N/mm ²)	-0,1128	1,27%	200.000,00	194.247,95	194.232,27
E6 (N/mm ²)	-0,0194	0,04%	200.000,00	199.011,03	200.000,00
E7 (N/mm ²)	-0,0653	0,43%	200.000,00	196.667,34	196.662,51
E8 (N/mm ²)	-0,0223	0,05%	200.000,00	198.861,18	200.000,00
E9 (N/mm ²)	-0,0395	0,16%	200.000,00	197.987,23	197.981,57
E10 (N/mm ²)	-0,0447	0,20%	200.000,00	197.720,27	197.711,81
A11 (mm ²)	-0,0026	0,00%	5.000,00	4.996,63	5.000,00
A12 (mm ²)	0,0000	0,00%	5.000,00	5.000,03	5.000,00
A13 (mm ²)	-0,0027	0,00%	5.000,00	4.996,51	5.000,00
A14 (mm ²)	0,0020	0,00%	5.000,00	5.002,59	5.000,00
A15 (mm ²)	0,0005	0,00%	5.000,00	5.000,63	5.000,00
A16 (mm ²)	-0,0004	0,00%	5.000,00	4.999,43	5.000,00
A17 (mm ²)	0,0000	0,00%	5.000,00	5.000,01	5.000,00
A18 (mm ²)	-0,0005	0,00%	5.000,00	4.999,38	5.000,00
A19 (mm ²)	0,0153	0,02%	5.000,00	5.019,56	5.000,00
A20 (mm ²)	0,0154	0,02%	5.000,00	5.019,67	5.000,00
I21 (mm ⁴)	-0,0744	0,55%	500.000.000,00	490.510.882,58	490.482.861,10
I22 (mm ⁴)	-0,0866	0,75%	500.000.000,00	488.952.865,96	488.914.958,24
I23 (mm ⁴)	-0,0646	0,42%	500.000.000,00	491.761.887,76	491.738.459,44
I24 (mm ⁴)	-0,1136	1,29%	500.000.000,00	485.508.933,16	485.473.451,69
I25 (mm ⁴)	-0,1133	1,28%	500.000.000,00	485.552.954,66	485.511.760,83
I26 (mm ⁴)	-0,0189	0,04%	500.000.000,00	497.585.430,81	500.000.000,00
I27 (mm ⁴)	-0,0653	0,43%	500.000.000,00	491.667.592,72	491.655.502,13
I28 (mm ⁴)	-0,0218	0,05%	500.000.000,00	497.216.055,18	500.000.000,00
I29 (mm ⁴)	-0,0552	0,31%	500.000.000,00	492.956.320,85	492.929.446,00
I30 (mm ⁴)	-0,0606	0,37%	500.000.000,00	492.270.976,21	492.236.601,14
P (N)	0,9449	89,29%	300.000,00	425.011,38	425.336,26
Função de desempenho G(U)	-	-	14,5624	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	3,108508	2,550273	2,553062
Número da iteração (FORM)	4	4	1	4	4

Analisando a magnitude dos fatores de importância apresentados na Tabela 4.2, nota-se grande influência da variação estocástica do carregamento P , que atua na direção do deslocamento horizontal do nó 9, no índice de confiabilidade do estado limite de serviço definido. Os fatores de importância também mostraram sensibilidade considerável do momento de inércia e módulo de elasticidade dos elementos 4 e 5 e sensibilidade desprezível em relação às áreas das seções transversais de todos elementos e também do momento de inércia e módulo de elasticidade dos elementos 6 e 8.

Considerando como determinísticas todas as variáveis aleatórias com fator de importância menor que 0,1%, o número de variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade se reduz para 17 variáveis. A última coluna da Tabela 4.2 apresenta os resultados da análise de confiabilidade com a eliminação das variáveis que apresentavam baixa importância e esses resultados pouco se diferem daqueles da coluna anterior. Assim, a utilização de fatores de importância para ignorar a aleatoriedade em algumas das variáveis reduz o tempo de processamento global do algoritmo FORM sem afetar a precisão. No presente problema de confiabilidade estrutural de pórtico plano, a redução de 31 variáveis aleatórias para apenas 17 variáveis reduziu o tempo de processamento de 42 segundos para apenas 24 segundos gastos no algoritmo FORM. Essa redução no tempo de processamento se deu principalmente por conta da redução do número de vezes que a função de desempenho necessita ser avaliada a cada iteração do FORM, já que com a redução de variáveis foram necessárias apenas 140 avaliações da função de desempenho até a convergência do algoritmo FORM.

Os sinais dos índices de sensibilidade indicam a direção do movimento do ponto de projeto em relação à origem, ou seja, uma variável aleatória com índice de sensibilidade positivo indica que um aumento na média dessa variável resulta numa aproximação do ponto de projeto em relação à origem e aumento da probabilidade de falha. Analisando os sinais dos índices de sensibilidade apresentados na Tabela 4.2, nota-se que um aumento na média do carregamento P contribui para um aumento da probabilidade de falha, já um aumento nas médias das variáveis aleatórias que representam os módulos de elasticidade e momentos de inércia dos elementos estruturais do pórtico plano resultam numa diminuição da probabilidade de falha avaliada em relação ao estado limite de deslocamento horizontal em serviço do nó 9.

A Tabela 4.3 compara os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho a cada iteração do método FORM para o problema proposto com os valores obtidos por Baptista (2012). Percebe-se na Tabela 4.3 a concordância dos resultados obtidos pela

ferramenta computacional desenvolvida no presente trabalho com os resultados obtidos pelo FORModule desenvolvido por Baptista (2012), que validou seus resultados comparando-os com aqueles obtidos pelo FERUM concebido por Der Kiureghian (2006).

Tabela 4.3 – Índice de confiabilidade obtido a cada iteração do algoritmo FORM

Iteração (FORM)	Índice de confiabilidade (β)	
	Presente trabalho	Baptista (2012)
1°	3,108508	3,108508
2°	2,551231	2,574266
3°	2,550273	2,550319
4°	2,550273	2,550273

Após realizada a análise de confiabilidade estrutural pelo método analítico FORM, optou-se por realizar também análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo. Deve-se então alterar a linha 23 do script *SETUP.m* apresentado na Figura 4.5, atribuindo o valor 2 para essa variável “metodo” que define o método de confiabilidade a ser executado na análise. O número de simulações que serão realizadas no método de simulação Monte Carlo pode ser definido pela expressão abaixo com relação a probabilidade de falha obtida pelo algoritmo FORM e para um determinado erro percentual:

$$NSIM = \frac{(1 - P_f^{FORM})}{P_f^{FORM}} \cdot \left(\frac{200}{\varepsilon\%} \right)^2 \quad (4.2)$$

Substituindo na Equação (4.2) a probabilidade de falha obtida anteriormente pela análise de confiabilidade pelo método FORM e um erro percentual de 10%, obtém-se que são necessárias $7,4 \cdot 10^4$ simulações. Optou-se então pela realização de 10^5 simulações, devendo-se então definir esse número de simulações *NSIM* na linha 30 do script *SETUP.m* mostrado na Figura 4.5. Executando-se o script, ele invocará a função *MCS.m* que realiza a análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo e imprime os resultados na janela do MATLAB. A função *MCS.m* gerará 10^5 números aleatórios para cada uma das 31 variáveis aleatórias envolvidas no problema de confiabilidade estrutural e irá realizar 10^5 avaliações da função de desempenho invocando a função *LimitState.m*. Foram necessárias 5 horas de processamento para a realização da análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo. O tempo de processamento gasto por esse método foi elevado sobretudo devido ao tempo gasto na análise estrutural em elementos finitos pelo CS-ASA para um número elevado de avaliações da função de desempenho.

A análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo para o número de 10^5 simulações realizadas, obteve como resultado a ocorrência de 626 falhas, ou seja, em 626 avaliações da função de desempenho o deslocamento horizontal do nó 9 calculado foi superior a 45 milímetros, violando a equação de estado limite de serviço. Portanto, a probabilidade de falha obtida por esse método foi de $P_f = 0,00626 \pm 0,000249$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 2,50 \pm 0,02$. A probabilidade de falha obtida pelo método de simulação de Monte Carlo é ligeiramente superior ao resultado obtido pelo algoritmo FORM e foi útil nesse momento para verificação e validação dos resultados da análise de confiabilidade do problema proposto pelo algoritmo FORM.

De forma a avaliar a influência da não-linearidade geométrica no cálculo do deslocamento horizontal do nó 9 do pórtico plano proposto, foi realizada análise de confiabilidade estrutural pelo algoritmo FORM considerando o comportamento não linear geométrico na análise estrutural em elementos finitos realizada pelo CS-ASA. Foi necessário então alterar a linha 4 mostrada na Figura 4.3 do arquivo de entrada *FILEIN1.D* para o valor 1, indicando a realização de análise não linear. Para que o CS-ASA realize a análise não linear, faz-se necessária a criação do arquivo *FILEIN2.D* que contém os parâmetros relacionados com a estratégia de solução não linear adotada. A Figura 4.9 mostra o arquivo *FILEIN2.D* criado para o problema proposto.

```

1  12          ...formulação de 2ª ordem SOF2
2  $PRINCIPAL
3  0  1  0.01  100  10  1  3  1.e-4  ...einc,eite,face,ninc,nitmax,iterity,cconv,betok
4  $REANAL
5  0          ...ires
6  $RELATO
7  4          ...rel
8  $SCREEN
9  100       ...kwinc
10 $END
11

```

Figura 4.9 – Arquivo de entrada *FILEIN2.D*

A primeira linha do arquivo de entrada *FILEIN2.D* é destinada à definição da formulação do elemento finito que incorpora os efeitos de segunda ordem, sendo adotada a formulação SOF-2 para o presente problema. Informações relativas à formulação SOF-2 implementada no CS-ASA podem ser encontradas na tese de Silva (2009). Na linha 3 do arquivo de entrada mostrado na Figura 4.9 foram definidas: estratégia de incremento (einc) constante do parâmetro de carga; estratégia de iteração (eite) a carga constante; fator de carga incremental (face) fixado em 1% do carregamento total; número máximo de incrementos de

carga (ninc) definido como 100; número máximo de iterações desejadas (nitmax) definido com 10; adoção do método de Newton-Raphson padrão como tipo de estratégia de solução não-linear (iterty); critério de convergência (cconv) por carga e deslocamento; e tolerância para convergência (betok) definida como 10^{-4} . Na dissertação de Prado (2012) são apresentados maiores detalhes sobre os parâmetros indicados na Figura 4.9. O arquivo *FILEIN2.D* só é necessário quando for realizada análise não linear geométrica, e o arquivo mostrado na Figura 4.9 foi utilizado também para todas as análises que consideraram o comportamento não linear geométrico nos exemplos do Capítulo 5.

Na Figura 4.10 é apresentado trecho do arquivo de saída *FILEOUT1.S*, resultado da análise estrutural de segunda ordem realizada pelo CS-ASA após leitura dos arquivos *FILEIN1.D* e *FILEIN2.D*. Encontram-se na linha 23834 do arquivo *FILEOUT1.S* os deslocamentos nodais calculados para o nó 9 com base em análise não linear geométrica. Deve-se, portanto, ajustar a função *ReadFILEOUT1.m* para que seja feita a leitura do local correto do arquivo *FILEOUT1.S* que contém o deslocamento horizontal do ponto nodal 9 calculado pelo CS-ASA.

```

23817      => FATOR DE CARGA = 1.0000
23818
23819
23820      => Deslocamentos Totais :
23821      =====
23822
23823
23824      No      DESL. X      DESL. Y      ROTACAO
23825
23826      1      0.000000000000000000E+00      0.000000000000000000E+00      0.000000000000000000E+00
23827      2      0.000000000000000000E+00      0.000000000000000000E+00      0.000000000000000000E+00
23828      3      0.000000000000000000E+00      0.000000000000000000E+00      0.000000000000000000E+00
23829      4      0.15643814316026729117E+02      0.50902397970073087752E+00      -0.60019807209805813020E-02
23830      5      0.14397697550665727206E+02      -0.72215856483227133800E-01      -0.43834063011606149568E-02
23831      6      0.13583170860940658287E+02      -0.53418832059472043383E+00      -0.51995853235490612984E-02
23832      7      0.34846404528420379165E+02      0.66990299017249432811E+00      -0.43782402326826520486E-02
23833      8      0.31559233774729772648E+02      -0.13372823538574457602E+00      -0.27055519781650672236E-02
23834      9      0.30448124655638071800E+02      -0.78251468470958884804E+00      -0.38183559361963646285E-02
23835

```

Figura 4.10 – Trecho do arquivo de saída *FILEOUT1.S* do problema proposto

O algoritmo FORM converge em apenas 4 iterações para um valor de $\beta = 2,547096$, que corresponde a uma probabilidade de falha $P_f = 0,005431174$. Foram gastos 105 segundos para a realização da análise de confiabilidade pelo FORM considerando o comportamento não linear geométrico através da definição de 100 incrementos de carga. A Tabela 4.4 compara os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho a cada iteração do método FORM para o problema proposto através das análises linear e não linear geométrica. Os índices de confiabilidade obtidos quando considerada a análise não linear geométrica são

ligeiramente inferiores aos obtidos pela análise linear, entretanto são muito similares, indicado que o pórtico não possui considerável não linearidade.

Tabela 4.4 – Índice de confiabilidade obtido por análise linear e não linear a cada iteração do FORM

Iteração (FORM)	Índice de confiabilidade (β)	
	Análise linear	Análise não linear geométrica
1°	3,108508	3,104252
2°	2,551231	2,548055
3°	2,550273	2,547096
4°	2,550273	2,547096

A análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo para o número de 10^5 simulações realizadas, obteve como resultado a ocorrência de 633 falhas para o estado limite de serviço analisado, considerando na análise a não linearidade geométrica. Portanto, a probabilidade de falha obtida por esse método foi de $P_f = 0,00633 \pm 0,000251$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 2,49 \pm 0,02$. A probabilidade de falha obtida pelo método de simulação de Monte Carlo é ligeiramente superior ao resultado obtido pelo algoritmo FORM para a análise não linear geométrica, mas em termos práticos são resultados praticamente iguais, validando os resultados analíticos do método FORM implementado na ferramenta computacional desenvolvida no presente trabalho.

Capítulo 5

Análises e Resultados

5.1 Considerações iniciais

De forma a validar a ferramenta computacional desenvolvida em MATLAB que possui funcionamento acoplado ao programa CS-ASA (Silva, 2009), foi efetuada pesquisa bibliográfica sobre confiabilidade estrutural e os problemas encontrados que envolviam a análise de confiabilidade de pórticos planos foram resolvidos com a ferramenta computacional criada no presente trabalho. Os resultados dos problemas de confiabilidade encontrados na literatura foram comparados com os resultados obtidos pela ferramenta computacional e são mostrados no presente capítulo. Todos os exemplos exibidos neste capítulo foram resolvidos por seus autores por análises de confiabilidade baseadas no método denominado *Stochastic Finite Element Method* (SFEM). Segundo Agostini (2014), esse método é uma extensão do método dos elementos finitos clássico para a obtenção de soluções de problemas envolvendo elementos finitos caracterizados por propriedades aleatórias.

Para lidar com as funções de desempenho implícitas, os autores dos exemplos numéricos citados neste capítulo utilizaram no algoritmo do método FORM uma abordagem baseada em sensibilidade. Nessa abordagem, a função de desempenho foi avaliada por análise determinística em elementos finitos e suas derivadas parciais com relação às variáveis aleatórias foram obtidas pelo método da perturbação clássica, utilizando a regra da cadeia de diferenciação para calcular as derivadas da função de desempenho em relação às variáveis aleatórias básicas. Quando o comportamento não linear da estrutura é considerado, as respostas estruturais são obtidas por procedimento incremental-iterativo, e o método da

perturbação passa a ser iterativo, avaliando a sensibilidade das variáveis aleatórias em cada uma das iterações. No presente trabalho, foi implementado na ferramenta computacional desenvolvida em MATLAB somente o método da diferença finita central para o cálculo das derivadas parciais da função de desempenho, uma vez que a implementação do método da perturbação clássica ou iterativa necessitaria de alterações na formulação do elemento finito de pórtico plano presente no código em Fortran do sistema computacional CS-ASA.

Critérios relacionados à resistência e deslocamentos limites precisam ser satisfeitos no projeto de pórticos metálicos. O primeiro passo em uma análise de confiabilidade é a definição da função de desempenho para os estados limites. As formulações dos estados limites últimos de resistência e dos estados limites de serviço utilizadas nos exemplos numéricos deste capítulo são apresentadas na próxima seção.

5.2 Funções de desempenho

A segurança de uma estrutura precisa ser avaliada com relação a critérios de desempenho pré-determinados. Os critérios de desempenho são geralmente expressos na forma de funções de estado limite, que são relações funcionais entre todos os efeitos de carga e parâmetros relacionados a resistência. As funções de estado limite de resistência definem a segurança contra carregamentos extremos durante a vida útil da estrutura e as funções de estado limite de serviço definem requisitos funcionais da estrutura.

5.2.1 Funções de estado limite último

As barras que compõem a estrutura reticulada de um pórtico plano estão sujeitas a combinação de esforços solicitantes. A edição de 2005 do *Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design* (AISC, 2005) apresenta na seção H1 do capítulo H a condição a ser atendida pelas barras submetidas aos efeitos combinados de força axial e momento fletor, carregadas de forma que não ocorra torção. Para a atuação simultânea de força axial (de tração ou de compressão) e de momento fletor, deve ser obedecida a limitação fornecida pelas equações de interação do LRFD (AISC, 2005) expressas na forma de funções de desempenho para estados limites últimos pelas Equações (5.1) e (5.2) a seguir. Essas mesmas equações de interação são também encontradas no item 5.5.1.2 da norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2008) para o dimensionamento de elementos de aço submetidos à flexão composta.

$$G(U) = 1 - \left(\frac{P_u}{P_n} + \frac{8}{9} \cdot \frac{M_{ux}}{M_{nx}} \right) \quad \text{se} \quad \frac{P_u}{P_n} \geq 0,2 \quad (5.1)$$

$$G(U) = 1 - \left(\frac{P_u}{2P_n} + \frac{M_{ux}}{M_{nx}} \right) \quad \text{se} \quad \frac{P_u}{P_n} < 0,2 \quad (5.2)$$

Sendo:

P_u a força axial solicitante de tração ou de compressão, a que for aplicável;

P_n a força axial resistente nominal de tração ou de compressão, a que for aplicável;

M_{ux} o momento fletor solicitante em relação ao eixo de maior inércia da seção transversal;

M_{nx} o momento fletor resistente nominal em relação ao eixo de maior inércia da seção transversal.

As Equações (5.1) e (5.2) definem a superfície de interação apresentada na Figura 5.1, delimitando o par de esforços solicitantes (P_u e M_{ux}) em que o elemento atende aos critérios de resistência última.

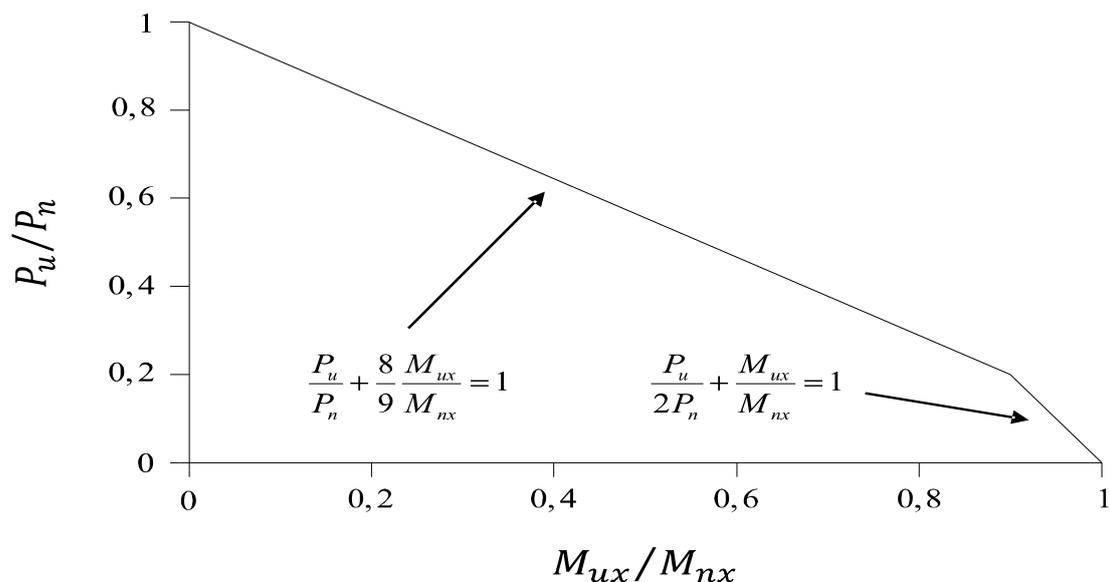


Figura 5.1 – Superfície de resistência para elementos de pórtico plano sujeitos a flexão composta

Note que P_u e M_{ux} nas Equações (5.1) e (5.2) são solicitações não majoradas por coeficientes parciais de segurança. Valores nominais de capacidade de carga axial P_n , e valores nominais de capacidade de momento fletor M_{nx} , podem ser obtidos pelas expressões:

$$P_n = A.F_y \quad (\text{tração}) \quad (5.3)$$

$$P_n = A.F_{cr} \quad (\text{compressão}) \quad (5.4)$$

$$M_{nx} = Z_x.F_y \quad (5.5)$$

Sendo:

$$F_{cr} = \left(0,658^{\lambda_c^2}\right) F_y \quad \text{quando} \quad \lambda_c \leq 1,5 \quad (5.6)$$

$$F_{cr} = \left(\frac{0,877}{\lambda_c^2}\right) F_y \quad \text{quando} \quad \lambda_c > 1,5 \quad (5.7)$$

$$\lambda_c = \frac{K.L}{\pi} \sqrt{\frac{A.F_y}{E.I}} \quad (5.8)$$

Nas Equações (5.3) à (5.8), A se refere a área da seção transversal da barra, I seu momento de inércia em relação ao eixo de maior inércia e Z_x seu módulo de resistência plástica em relação ao eixo de maior inércia, F_y corresponde à tensão de escoamento do material, E corresponde ao módulo de elasticidade do material, e $K.L$ é o comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo de maior inércia de barras comprimidas. O coeficiente de flambagem K é definido conforme as condições de contorno do elemento, como mostra a Tabela 5.1 a seguir para colunas isoladas com condições de contorno idealizadas.

Tabela 5.1 – Valores do coeficiente de flambagem para colunas isoladas

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Condições de contorno e configuração deformada do elemento de coluna na flambagem						
valor teórico de K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
valor recomendado de K para projetos	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0

A função de desempenho para o estado limite de flexão pura pode ser expressa por:

$$G(U) = 1 - \frac{M_{ux}}{M_{nx}} \quad (5.9)$$

Sendo M_{ux} o momento fletor solicitante e M_{nx} o momento fletor resistente da viga, iguais aqueles definidos para as Equações (5.1) e (5.2).

5.2.2 Funções de estado limite de serviço

Para o critério de deslocamentos em serviço, uma das seguintes funções de estado limite, mecanicamente equivalentes, é geralmente utilizada:

$$G(U) = 1 - \frac{\delta}{\delta_{limite}} \quad (5.10)$$

$$G(U) = \delta_{limite} - \delta \quad (5.11)$$

Sendo δ a componente do deslocamento nodal calculada e δ_{limite} o deslocamento máximo admissível do nó. Segundo Haldar e Mahadevan (2000b), em geral são analisadas deflexões laterais nos nós de topo dos elementos de coluna do pórtico plano, limitadas pela altura do pórtico de modo que $\delta_{limite} = altura/400$, e são também analisadas deflexões verticais no meio do vão dos elementos de viga do pórtico plano, limitadas pelo vão da viga de modo que $\delta_{limite} = vão/360$.

5.3 Exemplos numéricos

Nesta seção serão apresentados os resultados da análise de confiabilidade estrutural de cinco exemplos de pórticos metálicos planos encontrados na literatura, com o propósito de verificar a eficiência e a precisão da ferramenta computacional desenvolvida.

5.3.1 Exemplo 1: pórtico plano de um andar com carregamento de vento uniformemente distribuído

Neste exemplo foi analisado o pórtico metálico plano de nós rígidos mostrado na Figura 5.2. Nessa figura estão indicadas as dimensões lineares dos elementos, tipos de apoios e carregamentos atuantes. O pórtico é composto por 5 nós e 4 elementos finitos. Todos os elementos do pórtico são perfis metálicos do tipo W 10×15 (equivalente ao perfil W 250×22,3) feitos do mesmo material e com mesma seção transversal. O pórtico é submetido aos carregamentos uniformemente distribuídos W , D e L que correspondem ao carregamento devido ao vento, carregamento permanente e carregamento acidental, respectivamente. Oito variáveis foram consideradas aleatórias: os três carregamentos W , D e L ; o módulo de elasticidade longitudinal E ; a tensão de escoamento do aço F_y ; a área da seção transversal A ; o momento de inércia I ; e o módulo plástico da seção Z_x . As primeiras três variáveis aleatórias se referem aos carregamentos, as duas seguintes às propriedades do material, e as três últimas se referem as propriedades da seção transversal.

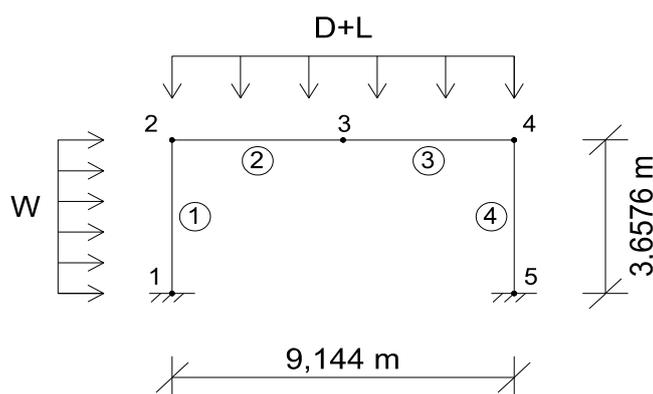


Figura 5.2 - Pórtico plano do Exemplo 1

A Tabela 5.2 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Tabela 5.2 - Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Haldar e Mahadevan (2000b)

Variável	Unidade	Média	Coefficiente de variação	Tipo de Distribuição
D	kN/m	6,42	0,10	Normal
L	kN/m	0,73	0,25	Ext. Tipo I
W	kN/m	5,98	0,37	Ext. Tipo I
A	cm ²	28,45	0,05	Normal
I	cm ⁴	2867,83	0,05	Normal
Z_x	cm ³	262,19	0,05	Normal
E	MPa	199947,96	0,06	Normal
F_y	MPa	273,03	0,11	Normal

Foram feitas análises de confiabilidade estrutural para os estados limites listados a seguir:

- A) Estado limite de resistência última do nó 4 da coluna sujeito a flexão composta;
- B) Estado limite de flexão pura do nó 2 do elemento 2 (viga) do pórtico plano;
- C) Estado limite de serviço referente ao deslocamento horizontal do nó 2.

Neste primeiro exemplo foi realizada somente análise linear do pórtico e o método de simulação de Monte Carlo foi empregado de forma a verificar os resultados obtidos pelo método analítico FORM. Inicialmente as análises de confiabilidade foram realizadas considerando a aleatoriedade de todas as variáveis básicas listadas na Tabela 5.2 e em seguida, utilizando a informação dos índices de sensibilidades obtidos, foram feitas análises com eliminação das variáveis que apresentaram baixa influência (índice de sensibilidade em módulo menor do que 0,02) na probabilidade de falha dos estados limites analisados, reduzindo-se dessa forma o número total de variáveis aleatórias envolvidas na análise e reduzindo-se também o tempo de processamento global do algoritmo FORM sem afetar a precisão das análises de confiabilidade estrutural.

A) estado limite de resistência última do nó 4 da coluna sujeito a flexão composta

Haldar e Mahadevan (2000b) investigaram a segurança estrutural do nó 4 do elemento 4 (coluna da direita) do pórtico plano da Figura 5.2, sujeito a combinação de esforços de compressão axial e flexão. A função de desempenho foi definida pelas Equações (5.1) e (5.2) para o estado limite de resistência última do nó 4 do elemento 4, assumindo análise linear elástica e ligação rígida (completamente restringida) entre os elementos.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Haldar e Mahadevan (2000b) e no presente trabalho são apresentados na Tabela 5.3. No presente trabalho, adotou-se como coeficiente de flambagem da coluna o valor teórico de $K=1,33$ obtido por análise de instabilidade elástica do pórtico. Haldar e Mahadevan (2000b) não especificam qual o coeficiente de flambagem utilizado.

Na Tabela 5.3 são mostrados os valores de cada variável aleatória no espaço original, o valor da função de desempenho e do índice de confiabilidade, para a primeira (ponto inicial) e para a última (ponto final) iterações do FORM. O algoritmo FORM converge em apenas 5 iterações no presente trabalho e também nos resultados apresentados por Haldar e Mahadevan (2000b). No presente trabalho o índice de confiabilidade obtido pelo algoritmo FORM foi $\beta = 2,507$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0061$. Haldar e Mahadevan (2000b) obtiveram um índice de confiabilidade de $\beta = 3,088$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0010$.

Nota-se que o presente trabalho obteve uma maior probabilidade de falha para o estado limite de resistência do nó 4 da coluna do pórtico plano. A diferença entre os índices de confiabilidade citados anteriormente pode ser explicada pelo fato de que os autores Haldar e Mahadevan (2000b) não indicaram o valor do comprimento efetivo de flambagem utilizado para o elemento de coluna, não indicaram qual o método utilizado para transformação das variáveis aleatórias com distribuições não normais (carregamentos L e W) em variáveis normais equivalentes, e por terem utilizado regra da cadeia (método da perturbação) para obtenção das derivadas parciais da função de desempenho no espaço original das variáveis aleatórias.

Tabela 5.3 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último do nó 4 do elemento 4 (coluna)

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final (sem redução)		Ponto final (com redução)	
	Haldar e Mahadevan (2000b)	Presente trabalho						
D (kN/m)	0,47	0,42	6,42	6,42	7,01	7,10	7,01	7,10
L (kN/m)	0,14	0,12	0,73	0,73	0,88	0,75	0,88	0,75
W (kN/m)	0,25	0,24	5,98	5,98	7,01	6,93	7,01	6,93
A (cm ²)	-0,01	-0,01	28,45	28,45	27,23	28,42	28,45	28,45
I (cm ⁴)	-0,01	0,00	2867,83	2867,83	2741,30	2867,30	2867,83	2867,83
Z_x (cm ³)	-0,32	-0,29	262,19	262,19	250,56	252,68	251,21	252,67
E (MPa)	0,00	0,00	199947,96	199947,96	199979,68	199910,43	199947,96	199947,96
F_y (MPa)	-0,77	-0,82	273,03	273,03	192,98	211,37	192,02	211,36
Função de desempenho	-	-	0,390	0,323	-0,0001	0,0000	-0,0001	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	3,235	3,088	2,507	3,107	2,507
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	-	2,42	-	2,42
Número da iteração (FORM)	5	5	1	1	5	5	5	5

A Tabela 5.3 também mostra os índices de sensibilidade de cada variável aleatória no ponto final (ponto de projeto) do algoritmo FORM do presente trabalho e percebe-se concordância com os índices de sensibilidade obtidos pelos outros autores.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade, fica evidente a influência da variação estocástica da tensão de escoamento (F_y) no índice de confiabilidade do estado limite último de resistência definido, portanto a segurança da coluna é sensível a variações estocásticas na tensão de escoamento, e também mostra sensibilidade considerável para os três carregamentos (D , L e W) e para o módulo plástico (Z_x) da seção transversal.

Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se a baixa influência das variáveis que representam o módulo de elasticidade (E), a área (A) e o momento de inércia (I) da seção transversal no índice de confiabilidade do estado limite analisado, e portanto, foram tomadas como determinísticas, sendo fixadas em seus valores médios, numa outra análise de confiabilidade realizada pelo algoritmo FORM, reduzindo para apenas 5 o número de variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade.

As duas últimas colunas da Tabela 5.3 apresentam os resultados da análise de confiabilidade com a eliminação das variáveis que apresentavam baixo índice de sensibilidade (baixa importância) e esses resultados pouco se diferem daqueles sem a redução de variáveis, mostrando que a redução não afetou a precisão do método FORM e

poupou tempo de processamento global, pois embora o número de iterações necessárias para convergência tenha sido o mesmo, o número de vezes que a função de desempenho foi avaliada foi reduzido de 17 para apenas 11 vezes a cada iteração do algoritmo FORM do presente trabalho.

Analisando os sinais dos índices de sensibilidade apresentados na Tabela 5.3, nota-se que um aumento na média ou coeficiente de variação das três variáveis D , L e W que caracterizam os carregamentos contribui para um aumento da probabilidade de falha, já um aumento na média ou redução do coeficiente de variação das variáveis aleatórias F_y e Z_x que representam a tensão de escoamento e o módulo plástico respectivamente, resulta numa diminuição da probabilidade de falha avaliada em relação ao estado limite último de resistência do nó 4 da coluna da direita do pórtico plano da Figura 5.2.

Foram realizadas 10^6 simulações de Monte Carlo de forma a verificar os resultados analíticos fornecidos pelo algoritmo FORM e apresentados na Tabela 5.3. A análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo obteve como resultado a ocorrência de 7657 falhas estruturais relacionadas à violação do estado limite de resistência do nó 4 da coluna. Portanto, a probabilidade de falha obtida por esse método foi $P_f = 0,007657 \pm 0,00008717$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 2,42 \pm 0,01$ mostrado na Tabela 5.3. A probabilidade de falha obtida pelo método de simulação de Monte Carlo é ligeiramente superior ao resultado obtido pelo algoritmo FORM no presente trabalho, mas em relação ao resultado de Haldar e Mahadevan (2000b), resultou numa probabilidade de falha 7,657 vezes maior.

O autor Baingo (2012) também investigou a probabilidade de falha do nó 4 do elemento 4 (coluna da direita) do pórtico plano mostrado na Figura 5.2, relacionada ao estado limite último de resistência, porém assumiu um valor médio de $0,50 \text{ kN/m}$ para a variável aleatória W , que representa o carregamento uniformemente distribuído devido ao vento.

Baingo (2012) adotou como coeficiente de flambagem da coluna o valor de $K=2,10$ que corresponde ao valor do coeficiente de flambagem recomendado para o projeto de coluna engastada e livre (caso “e” da Tabela 5.1), ou seja, a situação de projeto mais desfavorável para o elemento 4 (coluna) do pórtico plano mostrado na Figura 5.2.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Baingo (2012) e no presente trabalho, adotando-se o mesmo coeficiente de flambagem para a coluna, são apresentados na Tabela 5.4. O algoritmo FORM converge em apenas 5 iterações no presente trabalho e em 6 iterações nos resultados apresentados por Baingo (2012).

No presente trabalho o índice de confiabilidade obtido pelo algoritmo FORM foi $\beta = 3,045$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,00116$. Baingo (2012) obteve um índice de confiabilidade de $\beta = 3,078$ que corresponde a uma probabilidade de falha ligeiramente inferior a obtida neste trabalho, mas são praticamente iguais em termos práticos.

Analisando-se os índices de sensibilidade da Tabela 5.4 percebe-se concordância com os resultados obtidos pelo outro autor, indicando grande sensibilidade a variações estocásticas da variável aleatória F_y , e sensibilidade considerável a variações estocásticas nos carregamentos e no módulo plástico da seção transversal dos elementos do pórtico da Figura 5.2.

Tabela 5.4 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último do nó 4 do elemento 4 (coluna) para $\mu_w = 0,50 \text{ kN/m}$ e $K = 2,10$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Baingo (2012)	Presente trabalho	Baingo (2012)	Presente trabalho	Baingo (2012)	Presente trabalho
$D \text{ (kN/m)}$	0,42	0,44	6,42	6,42	7,25	7,28
$L \text{ (kN/m)}$	0,10	0,13	0,73	0,73	0,94	0,77
$W \text{ (kN/m)}$	0,01	0,02	0,50	0,50	0,41	0,48
$A \text{ (cm}^2\text{)}$	-0,01	-0,01	28,45	28,45	28,40	28,41
$I \text{ (cm}^4\text{)}$	0,00	0,00	2867,83	2867,83	2727,02	2866,59
$Z_x \text{ (cm}^3\text{)}$	-0,27	-0,28	262,19	262,19	251,38	251,10
$E \text{ (MPa)}$	0,00	0,00	199947,96	199947,96	199815,10	199822,71
$F_y \text{ (MPa)}$	-0,80	-0,84	273,03	273,03	198,96	195,83
Função de desempenho	-	-	0,385	0,385	0,0001	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	3,955	4,210	3,078	3,045
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	-	3,01
Número da iteração (FORM)	6	5	1	1	6	5

Foram realizadas 10^6 simulações de Monte Carlo de forma a verificar os resultados analíticos fornecidos pelo algoritmo FORM e apresentados na Tabela 5.4. A análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo obteve como resultado a ocorrência de 1309 falhas estruturais relacionadas à violação do estado limite de resistência do nó 4 da coluna. Portanto, a probabilidade de falha obtida por esse método foi de

$P_f = 0,001309 \pm 0,00003616$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 3,01 \pm 0,01$ mostrado na Tabela 5.4. A probabilidade de falha obtida pelo método de simulação de Monte Carlo é ligeiramente superior aos resultados obtidos pelo algoritmo FORM no presente trabalho e por Baingo (2012), mas em termos práticos a probabilidade de falha obtida por simulação de Monte Carlo é praticamente igual, validando os resultados analíticos do método FORM.

B) estado limite de flexão pura do nó 2 do elemento 2 (viga) do pórtico plano

Haldar e Mahadevan (2000b) investigaram a segurança estrutural do nó 2 do elemento 2 de viga do pórtico plano apresentado anteriormente na Figura 5.2, considerando o estado limite de flexão pura, definido pela função de desempenho expressa pela Equação (5.9), através de análise linear elástica e considerando ligações rígidas entre os elementos do pórtico. As variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade são aquelas cuja descrição estatística foi fornecida na Tabela 5.2. Contenção lateral adequada é assumida, de modo que a capacidade do momento fletor final da viga no ponto nodal 2 seja igual ao seu momento plástico definido pela Equação (5.5).

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Haldar e Mahadevan (2000b) e no presente trabalho são apresentados na Tabela 5.5 de forma que possam ser comparados. Na Tabela 5.5 são mostrados os valores iniciais e finais das variáveis aleatórias, o valor da função de desempenho e dos índices de confiabilidade obtidos pelo FORM somente para a primeira e para a última iteração.

O algoritmo FORM converge em apenas 6 iterações no presente trabalho e também nos resultados apresentados pelos outros autores na Tabela 5.5. No presente trabalho o índice de confiabilidade obtido pelo algoritmo FORM foi $\beta = 3,734$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 9,43 \cdot 10^{-5}$. Haldar e Mahadevan (2000b) obtiveram um índice de confiabilidade de $\beta = 4,078$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 2,27 \cdot 10^{-5}$. Nota-se que no presente trabalho obteve-se uma maior probabilidade de falha para o estado limite de flexão pura do nó 2 da viga do pórtico plano da Figura 5.2.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.5, o índice de confiabilidade se mostrou sensível a variações estocásticas nos três carregamentos D , L e W , no módulo plástico Z_x da seção transversal e na tensão de escoamento F_y . Os resultados da análise de confiabilidade obtidos com a redução no número de variáveis,

quando se ignora a aleatoriedade das variáveis A , I e E são mostrados nas duas últimas colunas da Tabela 5.5.

Os resultados obtidos para os índices de confiabilidade com redução de variáveis no presente trabalho e nos resultados de Haldar e Mahadevan (2000b) são idênticos àqueles encontrados sem redução de variáveis, mostrando a influência insignificante das variáveis A , I e E na confiabilidade do estado limite de flexão pura do nó 2 da viga.

Tabela 5.5 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de flexão pura do nó 2 do elemento 2

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final (sem redução)		Ponto final (com redução)	
	Haldar e Mahadevan (2000b)	Presente trabalho						
D (kN/m)	0,39	0,42	6,42	6,42	7,01	7,43	7,01	7,43
L (kN/m)	0,57	0,13	0,73	0,73	1,75	0,78	1,75	0,78
W (kN/m)	-0,22	-0,13	5,98	5,98	5,25	4,72	5,25	4,72
A (cm ²)	0,00	0,00	28,45	28,45	27,10	28,45	28,45	28,45
I (cm ⁴)	0,00	0,00	2867,83	2867,83	2732,14	2867,60	2867,83	2867,83
Z_x (cm ³)	-0,28	-0,26	262,19	262,19	249,74	249,27	249,74	249,27
E (MPa)	0,00	0,00	199947,96	199947,96	199947,96	199947,96	199947,96	199947,96
F_y (MPa)	-0,63	-0,85	273,03	273,03	184,02	177,95	184,02	177,95
Função de desempenho	-	-	0,475	0,479	0,0018	0,0000	0,0018	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	5,596	4,078	3,734	4,078	3,734
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	-	-	-	3,72
Número da iteração (FORM)	6	6	1	1	6	6	6	6

Analisando os sinais dos índices de sensibilidade da Tabela 5.5, percebe-se que um aumento nas médias ou redução dos coeficientes de variação das variáveis W , Z_x e F_y reduzem a probabilidade de falha, à medida que um aumento nas médias ou coeficientes de variação das variáveis D e L aumentam a probabilidade de falha do estado limite de flexão pura do nó 2 do elemento 2 (viga) do pórtico plano em análise.

Foram realizadas 10^7 simulações de Monte Carlo de forma a verificar os resultados analíticos fornecidos pelo algoritmo FORM e apresentados na Tabela 5.5. A análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo obteve como resultado a ocorrência de 1000 falhas estruturais relacionadas à violação do estado limite de flexão pura do nó 2 da viga, definido pela Equação (5.9). Portanto, a probabilidade de falha obtida por esse método foi de $P_f = 0,0001 \pm 0,0000032$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 3,72 \pm 0,01$ mostrado na Tabela 5.5.

A probabilidade de falha obtida pelo método de simulação de Monte Carlo é ligeiramente superior ao resultado obtido pelo algoritmo FORM no presente trabalho, mas em relação ao resultado de Haldar e Mahadevan (2000b) mostrado na Tabela 5.5, o método de simulação de Monte Carlo resultou numa probabilidade de falha 4,4 vezes maior. Em termos práticos a probabilidade de falha obtida por simulação de Monte Carlo é praticamente igual à probabilidade de falha obtida pelo algoritmo FORM no presente trabalho, validando assim os resultados do método analítico.

C) estado limite de serviço referente ao deslocamento horizontal do nó 2

Haldar e Mahadevan (2000b) investigaram a segurança estrutural do pórtico plano apresentado anteriormente na Figura 5.2, considerando o estado limite de serviço relacionado ao deslocamento horizontal do nó 2, que não pode exceder 9,144 milímetros (*altura/400*). A função de desempenho que define este tipo de problema de confiabilidade é expressa pela Equação (5.10). Para o cálculo dos deslocamentos horizontais do nó 2 utilizou-se análise linear elástica, considerando como rígidas as ligações entre os elementos do pórtico. A Tabela 5.2 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Haldar e Mahadevan (2000b), Agostini (2014) e no presente trabalho são apresentados na Tabela 5.6 de forma que possam ser comparados. Na Tabela 5.6 são mostrados os valores iniciais e finais das variáveis aleatórias, o valor da função de desempenho e dos índices de confiabilidade obtidos pelo FORM, somente para a primeira e para a última iteração do algoritmo. O algoritmo FORM converge em 4 iterações no presente trabalho e em apenas 3 iterações nos resultados apresentados pelos outros autores na Tabela 5.6.

No presente trabalho o índice de confiabilidade obtido pelo algoritmo FORM foi de $\beta = 1,190$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,1171$. Haldar e Mahadevan (2000b) obtiveram um índice de confiabilidade de $\beta = 1,187$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,1176$. Agostini (2014) obteve um índice de confiabilidade de $\beta = 1,176$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,1198$. A probabilidade de falha obtida pelos outros autores e no presente trabalho é praticamente igual em termos práticos para o estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 2.

Tabela 5.6 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de serviço referente ao deslocamento horizontal do nó 2

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Haldar e Mahadevan (2000b)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (2000b)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (2000b)	Agostini (2014)	Presente trabalho
D (kN/m)	0,01	0,00	0,00	6,42	6,42	6,42	7,01	8,39	6,42
L (kN/m)	0,00	0,00	0,00	0,73	0,73	0,73	0,73	0,92	0,70
W (kN/m)	0,98	0,98	0,98	5,98	5,99	5,98	8,76	1,77	8,50
A (cm ²)	0,00	0,00	0,00	28,45	28,45	28,45	28,19	28,45	28,45
I (cm ⁴)	-0,14	-0,14	-0,14	2867,83	2867,85	2867,83	2844,11	2844,88	2844,61
E (MPa)	-0,17	-0,17	-0,17	199947,96	199948,01	199947,96	197564,38	197582,85	197557,47
Função de desempenho	-	-	-	0,110	0,302	0,305	0,0000	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	-	1,390	1,412	1,187	1,176	1,190
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	-	-	-	-	1,18
Número da iteração (FORM)	3	3	4	1	1	1	3	3	4

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.6, fica evidente a grande influência da variação estocástica do carregamento do vento W no índice de confiabilidade do estado limite de serviço definido, e em menor intensidade, o índice de confiabilidade se mostrou sensível a variações estocásticas no módulo de elasticidade E , seguido pelo momento de inércia I dos elementos do pórtico da Figura 5.2. Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se a influência desprezível da aleatoriedade das variáveis D , L e A no índice de confiabilidade do estado limite de serviço definido, sendo que essas variáveis poderiam ser tomadas como determinísticas na análise de confiabilidade, sem influência na precisão dos resultados do algoritmo FORM.

Analisando os sinais dos índices de sensibilidade, percebe-se que um aumento na média ou no coeficiente de variação da variável aleatória W resultaria num aumento da probabilidade de falha, já um aumento na média ou diminuição do coeficiente de variação das variáveis E e I resultariam numa diminuição da probabilidade de falha em relação ao estado limite de serviço de deslocamento horizontal do ponto nodal 2 do pórtico plano da Figura 5.2.

Foram realizadas 10^7 simulações de Monte Carlo de forma a verificar os resultados analíticos fornecidos pelo algoritmo FORM e apresentados na Tabela 5.6. A análise de confiabilidade pelo método de simulação de Monte Carlo obteve como resultado a ocorrência de 1.189.942 falhas estruturais relacionadas à violação do estado limite de deslocamento horizontal em serviço do nó 2 definido pela Equação (5.10). Portanto, a

probabilidade de falha obtida por esse método foi de $P_f = 0,1189942 \pm 0,0001024$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 1,1800 \pm 0,0005$ mostrado na Tabela 5.6.

A probabilidade de falha obtida pelo método de simulação de Monte Carlo é ligeiramente superior ao resultado obtido pelo algoritmo FORM no presente trabalho, mas em termos práticos a probabilidade de falha obtida por simulação de Monte Carlo é praticamente igual à probabilidade de falha obtida pelo algoritmo FORM no presente trabalho, validando assim os resultados do método analítico.

5.3.2 Exemplo 2: pórtico plano de um andar com ligações semirrígidas

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural para estados limites últimos e de serviço do pórtico plano apresentado na Figura 5.3. A geometria, os carregamentos atuantes, as condições de apoio e as seções do pórtico são mostrados na Figura 5.3. O pórtico é composto por duas colunas e uma viga, sendo que todos os elementos do pórtico são feitos do mesmo material e possuem a mesma seção transversal.

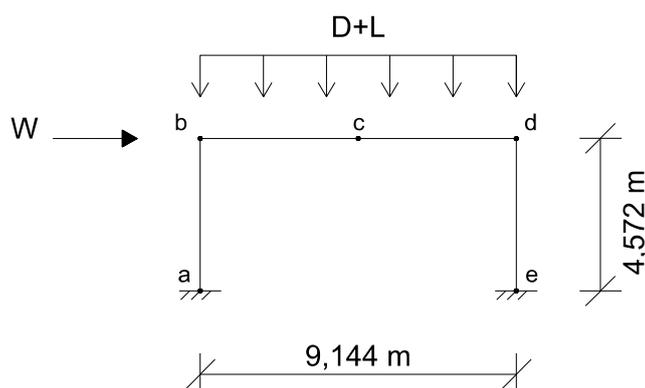


Figura 5.3 – Pórtico plano do Exemplo 2

Foram consideradas como aleatórias na análise de confiabilidade as variáveis: o carregamento permanente distribuído (D); o carregamento acidental distribuído (L); o carregamento concentrado devido ao vento (W); a área (A), o momento de inércia (I) e o módulo plástico (Z_x) da seção transversal dos elementos do pórtico; o módulo de elasticidade (E) e a tensão de escoamento (F_y) do material dos perfis metálicos que constituem os elementos do pórtico da Figura 5.3. A Tabela 5.7 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: valores nominais, valores médios, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Tabela 5.7 - Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Gao (1994)

Variável	Unidade	Valor nominal	Valor médio	Coefficiente de variação	Tipo de Distribuição
E	MPa	199948,04	199948,04	0,06	Lognormal
A	cm ²	127,10	127,10	0,05	Lognormal
I	cm ⁴	39708,48	39708,48	0,05	Lognormal
Z_x	cm ³	2130,32	2130,32	0,05	Lognormal
F_y	MPa	248,21	260,62	0,10	Lognormal
D	kN/m	43,78	45,97	0,10	Lognormal
L	kN/m	16,05	16,05	0,25	Ext. Tipo I
W	kN	28,91	22,55	0,37	Ext. Tipo I

O pórtico de um andar mostrado na Figura 5.3 foi dimensionado por Gao (1994) seguindo as combinações de carregamentos sugeridas pelas orientações do LRFD (AISC, 1994): (1) $1,4D$; (2) $1,2D + 1,6L$; (3) $1,2D + 0,5L + 1,3W$; e (4) $0,9D - 1,3W$. É assumido que todos os elementos do pórtico possuem contenções laterais adequadas, de modo que a capacidade do momento fletor resistente do elemento seja igual ao seu momento plástico definido pela Equação (5.5).

Utilizando os valores nominais da Tabela 5.7, a combinação (2) de ações produz os maiores esforços solicitantes na viga e nas colunas, e segundo dimensionamento realizado por Gao (1994), o perfil metálico W16×67 (equivalente ao perfil W410×100) foi considerado adequado para compor todos os elementos do pórtico, atendendo aos estados limites últimos em todas as combinações de ações citadas anteriormente.

Na Tabela 5.8 são apresentados os máximos esforços internos solicitantes na viga e nas colunas do pórtico, bem como o valor obtido na equação de interação, para a combinação (2) de ações, utilizando os valores nominais da Tabela 5.7, mediante análise linear e não linear geométrica do pórtico da Figura 5.3.

Conforme apresentado na última coluna da Tabela 5.8, as colunas do pórtico estão mais solicitadas que a viga, é esperado, portanto, na análise de confiabilidade estrutural, que a probabilidade de falha das colunas seja maior que a probabilidade de falha da viga, para os estados limites últimos de resistência. Nota-se na Tabela 5.8 pouca diferença entre os resultados das análises linear e não linear geométrica do pórtico, sendo obtidos esforços internos ligeiramente superiores na análise não linear geométrica.

Tabela 5.8 – Esforços solicitantes de projeto e resultados da equação de interação

Análise	Elemento	P_u (kN)	M_{ux} (kN.m)	P_u / P_n	M_{ux} / M_{nx}	$P_u / (2P_n) + M_{ux} / M_{nx}$
linear	Viga	142,02	434,83	0,0558	0,9137	0,94
	Colunas	357,60	434,83	0,1413	0,9137	0,98
não linear geométrica	Viga	139,44	436,15	0,0548	0,9165	0,94
	Colunas	358,02	436,15	0,1414	0,9165	0,99

Inicialmente, o pórtico foi analisado assumindo como rígidas todas as ligações entre os elementos de viga e colunas. Foram feitas análises de confiabilidade estrutural, através de análise linear e não linear geométrica do pórtico, para os estados limites listados a seguir:

- A) Estado limite de resistência última da viga *bd* sujeita a flexão composta;
- B) Estado limite de resistência última em *d* da coluna *de* sujeita a flexão composta;
- C) Estado limite de serviço referente ao deslocamento horizontal em *b*;
- D) Estado limite de serviço referente ao deslocamento vertical em *c*;
- E) Estado limite de resistência local em *d* da coluna *de* do pórtico com variáveis aleatórias correlacionadas.

De modo a avaliar a influência da existência de ligações semirrígidas entre os elementos do pórtico na probabilidade de falha dos estados limites citados acima, foram feitas análises de confiabilidade estrutural considerando a presença de ligações semirrígidas em *b* e *d* como mostra a Figura 5.4.

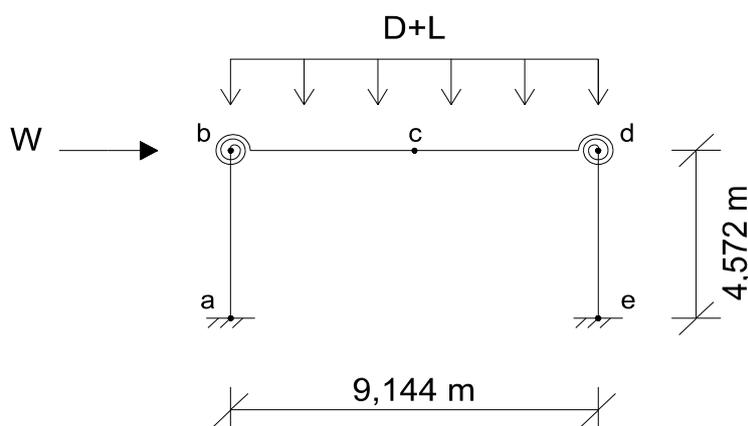


Figura 5.4 – Pórtico plano do Exemplo 2 com ligações semirrígidas

O comportamento momento-rotação não linear das ligações será considerado através do modelo matemático de potências com quatro parâmetros proposto por Richard e Abbott (1975). Foram adotadas três curvas momento-rotação, mostradas na Figura 5.5, para representar o comportamento das ligações com rigidezes distintas. A Curva 1 representa ligações com rigidez elevada, a Curva 3 representa ligações com comportamento muito flexível e a Curva 2 representa ligações com rigidez intermediária. A descrição estatística das variáveis aleatórias que representam os quatro parâmetros do modelo de Richard e Abbott (1975) para as duas ligações flexíveis do pórtico é fornecida na Tabela 5.9, para cada uma das três curvas momento-rotação consideradas nas análises de confiabilidade.

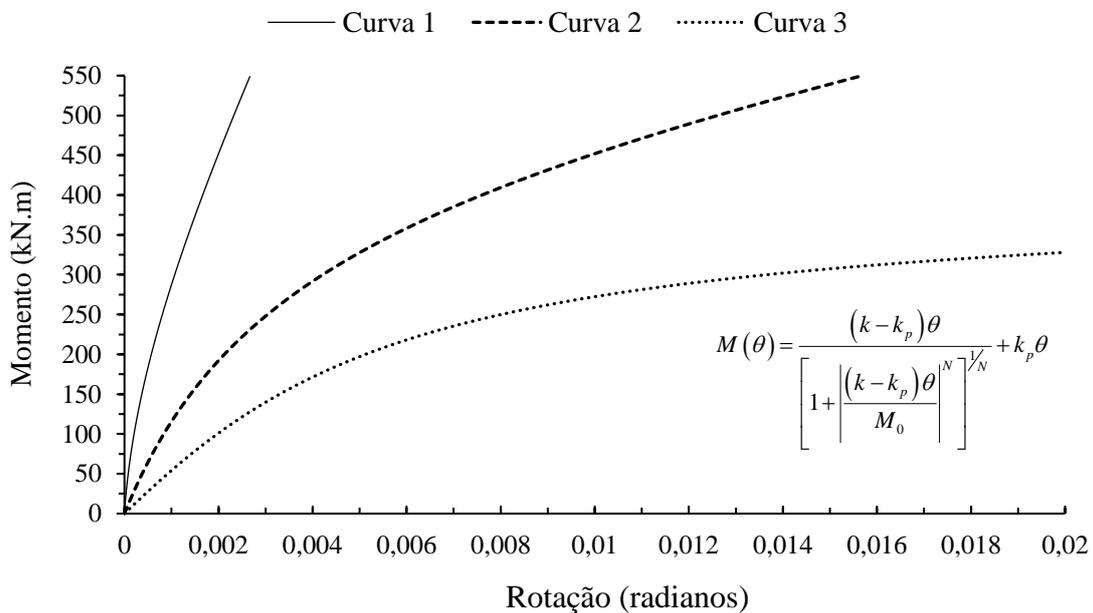


Figura 5.5 – Curvas momento-rotação das ligações semirrígidas

Tabela 5.9 - Propriedades estatísticas dos parâmetros das ligações segundo Gao (1994)

Variável aleatória	Médias			Coeficiente de variação	Tipo de Distribuição
	Curva 1	Curva 2	Curva 3		
k (kN.m/rad)	1,1298E+06	1,4688E+05	5,6492E+04	0,15	Normal
k_p (kN.m/rad)	1,1298E+05	1,1298E+04	1,1298E+03	0,15	Normal
M_0 (kN.m)	508,43	451,94	338,95	0,15	Normal
N	0,50	1,00	1,50	0,05	Normal

A) estado limite de resistência última da viga *bd* sujeita a flexão composta

Gao (1994) investigou a segurança estrutural do pórtico plano da Figura 5.3, considerando na análise de confiabilidade o estado limite último de resistência da viga *bd*. As funções de desempenho que definem o problema de confiabilidade são expressas pelas Equações (5.1) e (5.2). Para o cálculo dos esforços internos na viga utilizou-se análise linear e também análise não linear geométrica, considerando inicialmente como rígidas as ligações entre os elementos do pórtico.

No presente trabalho, adotou-se como coeficiente de flambagem da viga o valor teórico de $K=0,61$ obtido por análise de instabilidade elástica do pórtico. Gao (1994) não especificou qual o coeficiente de flambagem utilizado para a viga.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Gao (1994) e no presente trabalho são apresentados nas Tabelas 5.10 e 5.11 de forma que possam ser comparados. Na Tabela 5.10 são mostrados os resultados da análise linear e na Tabela 5.11 os resultados da análise não linear geométrica.

Tabela 5.10 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em *d*, análise estática linear do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0005	-0,0005	199948,04	199948,04	199570,62	199572,38
A (cm ²)	-0,0084	-0,0072	127,10	127,10	126,77	126,80
I (cm ⁴)	-0,0015	-0,0013	39708,48	39708,48	39650,21	39651,34
Z_x (cm ³)	-0,3649	-0,3084	2130,32	2130,32	2011,02	2030,44
F_y (MPa)	-0,7474	-0,6317	260,62	260,62	205,95	214,18
D (kN/m)	0,3673	0,4335	45,97	45,97	51,22	52,16
L (kN/m)	0,4163	0,5638	16,05	16,05	21,33	23,99
Função de desempenho	-	-	0,3610	0,3610	0,0008	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	4,39	3,90	3,10	3,04
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	2,82	2,95
Número da iteração (FORM)	4	6	1	1	4	6

Analisando os resultados da Tabela 5.10, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática linear, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 6 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 3,04$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0012$. Já no resultado obtido por Gao (1994), o algoritmo FORM convergiu em apenas 4 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 3,10$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,00097$. Portanto, para análise estática linear, a probabilidade de falha obtida no presente trabalho pelo algoritmo FORM é ligeiramente maior que a probabilidade de falha obtida por Gao (1994), mas em termos práticos são praticamente iguais.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.10, observa-se a elevada influência da aleatoriedade da variável F_y no índice de confiabilidade do estado limite último definido, seguida pelas variáveis L , D e Z_x . Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se a influência insignificante das variáveis E , A e I no índice de confiabilidade do estado limite de resistência última em d da viga do pórtico da Figura 5.3.

Analisando os sinais dos índices de sensibilidade, percebe-se que um aumento na média ou no coeficiente de variação das variáveis aleatórias D e L resultariam num aumento da probabilidade de falha, já um aumento na média ou diminuição do coeficiente de variação das demais variáveis resultariam numa diminuição da probabilidade de falha em relação ao estado limite último definido.

Foram realizadas simulações de Monte Carlo de forma a verificar os resultados analíticos do algoritmo FORM. No presente trabalho foram realizadas 10^7 simulações e a probabilidade de falha obtida foi de $P_f = 0,0015897$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 2,95$ mostrado na Tabela 5.10. Gao (1994) realizou 10^4 simulações de Monte Carlo e obteve um índice de confiabilidade equivalente de $\beta = 2,82$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,00240$.

A probabilidade de falha obtida por simulação de Monte Carlo, relacionada ao estado limite último de resistência da viga em d com base em análise linear do pórtico, mostrou-se superior àquela obtida pelo algoritmo FORM, como mostram os índices de confiabilidade apresentados na Tabela 5.10, embora no presente trabalho os índices de confiabilidade sejam próximos.

Tabela 5.11 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,2907	-0,0015	199948,04	199948,04	188403,25	199536,13
A (cm ²)	-0,0168	-0,0071	127,10	127,10	126,58	126,80
I (cm ⁴)	-0,2342	-0,0021	39708,48	39708,48	38152,60	39646,28
Z_x (cm ³)	-0,3384	-0,3082	2130,32	2130,32	2011,84	2031,01
F_y (MPa)	-0,6928	-0,6313	260,62	260,62	206,29	214,44
D (kN/m)	0,3412	0,4347	45,97	45,97	51,19	52,14
L (kN/m)	0,3865	0,5634	16,05	16,05	21,28	23,91
Função de desempenho	-	-	0,3593	0,3596	-0,0004	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	4,02	3,88	3,31	3,02
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	3,09	2,93
Número da iteração (FORM)	5	6	1	1	5	6

Analisando os resultados da Tabela 5.11, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática não linear geométrica, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 6 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 3,02$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0013$. Já no resultado obtido por Gao (1994), o algoritmo FORM convergiu em apenas 5 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 3,31$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,00047$. Portanto, para análise não linear geométrica, a probabilidade de falha obtida no presente trabalho pelo algoritmo FORM é cerca de 2,7 vezes maior que a probabilidade de falha obtida por Gao (1994), mas ligeiramente maior que a probabilidade de falha obtida pelo algoritmo FORM com base em análise linear (Tabela 5.10) no presente trabalho.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.11 e comparando-os com aqueles da Tabela 5.10, nota-se que Gao (1994) obteve na análise não linear geométrica um aumento expressivo nos índices de sensibilidade das variáveis aleatórias E e I se comparados com os índices obtidos na análise linear. No presente trabalho, o aumento no índice de sensibilidade dessas variáveis na análise não linear geométrica foi

muito pequeno, de modo que a influência delas no índice de confiabilidade do estado limite último da viga continuou desprezível.

Foram realizadas 10^4 simulações de Monte Carlo de forma a verificar os resultados analíticos do algoritmo FORM. No presente trabalho, a probabilidade de falha obtida pelo método de simulação de Monte Carlo foi de $P_f = 0,0017$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 2,93$ mostrado na Tabela 5.11. Gao (1994) obteve um índice de confiabilidade equivalente de $\beta = 3,09$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0010$.

A probabilidade de falha obtida por simulação de Monte Carlo, relacionada ao estado limite último de resistência em d na viga, com base em análise não linear geométrica do pórtico, mostrou-se superior àquela obtida pelo algoritmo FORM, como mostram os índices de confiabilidade apresentados na Tabela 5.11, embora no presente trabalho o índice de confiabilidade obtido por simulação foi próximo do índice de confiabilidade analítico do FORM.

Gao (1994) obteve um resultado pelo algoritmo FORM onde a probabilidade de falha da análise linear é cerca de 2,1 vezes maior que a probabilidade de falha obtida pela análise não linear geométrica do pórtico, e segundo esse autor essa diferença é devido a análise não linear geométrica resultar em menores esforços internos na seção d da viga do pórtico mostrado na Figura 5.3. Gao (1994) afirma que a análise linear para o caso particular deste exemplo é mais conservadora do que a análise não linear geométrica.

No presente trabalho, a análise não linear geométrica resultou em maiores esforços internos, portanto, verificou-se um pequeno aumento na probabilidade de falha do estado limite último considerado. Comparando-se os valores da função de desempenho avaliada no ponto inicial (variáveis tomadas como sendo seus valores médios) na análise linear e não linear geométrica (Tabelas 5.10 e 5.11), tanto no presente trabalho como nos resultados apresentados por Gao (1994), foi observado ao se realizar a análise não linear geométrica uma redução no valor da função de desempenho avaliada no ponto inicial, resultado do aumento dos esforços internos na seção d da viga do pórtico analisado, e portanto o índice de confiabilidade obtido mediante análise não linear geométrica nessa primeira iteração do algoritmo FORM foi menor que aquele obtido mediante análise linear do pórtico, ou seja, houve aumento na probabilidade de falha para o estado limite último considerado.

Na Tabela 5.12 são apresentados os esforços internos solicitantes na viga do pórtico, bem como o valor obtido na equação de interação, para a primeira iteração (ponto inicial) e para a última iteração (ponto final) do algoritmo FORM, mediante análise linear e não linear

geométrica do pórtico da Figura 5.3. Nessa tabela é possível observar que a análise não linear geométrica resulta principalmente em momento fletor ligeiramente maior solicitando a viga na seção *d*.

Tabela 5.12 – Esforços solicitantes na viga e equação de interação nos pontos inicial e final do FORM

Análise	Iteração FORM	P_u (kN)	M_{ux} (kN.m)	P_u / P_n	M_{ux} / M_{nx}	$P_u / (2P_n) + M_{ux} / M_{nx}$
linear	Ponto inicial	112,61	344,79	0,0359	0,6210	0,6390
	Ponto final	138,21	423,16	0,0533	0,9734	1,0000
não linear geométrica	Ponto inicial	112,40	345,61	0,0359	0,6225	0,6404
	Ponto final	137,72	423,88	0,0530	0,9735	1,0000

A seguir foi investigada a segurança estrutural relacionada ao mesmo estado limite último de resistência da viga, porém considerando a presença de ligações semirrígidas nos pontos de ligação (*b* e *d*) entre a viga e as colunas, como mostra a Figura 5.4. As funções de desempenho que definem o estado limite último de resistência da viga são expressas pelas Equações (5.1) e (5.2). Para o cálculo dos esforços internos do pórtico utilizou-se análise estática não linear geométrica. Foram realizadas análises de confiabilidade para cada uma das três curvas momento-rotação mostradas na Figura 5.5, que representam o comportamento não linear de ligações semirrígidas com diferentes rigidezes.

No presente trabalho, para o pórtico com ligações semirrígidas, adotou-se como coeficiente de flambagem da viga o valor de $K=1,0$, que corresponde ao valor do coeficiente de flambagem recomendado para o projeto de elementos biapoiados (caso “d” da Tabela 5.1). Gao (1994) não especifica qual o coeficiente de flambagem utilizado para a análise da viga do pórtico plano.

Foram consideradas na análise de confiabilidade onze variáveis aleatórias: o carregamento permanente distribuído (*D*); o carregamento acidental distribuído (*L*); a área (*A*), o momento de inércia (*I*) e o módulo plástico (Z_x) da seção transversal dos elementos do pórtico; o módulo de elasticidade (*E*) e a tensão de escoamento (F_y) do material do pórtico; a rigidez inicial (*k*), a rigidez plástica (k_p), o momento de referência (M_0) e o parâmetro de curvatura (*N*) das ligações semirrígidas. A descrição estatística das onze variáveis são encontradas nas Tabelas 5.7 e 5.9.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Gao (1994) e no presente trabalho são apresentados nas Tabelas 5.13, 5.14 e 5.15, para as Curvas 1, 2 e 3 respectivamente, de forma que possam ser comparados.

Tabela 5.13 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 1) e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,2983	-0,0185	199948,04	199948,04	187311,18	198873,33
A (cm ²)	-0,0180	-0,0053	127,10	127,10	126,52	126,83
I (cm ⁴)	-0,2396	-0,0189	39708,48	39708,48	38008,59	39538,23
Z_x (cm ³)	-0,3437	-0,3068	2130,32	2130,32	2001,84	2024,84
F_y (MPa)	-0,7040	-0,6281	260,62	260,62	202,09	211,80
D (kN/m)	0,3220	0,4204	45,97	45,97	51,28	52,38
L (kN/m)	0,3684	0,5772	16,05	16,05	21,45	25,06
k (kN.m/rad)	0,0023	0,0134	1,1298.10 ⁶	1,1298.10 ⁶	1,1312.10 ⁶	1,1372.10 ⁶
k_p (kN.m/rad)	0,0086	0,0168	1,1298.10 ⁵	1,1298.10 ⁵	1,1350.10 ⁵	1,1391.10 ⁵
M_0 (kN.m)	0,0078	0,0136	508,43	508,43	510,55	511,80
N	-0,0011	0,0120	0,50	0,50	0,50	0,50
Função de desempenho	-	-	0,3743	0,3785	-0,0007	0,0001
Índice de confiabilidade (β)	-	-	4,33	4,22	3,55	3,23
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	3,19	3,24
Número da iteração (FORM)	5	6	1	1	5	6

Tabela 5.14 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 2) e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,3304	-0,0453	199948,04	199948,04	186539,24	197479,83
A (cm ²)	-0,0113	-0,0065	127,10	127,10	126,71	126,78
I (cm ⁴)	-0,2691	-0,0385	39708,48	39708,48	37879,14	39361,75
Z_x (cm ³)	-0,2175	-0,3066	2130,32	2130,32	2050,19	2003,84
F_y (MPa)	-0,4442	-0,6275	260,62	260,62	222,91	202,99
D (kN/m)	0,4285	0,3785	45,97	45,97	52,92	53,03
L (kN/m)	0,6209	0,5912	16,05	16,05	26,99	28,54
k (kN.m/rad)	0,0054	0,0956	1,4688.10 ⁵	1,4688.10 ⁵	1,4729.10 ⁵	1,5512.10 ⁵
k_p (kN.m/rad)	-0,0099	0,0163	1,1298.10 ⁴	1,1298.10 ⁴	1,1241.10 ⁴	1,1407.10 ⁴
M_0 (kN.m)	-0,0450	0,0736	451,94	451,94	441,52	471,45
N	0,0502	0,0327	1,00	1,00	1,01	1,01
Função de desempenho	-	-	0,3706	0,4381	-0,0003	0,0001
Índice de confiabilidade (β)	-	-	2,99	5,44	3,42	3,91
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	3,19	3,72
Número da iteração (FORM)	5	5	1	1	5	5

Tabela 5.15 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 3) e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,3151	0,0541	199948,04	199948,04	190009,93	200954,64
A (cm ²)	-0,0085	-0,0043	127,10	127,10	126,77	126,88
I (cm ⁴)	-0,2580	0,0451	39708,48	39708,48	38349,90	39847,36
Z_x (cm ³)	-0,2187	-0,2990	2130,32	2130,32	2068,05	2061,90
F_y (MPa)	-0,4442	-0,6062	260,62	260,62	231,04	228,38
D (kN/m)	0,4667	0,4883	45,97	45,97	51,64	50,67
L (kN/m)	0,5554	0,5197	16,05	16,05	22,28	20,23
k (kN.m/rad)	0,0376	-0,1287	5,6492.10 ⁴	5,6492.10 ⁴	5,7322.10 ⁴	5,42.10 ⁴
k_p (kN.m/rad)	-0,0032	-0,0042	1,1298.10 ³	1,1298.10 ³	1,1285.10 ³	1,1283.10 ³
M_0 (kN.m)	0,1043	-0,1100	338,95	338,95	325,15	327,20
N	0,2245	-0,0301	1,50	1,50	1,54	1,50
Função de desempenho	-	-	0,2881	0,2761	0,0008	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	2,05	2,52	2,60	2,10
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	2,71	1,99
Número da iteração (FORM)	6	7	1	1	6	7

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados nas Tabelas 5.13, 5.14 e 5.15, observa-se no presente trabalho a elevada influência da aleatoriedade da variável F_y no índice de confiabilidade do estado limite último definido, seguida pelas variáveis L , D e Z_x . Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se a pequena influência das outras variáveis aleatórias no índice de confiabilidade do estado limite de resistência última na viga da Figura 5.4.

Foram realizadas 10⁴ simulações de Monte Carlo, no presente trabalho e também por Gao (1994), de forma a verificar os resultados analíticos do algoritmo FORM para o pórtico com ligações semirrígidas. Os índices de confiabilidade equivalentes obtidos pelo método de simulação de Monte Carlo são mostrados nas Tabelas 5.13, 5.14 e 5.15 e mostraram-se muito próximos aos valores dos índices de confiabilidade obtidos pelo método analítico FORM nos resultados do presente trabalho.

Na Tabela 5.16 são apresentados os esforços solicitantes na viga do pórtico, bem como o valor obtido na equação de interação, para a primeira iteração (ponto inicial) e para a última iteração (ponto final) do algoritmo FORM, mediante análise não linear geométrica

do pórtico com ligações semirrígidas (Figura 5.4) com comportamento momento-rotação representado pelas Curvas 1, 2 e 3 da Figura 5.5. Analisando o valor obtido pela equação de interação (última coluna da Tabela 5.16) no ponto inicial, é possível observar que a Curva 3 produz os maiores esforços internos solicitantes na viga.

Tabela 5.16 – Esforços solicitantes na viga e equação de interação nos pontos inicial e final do FORM

Análise	Iteração FORM	P_u (kN)	M_{ux} (kN.m)	P_u / P_n	M_{ux} / M_{nx}	$P_u / (2P_n) + M_{ux} / M_{nx}$
Curva 1	Ponto inicial	108,34	334,46	0,0379	0,6024	0,6215
	Ponto final	134,47	416,03	0,0566	0,9717	0,9999
Curva 2	Ponto inicial	97,61	302,45	0,0342	0,5447	0,5619
	Ponto final	127,03	395,35	0,0555	0,9722	0,9999
Curva 3	Ponto inicial	82,50	393,89	0,0289	0,7095	0,7239
	Ponto final	90,10	462,34	0,0354	0,9823	1,0000

A Tabela 5.17 resume os índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite último de resistência da viga do pórtico plano da Figura 5.4, considerando as ligações entre a viga e as colunas como rígidas (Tabela 5.11) ou parcialmente restringidas (Tabelas 5.13, 5.14 e 5.15). Observa-se na Tabela 5.17 que a consideração das ligações semirrígidas altera de forma significativa o índice de confiabilidade do estado limite último considerado na análise de confiabilidade.

Analisando os índices β_0 , β_1 e β_2 obtidos para a seção d da viga, nota-se que com o decréscimo da rigidez das ligações houve um decréscimo na probabilidade de falha devido à redistribuição de momentos fletores. Para a viga do pórtico, à medida que a rigidez das ligações foi diminuindo, o momento máximo atuante na viga mudou da seção d para a seção c , de forma que para a Curva 3 foi obtido o menor índice de confiabilidade (β_3), para a seção c da viga.

A Tabela 5.17 mostra que com o decréscimo da rigidez das ligações semirrígidas, o momento fletor na seção c aumenta gradativamente, enquanto que o momento fletor na seção d diminui gradativamente, o que resulta em um aumento significativo na probabilidade de falha do estado limite último de resistência da viga, à medida que a rigidez das ligações for muito baixa.

Segundo Gao (1994), se a flexibilidade das ligações for significativa, a redistribuição de momentos fletores devido à presença das ligações semirrígidas altera de forma significativa os esforços de projeto, sendo necessário redimensionar os elementos do pórtico de forma a se obter uma menor probabilidade de falha para o estado limite em análise.

Tabela 5.17 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para a viga do pórtico

Estado limite último de resistência da viga <i>bd</i> com base em análise não linear geométrica	Tipo de ligação entre a viga e as colunas do pórtico							
	Rígida (β_0)		Curva 1 (β_1)		Curva 2 (β_2)		Curva 3 (β_3)	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
Índice de Confiabilidade (β)	3,31	3,02	3,55	3,23	3,42	3,91	2,60	2,10
Localização na viga:	<i>d</i>		<i>d</i>		<i>d</i>		<i>c</i>	

B) estado limite de resistência última em *d* da coluna *de* sujeita a flexão composta

Gao (1994) investigou a segurança estrutural do pórtico plano da Figura 5.3, considerando na análise de confiabilidade o estado limite último de resistência em *d* da coluna *de*. As funções de desempenho que definem o problema de confiabilidade são expressas pelas Equações (5.1) e (5.2). Para o cálculo dos esforços internos na coluna utilizou-se análise linear e também análise não linear geométrica, considerando inicialmente como rígidas as ligações entre os elementos do pórtico.

No presente trabalho, adotou-se como coeficiente de flambagem para a coluna o valor de $K=1,2$, que corresponde ao valor do coeficiente de flambagem recomendado para o projeto de elementos com uma extremidade engastada e a outra extremidade com rotação impedida e translação livre (caso “c” da Tabela 5.1). Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Gao (1994) e no presente trabalho são apresentados nas Tabelas 5.18 e 5.19, de forma que possam ser comparados. Gao (1994) não especifica qual o coeficiente de flambagem utilizado para a análise da coluna do pórtico plano. Na Tabela 5.18 são mostrados os resultados da análise linear e na Tabela 5.19 os resultados da análise não linear geométrica.

Analisando os resultados da Tabela 5.18, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática linear, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 6 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 2,78$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0027$. Gao (1994) obteve em apenas 4 iterações o mesmo índice de confiabilidade e, portanto, a mesma probabilidade de falha para o estado limite último de resistência da coluna. Nota-se para este exemplo a boa concordância entre os resultados obtidos por Gao (1994) e o presente trabalho para os índices de sensibilidade,

valores da função de desempenho no ponto inicial e final, e valores finais (ponto de projeto) das sete variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade.

Tabela 5.18 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise estática linear do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0011	-0,0011	199948,04	199948,04	199552,14	199552,10
A (cm ²)	-0,0192	-0,0191	127,10	127,10	126,64	126,60
I (cm ⁴)	-0,0017	-0,0017	39708,48	39708,48	39649,37	39649,41
Z_x (cm ³)	-0,3019	-0,3011	2130,32	2130,32	2040,19	2040,45
F_y (MPa)	-0,6426	-0,6409	260,62	260,62	216,98	217,08
D (kN/m)	0,4496	0,4468	45,97	45,97	51,82	51,78
L (kN/m)	0,5417	0,5465	16,05	16,05	22,66	22,73
Função de desempenho	-	-	0,3337	0,3338	-0,0001	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	3,49	3,49	2,78	2,78
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	2,88	2,70
Número da iteração (FORM)	4	6	1	1	4	6

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.18, observa-se a elevada influência da aleatoriedade da variável F_y no índice de confiabilidade do estado limite último definido, seguida pelas variáveis L , D e Z_x . Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se a influência insignificante das variáveis E , A e I no índice de confiabilidade do estado limite de resistência última da seção d da coluna da Figura 5.3.

Analisando os sinais dos índices de sensibilidade, percebe-se que um aumento na média ou no coeficiente de variação das variáveis aleatórias D e L resultariam num aumento da probabilidade de falha, já um aumento na média ou diminuição do coeficiente de variação das demais variáveis resultariam numa diminuição da probabilidade de falha em relação ao estado limite último definido.

Foram realizadas simulações de Monte Carlo de forma a verificar os resultados analíticos do algoritmo FORM. No presente trabalho foram realizadas 10^6 simulações e a probabilidade de falha obtida foi de $P_f = 0,003487$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 2,70$ mostrado na Tabela 5.18. Gao (1994) realizou 10^4 simulações de Monte Carlo e obteve um índice de confiabilidade equivalente de $\beta = 2,88$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0020$.

A probabilidade de falha obtida por simulação de Monte Carlo no presente trabalho, relacionada ao estado limite último na seção d na coluna, com base em análise linear do pórtico, mostrou-se superior àquela obtida pelo algoritmo FORM, como mostram os índices de confiabilidade apresentados na Tabela 5.18, embora os índices obtidos por esses dois métodos de análise sejam próximos.

Tabela 5.19 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,3487	-0,0021	199948,04	199948,04	187138,95	199519,00
A (cm^2)	-0,0359	-0,0191	127,10	127,10	126,26	126,60
I (cm^4)	-0,2727	-0,0026	39708,48	39708,48	38028,57	39644,83
Z_x (cm^3)	-0,2695	-0,3012	2130,32	2130,32	2041,17	2040,95
F_y (MPa)	-0,5736	-0,6409	260,62	260,62	217,39	217,31
D (kN/m)	0,4031	0,4488	45,97	45,97	51,77	51,77
L (kN/m)	0,4885	0,5447	16,05	16,05	22,64	22,65
Função de desempenho	-	-	0,3322	0,3324	-0,0001	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	3,04	3,46	3,08	2,76
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	2,91	2,67
Número da iteração (FORM)	5	5	1	1	5	5

Analisando os resultados da Tabela 5.19, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática não linear geométrica, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 5 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 2,76$ que corresponde a

uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0029$. Já no resultado obtido por Gao (1994), o algoritmo FORM convergiu também em 5 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 3,08$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0010$. Portanto, para análise não linear geométrica, a probabilidade de falha obtida no presente trabalho pelo algoritmo FORM é cerca de 2,8 vezes maior que a probabilidade de falha obtida por Gao (1994), mas ligeiramente maior que a probabilidade de falha obtida pelo algoritmo FORM com base em análise linear (Tabela 5.18) no presente trabalho.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.19 e comparando-os com aqueles da Tabela 5.18, nota-se que Gao (1994) obteve na análise não linear geométrica um aumento expressivo nos índices de sensibilidade das variáveis aleatórias E e I se comparados com os índices obtidos na análise linear. No presente trabalho, o aumento nos índices de sensibilidade dessas variáveis foi muito pequeno, de modo que a influência delas no índice de confiabilidade do estado limite último na seção d da coluna continuava desprezível na análise não linear geométrica.

Foram realizadas 10^4 simulações de Monte Carlo de forma a verificar os resultados analíticos do algoritmo FORM. No presente trabalho, a probabilidade de falha obtida foi pelo método de simulação de Monte Carlo foi de $P_f = 0,0038$, equivalente a um índice de confiabilidade de $\beta = 2,67$ mostrado na Tabela 5.19. Gao (1994) obteve um índice de confiabilidade equivalente de $\beta = 2,91$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0018$.

A probabilidade de falha obtida por simulação de Monte Carlo, relacionada ao estado limite último em d na coluna, com base em análise não linear geométrica do pórtico, mostrou-se superior àquela obtida pelo algoritmo FORM, como mostram os índices de confiabilidade apresentados na Tabela 5.19, embora no presente trabalho o índice de confiabilidade obtido por simulação foi próximo do índice de confiabilidade analítico do FORM.

Gao (1994) obteve um resultado pelo algoritmo FORM onde a probabilidade de falha da análise linear é cerca de 2,6 vezes maior que a probabilidade de falha considerando a análise não linear geométrica do pórtico, e segundo esse autor, essa diferença é devido a análise não linear geométrica resultar em menores esforços internos na seção d da coluna do pórtico mostrado na Figura 5.3. Gao (1994) afirma que a análise linear, para o caso particular deste exemplo, é mais conservadora do que a análise não linear geométrica, devido ao fato desse autor ter encontrado um índice de confiabilidade maior para a análise não linear geométrica do pórtico para o estado limite último analisado.

No presente trabalho, a análise não linear geométrica resultou em maiores esforços internos, portanto, verificou-se um pequeno aumento na probabilidade de falha do estado limite último considerado. Comparando-se os valores da função de desempenho avaliada no ponto inicial (variáveis tomadas como sendo seus valores médios) na análise linear e não linear geométrica (Tabelas 5.18 e 5.19), tanto no presente trabalho como nos resultados obtidos por Gao (1994), foi observado redução no valor da função de desempenho avaliada no ponto inicial ao se realizar a análise não linear geométrica do pórtico, e portanto o índice de confiabilidade obtido nessa primeira iteração do algoritmo FORM, considerando a análise não linear geométrica, foi menor que aquele obtido na análise linear, ou seja, houve aumento na probabilidade de falha para o estado limite último analisado.

Na Tabela 5.20 são apresentados os esforços internos solicitantes na seção *d* da coluna do pórtico, bem como o valor obtido na equação de interação, para a primeira iteração (ponto inicial) e para a última iteração (ponto final) do algoritmo FORM, mediante análise linear e não linear geométrica do pórtico da Figura 5.3. Nessa tabela é possível observar que a análise não linear geométrica resulta principalmente em momento fletor ligeiramente maior solicitando a coluna na seção *d*.

Tabela 5.20 – Esforços solicitantes na coluna e equação de interação nos pontos inicial e final do FORM

Análise	Iteração FORM	P_u (kN)	M_{ux} (kN.m)	P_u / P_n	M_{ux} / M_{nx}	$P_u / (2P_n) + M_{ux} / M_{nx}$
linear	Ponto inicial	283,56	344,79	0,0903	0,6210	0,6662
	Ponto final	340,60	414,15	0,1296	0,9352	1,0000
não linear geométrica	Ponto inicial	283,56	345,61	0,0903	0,6225	0,6676
	Ponto final	340,06	414,67	0,1293	0,9354	1,0000

A seguir foi investigada a segurança estrutural relacionada ao mesmo estado limite último de resistência da coluna, porém considerando a presença de ligações semirrígidas nos pontos de ligação (*b* e *d*) entre a viga e as colunas, como mostra a Figura 5.4. As funções de desempenho que definem o estado limite último de resistência da coluna são expressas pelas Equações (5.1) e (5.2). Para o cálculo dos esforços internos do pórtico utilizou-se análise estática não linear geométrica. Foram realizadas análises de confiabilidade para cada uma das três curvas momento-rotação mostradas na Figura 5.5, que representam o comportamento não linear de ligações semirrígidas com diferentes rigidezes. Foram consideradas na análise de confiabilidade onze variáveis aleatórias, cuja descrição estatística se encontra nas Tabelas 5.7 e 5.9.

No presente trabalho, para o pórtico com ligações semirrígidas, adotou-se como coeficiente de flambagem da coluna o valor de $K=1,2$, que corresponde ao valor do coeficiente de flambagem recomendado para o projeto de elementos com uma extremidade engastada e a outra extremidade com rotação impedida e translação livre (caso “c” da Tabela 5.1). Gao (1994) não especifica qual o coeficiente de flambagem utilizado para a análise da viga do pórtico plano.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Gao (1994) e no presente trabalho são apresentados nas Tabelas 5.21, 5.22 e 5.23 para as Curvas 1, 2 e 3 respectivamente, de forma que possam ser comparados.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados nas Tabelas 5.21, 5.22 e 5.23, observa-se no presente trabalho a elevada influência da aleatoriedade da variável F_y no índice de confiabilidade do estado limite último definido, seguida pelas variáveis L , D e Z_x . Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se a pequena influência das outras variáveis aleatórias no índice de confiabilidade do estado limite de resistência última na seção d da coluna do pórtico da Figura 5.4.

Foram realizadas 10^4 simulações de Monte Carlo, no presente trabalho e também por Gao (1994), de forma a verificar os resultados analíticos do algoritmo FORM para as ligações com comportamento representado pela Curva 1. Os índices de confiabilidade equivalentes obtidos pelo método de simulação de Monte Carlo são mostrados na Tabela 5.21, e são próximos aos valores dos índices de confiabilidade obtidos pelo método analítico FORM.

Na Tabela 5.24 são apresentados os esforços solicitantes na seção d da coluna do pórtico, bem como o valor obtido na equação de interação, para a primeira iteração (ponto inicial) e para a última iteração (ponto final) do algoritmo FORM, mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Figura 5.4) e comportamento momento-rotação representado pelas Curvas 1, 2 e 3 da Figura 5.5. Analisando o valor obtido pela equação de interação (última coluna da Tabela 5.24) no ponto inicial, observa-se que a Curva 1 produz os maiores esforços internos solicitantes na coluna e a Curva 3 produz os menores esforços na coluna.

Tabela 5.21 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 1) e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,3607	-0,0179	199948,04	199948,04	186308,68	198950,50
A (cm^2)	-0,0372	-0,0197	127,10	127,10	126,19	126,57
I (cm^4)	-0,2818	-0,0151	39708,48	39708,48	37919,93	39569,79
Z_x (cm^3)	-0,2757	-0,2997	2130,32	2130,32	2036,42	2034,86
F_y (MPa)	-0,5870	-0,6391	260,62	260,62	215,19	214,49
D (kN/m)	0,4024	0,4338	45,97	45,97	51,98	52,03
L (kN/m)	0,4546	0,5585	16,05	16,05	22,28	23,66
k (kN.m/rad)	0,0017	0,0146	$1,1298 \cdot 10^6$	$1,1298 \cdot 10^6$	$1,1307 \cdot 10^6$	$1,1298 \cdot 10^6$
k_p (kN.m/rad)	0,0070	0,0149	$1,1298 \cdot 10^5$	$1,1298 \cdot 10^5$	$1,1336 \cdot 10^5$	$1,1298 \cdot 10^5$
M_o (kN.m)	0,0061	0,0125	508,43	508,43	509,91	511,27
N	-0,0011	0,0116	0,50	0,50	0,50	0,50
Função de desempenho	-	-	0,3339	0,3523	-0,0009	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	3,10	3,79	3,19	2,98
Simulação de Monte Carlo (β)	-	-	-	-	3,01	2,97
Número da iteração (FORM)	4	7	1	1	4	7

Tabela 5.22 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 2) e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,3832	-0,0522	199948,04	199948,04	182531,67	197342,21
A (cm^2)	-0,0404	-0,0219	127,10	127,10	125,94	126,44
I (cm^4)	-0,2988	-0,0437	39708,48	39708,48	37421,29	39347,12
Z_x (cm^3)	-0,2723	-0,2965	2130,32	2130,32	2018,07	2016,62
F_y (MPa)	-0,5830	-0,6364	260,62	260,62	206,84	206,12
D (kN/m)	0,3479	0,3936	45,97	45,97	52,35	52,72
L (kN/m)	0,4693	0,5770	16,05	16,05	24,78	26,72
k (kN.m/rad)	-0,0036	0,0935	$1,4688 \cdot 10^5$	$1,4688 \cdot 10^5$	$1,4657 \cdot 10^5$	$1,5433 \cdot 10^5$
k_p (kN.m/rad)	0,0120	0,0170	$1,1298 \cdot 10^4$	$1,1298 \cdot 10^4$	$1,1378 \cdot 10^5$	$1,1403 \cdot 10^4$
M_o (kN.m)	0,0574	0,0656	451,94	451,94	467,07	468,04
N	-0,0590	0,0301	1,00	1,00	0,99	1,01
Função de desempenho	-	-	0,3884	0,4100	-0,0009	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	3,93	4,87	3,89	3,62
Número da iteração (FORM)	4	6	1	1	4	6

Tabela 5.23 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna em d , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 3) e carregamento $D + L$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,3743	-0,0864	199948,04	199948,04	177701,96	194870,13
A (cm ²)	-0,0402	-0,0084	127,10	127,10	125,61	126,69
I (cm ⁴)	-0,2914	-0,0725	39708,48	39708,48	36779,04	39001,02
Z_x (cm ³)	-0,2244	-0,3224	2130,32	2130,32	2007,58	1975,11
F_y (MPa)	-0,4873	-0,6216	260,62	260,62	201,60	194,75
D (kN/m)	0,3412	0,2891	45,97	45,97	54,55	52,20
L (kN/m)	0,5889	0,5823	16,05	16,05	35,32	31,83
k (kN.m/rad)	-0,0214	0,1808	5,6492.10 ⁴	5,6492.10 ⁴	5,5554.10 ⁴	6,3569.10 ⁴
k_p (kN.m/rad)	0,0025	0,0093	1,1298.10 ³	1,1298.10 ³	1,1321.10 ³	1,1372.10 ³
M_o (kN.m)	0,0516	0,1968	338,95	338,95	352,53	385,15
N	-0,1387	0,0518	1,50	1,50	1,45	1,52
Função de desempenho	-	-	0,4732	0,4912	-0,0002	0,0080
Índice de confiabilidade (β)	-	-	5,35	6,71	5,18	4,62
Número da iteração (FORM)	4	6	1	1	4	6

Tabela 5.24 – Esforços solicitantes na coluna e equação de interação nos pontos inicial e final do FORM

Análise	Iteração FORM	P_u (kN)	M_{ux} (kN.m)	P_u / P_n	M_{ux} / M_{nx}	$P_u / (2P_n) + M_{ux} / M_{nx}$
Curva 1	Ponto inicial	283,70	334,46	0,0903	0,6024	0,6477
	Ponto final	345,50	406,44	0,1332	0,9334	1,0000
Curva 2	Ponto inicial	283,67	302,45	0,0903	0,5447	0,5900
	Ponto final	363,81	385,84	0,1456	0,9272	1,0000
Curva 3	Ponto inicial	283,64	257,41	0,0903	0,4636	0,5088
	Ponto final	388,95	352,10	0,1632	0,9101	0,9920

A Tabela 5.25 resume os índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite último de resistência na seção d da coluna do pórtico plano da Figura 5.4, considerando as ligações entre a viga e as colunas como rígidas (Tabela 5.19) ou parcialmente restringidas (Tabelas 5.21, 5.22 e 5.23).

Observa-se na Tabela 5.25 que a consideração das ligações semirrígidas altera de forma significativa o índice de confiabilidade do estado limite último considerado na análise de confiabilidade. Analisando os índices β_0 , β_1 , β_2 e β_3 nota-se que com o decréscimo da

rigidez das ligações houve um decréscimo na probabilidade de falha devido à redistribuição de momentos fletores. Portanto, para o pórtico em análise, uma menor rigidez das ligações tem um efeito benéfico para as colunas, em detrimento ao que ocorre para a viga como foi mostrado na Tabela 5.17.

Para as colunas do pórtico, à medida que a rigidez das ligações diminui, o momento fletor atuante no topo das colunas sofre redução, de forma que para a Curva 3 foi obtido o maior índice de confiabilidade (β_3) para o estado limite último de resistência do nó de topo da coluna analisada. Comparando os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho com os índices obtidos por Gao (1994), nota-se boa concordância entre os valores, embora no presente trabalho os índices obtidos resultaram em maior probabilidade de falha para o estado limite último analisado.

Tabela 5.25 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para a coluna do pórtico

Estado limite último de resistência em d da coluna de com base em análise não linear geométrica	Tipo de ligação entre a viga e as colunas do pórtico							
	Rígida (β_0)		Curva 1 (β_1)		Curva 2 (β_2)		Curva 3 (β_3)	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
Índice de Confiabilidade (β)	3,08	2,76	3,19	2,98	3,89	3,62	5,18	4,62

C) estado limite de serviço referente ao deslocamento horizontal em b

Gao (1994) investigou a segurança estrutural relacionada ao estado limite de serviço de deslocamento horizontal em b , sendo fixado um limite de 11,43 milímetros ($altura/400$) para o deslocamento horizontal desse nó de topo da coluna da esquerda do pórtico plano apresentado na Figura 5.3. A função de desempenho que define o problema de confiabilidade foi expressa pela Equação (5.10). Para o cálculo dos deslocamentos horizontais em b , utilizou-se análise linear e também análise não linear geométrica, considerando inicialmente como rígidas as ligações entre os elementos do pórtico.

Foram consideradas na análise de confiabilidade seis variáveis aleatórias: o carregamento permanente distribuído (D); o carregamento acidental distribuído (L); a carga concentrada devido ao vento (W); o módulo de elasticidade (E), a área (A) e o momento de

inércia (I) da seção transversal dos elementos do pórtico. A Tabela 5.7 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Gao (1994), Agostini (2014) e no presente trabalho são apresentados nas Tabelas 5.26 e 5.27 de forma que possam ser comparados. Na Tabela 5.26 são mostrados os resultados da análise linear e na Tabela 5.27 os resultados da análise não linear geométrica.

Tabela 5.26 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise estática linear do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L + W$

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,2183	-0,2024	-0,2022	199948,04	199948,04	199948,04	190490,57	187695,36	187667,51
A (cm ²)	-0,0051	-0,0050	-0,0049	127,10	127,10	127,10	126,97	126,78	126,78
I (cm ⁴)	-0,1769	-0,1637	-0,1636	39708,48	39708,48	39708,48	38545,94	38049,41	38045,37
D (kN/m)	0,0044	0,0047	0,0047	45,97	45,97	45,97	46,08	45,85	45,85
L (kN/m)	0,0035	0,0060	0,0037	16,05	16,05	16,05	16,25	15,50	15,46
W (kN)	0,9597	0,9655	0,9655	22,55	22,55	22,55	143,81	113,08	113,65
Função de desempenho	-	-	-	0,8071	0,8062	0,8071	-0,0009	-0,0002	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	12,84	12,76	12,84	5,96	5,06	5,08
Número da iteração (FORM)	4	4	5	1	1	1	4	4	5

Tabela 5.27 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e carregamento $D + L + W$

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0275	-0,2037	-0,2062	199948,04	199948,04	199948,04	195550,36	187706,14	187602,31
A (cm ²)	-0,0007	-0,0049	-0,0049	127,10	127,10	127,10	126,97	126,79	126,78
I (cm ⁴)	-0,1609	-0,1649	-0,1670	39708,48	39708,48	39708,48	38055,62	38049,54	38034,99
D (kN/m)	0,0086	0,0081	0,0119	45,97	45,97	45,97	46,11	45,93	46,02
L (kN/m)	0,0068	0,0063	0,0095	16,05	16,05	16,05	16,74	15,50	15,57
W (kN)	0,9865	0,9650	0,9640	22,55	22,55	22,55	130,96	111,85	111,19
Função de desempenho	-	-	-	0,7989	0,8044	0,7986	0,0008	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	12,54	12,61	12,50	5,47	5,03	5,01
Número da iteração (FORM)	6	5	5	1	1	1	6	5	5

Analisando os resultados da Tabela 5.26, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática linear do pórtico, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 5 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 5,08$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 1,9 \cdot 10^{-7}$. O índice de confiabilidade obtido por Agostini (2014) foi praticamente igual ao obtido no presente trabalho para o estado limite de serviço definido. Já no resultado obtido por Gao (1994), o algoritmo FORM convergiu em apenas 4 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 5,96$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 1,3 \cdot 10^{-9}$. Portanto, para análise estática linear, a probabilidade de falha obtida no presente trabalho e por Agostini (2014) pelo algoritmo FORM é cerca de 150 vezes maior que a probabilidade de falha obtida por Gao (1994).

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.26, fica evidente a grande influência da variação estocástica da variável W no índice de confiabilidade do estado limite de serviço definido e em menor intensidade, o índice de confiabilidade se mostrou sensível a variações estocásticas no módulo de elasticidade E seguido pelo momento de inércia I dos elementos do pórtico da Figura 5.3. Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se a influência desprezível da aleatoriedade das variáveis D , L e A no índice de confiabilidade do estado limite de serviço definido, sendo que essas variáveis poderiam ser tomadas como determinísticas na análise de confiabilidade, sem influência na precisão dos resultados do algoritmo FORM.

Analisando os sinais dos índices de sensibilidade, percebe-se que um aumento na média ou no coeficiente de variação da variável aleatória W resultaria num aumento da probabilidade de falha, já um aumento na média ou diminuição do coeficiente de variação das variáveis E e I resultariam numa diminuição da probabilidade de falha em relação ao estado limite de serviço de deslocamento horizontal em b no pórtico plano da Figura 5.3.

Analisando os resultados da Tabela 5.27, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática não linear geométrica, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 5 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 5,01$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 2,7 \cdot 10^{-7}$. O índice de confiabilidade obtido por Agostini (2014) foi praticamente igual ao obtido no presente trabalho. Já no resultado obtido por Gao (1994), o algoritmo FORM convergiu em 6 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 5,47$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 2,3 \cdot 10^{-8}$. Portanto, para análise não linear geométrica, a probabilidade de falha obtida no presente trabalho pelo algoritmo FORM é cerca de 12 vezes maior que a probabilidade de falha obtida por Gao (1994), mas

ligeiramente maior (cerca de 1,4 vezes) que a probabilidade de falha obtida pelo algoritmo FORM com base em análise linear (Tabela 5.26) no presente trabalho.

Gao (1994) também constatou o fato de a análise não linear geométrica resultar em maior probabilidade de falha, obtendo uma probabilidade de falha cerca de 17,8 vezes maior. Os resultados do presente trabalho e também os resultados de Agostini (2014) mostraram menor variação no índice de confiabilidade com a consideração da não linearidade geométrica, porém em todos os trabalhos foi constatado o fato da análise não linear geométrica resultar em maior probabilidade de falha do estado limite de serviço definido, pois essa análise resultou em maiores deslocamentos horizontais em b no pórtico plano da Figura 5.3, em relação aos deslocamentos horizontais calculados por análise linear.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.27 e comparando-os com aqueles da Tabela 5.26, nota-se que Gao (1994) obteve na análise não linear geométrica uma redução expressiva no índice de sensibilidade da variável aleatória E se comparado com o índice obtido pela análise linear do pórtico, mas essa redução só foi observada nos resultados apresentados por esse autor. No presente trabalho e também na análise feita por Agostini (2014), houve um ligeiro aumento nos índices de sensibilidade das variáveis E , I , D e L quando considerada a não linearidade geométrica na análise de confiabilidade do pórtico plano, porém a variável aleatória W continuou sendo a variável cuja variação estocástica tem maior influência no índice de confiabilidade do estado limite de serviço de deslocamento horizontal em b no pórtico plano da Figura 5.3.

A seguir foi investigada a segurança estrutural relacionada ao mesmo estado limite de serviço de deslocamento horizontal, porém considerando a presença de ligações semirrígidas nos pontos de ligação (b e d) entre a viga e as colunas, como mostra a Figura 5.4. A função de desempenho que define o estado limite de serviço é expressa pela Equação (5.10). Para o cálculo dos deslocamentos horizontais na seção b do pórtico utilizou-se análise estática não linear geométrica e o deslocamento horizontal limite em b foi fixado em 11,43 milímetros ($altura/400$). Foram realizadas análises de confiabilidade para cada uma das três curvas momento-rotação mostradas na Figura 5.5, que representam o comportamento não linear de ligações semirrígidas com diferentes rigidezes.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Gao (1994), Agostini (2014) e no presente trabalho são apresentados nas Tabelas 5.28, 5.29 e 5.30 para as Curvas 1, 2 e 3 respectivamente, de forma que possam ser comparados. Foram consideradas na análise de confiabilidade dez variáveis aleatórias, cuja descrição estatística se encontra nas Tabelas 5.7 e 5.9.

Tabela 5.28 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 1) e carregamento $D + L + W$

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0198	-0,1960	-0,1953	199948,04	199948,04	199948,04	199077,91	188354,23	188421,73
A (cm ²)	-0,0002	-0,0047	-0,0048	127,10	127,10	127,10	126,97	126,80	126,79
I (cm ⁴)	-0,0163	-0,1587	-0,1580	39708,48	39708,48	39708,48	39590,68	38138,67	38148,45
D (kN/m)	0,0121	0,0093	0,0120	45,97	45,97	45,97	46,48	45,95	46,01
L (kN/m)	0,0095	0,0081	0,0096	16,05	16,05	16,05	16,90	15,54	15,57
W (kN)	0,9995	0,9676	0,9676	22,55	22,55	22,55	122,01	109,21	108,83
k (kN.m/rad)	0,0002	-	-0,0104	1,1298.10 ⁶	1,1298.10 ⁶	1,1298.10 ⁶	1,1300.10 ⁶	1,1298.10 ⁶	1,1212.10 ⁶
k_p (kN.m/rad)	-0,0088	-	-0,0066	1,1298.10 ⁵	1,1298.10 ⁵	1,1298.10 ⁵	1,1222.10 ⁵	1,1298.10 ⁵	1,1243.10 ⁵
M_o (kN.m)	-0,0052	-	-0,0088	508,43	508,43	508,43	506,38	508,43	505,14
N	0,0040	-	-0,0083	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
Função de desempenho	-	-	-	0,7963	0,7987	0,7977	0,0001	-0,0001	-0,0001
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	11,52	12,14	12,07	5,17	4,93	4,92
Número da iteração (FORM)	5	4	4	1	1	1	5	4	4

Tabela 5.29 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 2) e carregamento $D + L + W$

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0418	-0,1792	-0,1785	199948,04	199948,04	199948,04	196616,35	189840,12	189896,57
A (cm ²)	-0,0004	-0,0043	-0,0043	127,10	127,10	127,10	126,90	126,80	126,81
I (cm ⁴)	-0,0344	-0,1451	-0,1445	39708,48	39708,48	39708,48	39252,70	38340,94	38348,94
D (kN/m)	0,0385	0,0122	0,0141	45,97	45,97	45,97	47,53	46,00	46,04
L (kN/m)	0,0314	0,0101	0,0112	16,05	16,05	16,05	16,51	15,56	15,58
W (kN)	0,9949	0,9729	0,9719	22,55	22,55	22,55	100,04	101,81	101,35
k (kN.m/rad)	0,0153	-	-0,0440	1,4688.10 ⁵	1,4688.10 ⁵	1,4688.10 ⁵	1,4827.10 ⁵	1,4688.10 ⁵	1,4237.10 ⁵
k_p (kN.m/rad)	-0,0109	-	-0,0034	1,1298.10 ⁴	1,1298.10 ⁴	1,1298.10 ⁴	1,1219.10 ⁴	1,1298.10 ⁴	1,1272.10 ⁴
M_o (kN.m)	-0,0393	-	-0,0165	451,94	451,94	451,94	440,47	451,94	446,74
N	0,0541	-	-0,0113	1,00	1,00	1,00	1,01	1,00	1,00
Função de desempenho	-	-	-	0,7734	0,7829	0,7827	-0,0003	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	9,44	10,94	10,91	4,47	4,66	4,65
Número da iteração (FORM)	4	4	4	1	1	1	4	4	4

Tabela 5.30 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em b , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 3) e carregamento $D + L + W$

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0501	-0,1630	-0,1629	199948,04	199948,04	199948,04	197155,03	191314,86	191339,81
A (cm ²)	-0,0004	-0,0036	-0,0036	127,10	127,10	127,10	126,90	126,80	126,84
I (cm ⁴)	-0,0414	-0,1322	-0,1322	39708,48	39708,48	39708,48	39325,13	38539,52	38542,96
D (kN/m)	0,0779	0,0119	0,0127	45,97	45,97	45,97	47,77	45,98	45,99
L (kN/m)	0,0661	0,0094	0,0101	16,05	16,05	16,05	16,39	15,54	15,55
W (kN)	0,9573	0,9776	0,9747	22,55	22,55	22,55	83,72	92,84	92,17
k (kN.m/rad)	0,0495	-	-0,0725	5,6492.10 ⁴	5,6492.10 ⁴	5,6492.10 ⁴	5,8205.10 ⁴	5,6492.10 ⁴	5,3838.10 ⁴
k_p (kN.m/rad)	-0,0044	-	-0,0006	1,1298.10 ³	1,1298.10 ³	1,1298.10 ³	1,1268.10 ³	1,1298.10 ³	1,1294.10 ³
M_0 (kN.m)	-0,0776	-	-0,0160	338,95	338,95	338,95	322,85	338,95	335,44
N	0,2457	-	-0,0090	1,50	1,50	1,50	1,58	1,50	1,50
Função de desempenho	-	-	-	0,7318	0,7618	0,7621	0,0008	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	7,07	9,60	9,59	4,06	4,33	4,32
Número da iteração (FORM)	4	4	4	1	1	1	4	4	4

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados nas Tabelas 5.28, 5.29 e 5.30, observa-se nos resultados de todos os autores a elevada influência da aleatoriedade da variável W no índice de confiabilidade do estado limite de deslocamento horizontal em serviço analisado. Nota-se também a influência considerável da aleatoriedade das variáveis E e I no índice de confiabilidade do problema, analisando os índices de sensibilidade obtidos no presente trabalho e por Agostini (2014).

Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se no presente trabalho a pequena influência das variáveis aleatórias A , D , L , k_p , M_0 e N no índice de confiabilidade do estado limite de serviço definido, e poderiam ser tomadas como determinísticas na análise de confiabilidade. De fato, Agostini (2014) considerou as variáveis k , k_p , M_0 e N como determinísticas na análise de confiabilidade e obteve praticamente o mesmo índice de confiabilidade do presente trabalho para as três curvas momento-rotação consideradas.

A Tabela 5.31 resume os índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de serviço de deslocamento horizontal em b no pórtico plano da Figura 5.4, considerando as ligações entre a viga e as colunas como rígidas (Tabela 5.27) ou parcialmente restringidas (Tabelas 5.28, 5.29 e 5.30), e com base em análise não linear geométrica do pórtico.

Observa-se na Tabela 5.31 que a consideração das ligações semirrígidas altera de forma significativa o índice de confiabilidade do estado limite de serviço considerado na análise de confiabilidade. Analisando os índices $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ e β_3 nota-se que com o decréscimo da rigidez das ligações houve um aumento na probabilidade de falha devido à redução da rigidez global do pórtico, resultando em maiores deslocamentos horizontais em b .

Comparando os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho com os índices obtidos por Gao (1994) e Agostini (2014), nota-se na Tabela 5.31 boa concordância entre os valores, embora no presente trabalho os índices de confiabilidade obtidos resultaram em maior probabilidade de falha em relação aos índices obtidos pelos outros autores para o mesmo estado limite de serviço de deslocamento horizontal em b , fixado o limite de 11,43 milímetros ($altura/400$) para esse deslocamento horizontal.

Tabela 5.31 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de deslocamento horizontal em b

Estado limite de deslocamento horizontal em b com base em análise não linear geométrica	Tipo de ligação entre a viga e as colunas do pórtico											
	Rígida (β_0)			Curva 1 (β_1)			Curva 2 (β_2)			Curva 3 (β_3)		
	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho
Índice de Confiabilidade (β)	5,47	5,03	5,01	5,17	4,93	4,92	4,47	4,66	4,65	4,06	4,33	4,32

D) estado limite de serviço referente ao deslocamento vertical em c

Gao (1994) investigou a segurança estrutural relacionada ao estado limite de serviço de deslocamento vertical em c , sendo fixado um limite de 25,4 milímetros ($v\tilde{a}o/360$) para o deslocamento vertical desse nó no meio do vão da viga do pórtico plano apresentado na Figura 5.3. A função de desempenho que define o problema de confiabilidade foi expressa pela Equação (5.10). Para o cálculo dos deslocamentos verticais em c , utilizou-se análise linear e também análise não linear geométrica, considerando inicialmente como rígidas as ligações entre os elementos do pórtico.

Foram consideradas na análise de confiabilidade quatro variáveis aleatórias: o carregamento acidental distribuído (L); o módulo de elasticidade (E), a área (A) e o momento de inércia (I) da seção transversal dos elementos do pórtico. A Tabela 5.7 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Gao (1994), Agostini (2014) e no presente trabalho são apresentados nas Tabelas 5.32 e 5.33 de forma que possam ser comparados. Na Tabela 5.32 são mostrados os resultados da análise linear e na Tabela 5.33 os resultados da análise não linear geométrica do pórtico.

Tabela 5.32 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise estática linear do pórtico com ligações rígidas e carregamento L

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho	Gao (1994)	Agostini (2014)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,2099	-0,2106	-0,2108	199948,04	199948,04	199948,04	188098,43	188080,45	188039,91
A (cm^2)	-0,0041	-0,0043	-0,0041	127,10	127,10	127,10	126,84	126,81	126,82
I (cm^4)	-0,1709	-0,1713	-0,1717	39708,48	39708,48	39708,48	38094,33	38094,00	38086,46
L (kN/m)	0,9627	0,9624	0,9623	16,05	16,05	16,05	54,25	54,03	54,22
Função de desempenho	-	-	-	0,7326	0,7328	0,7327	-0,0003	-0,0003	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	11,06	11,07	11,07	4,71	4,70	4,72
Número da iteração (FORM)	4	4	5	1	1	1	4	4	5

Tabela 5.33 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e carregamento L

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0444	-0,2106	199948,04	199948,04	197071,96	188106,70
A (cm^2)	-0,0009	-0,0040	127,10	127,10	126,90	126,82
I (cm^4)	-0,1569	-0,1715	39708,48	39708,48	38204,63	38095,15
L (kN/m)	0,9866	0,9624	16,05	16,05	56,65	53,91
Função de desempenho	-	-	0,7322	0,7322	-0,0009	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	11,02	11,02	4,77	4,69
Número da iteração (FORM)	5	5	1	1	5	5

Analisando os resultados da Tabela 5.32, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática linear, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 5 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 4,72$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 1,2 \cdot 10^{-6}$. Os índices de confiabilidade obtidos por Agostini (2014) e por Gao (1994) para o estado limite de serviço definido para este exemplo mostraram boa concordância com o índice obtido no presente trabalho, podendo ser considerados iguais em termos práticos.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.32, fica evidente a grande influência da variação estocástica da variável L no índice de confiabilidade do estado limite de serviço definido e em menor intensidade, o índice de confiabilidade se mostrou sensível a variações estocásticas no módulo de elasticidade E seguido pelo momento de inércia I dos elementos do pórtico da Figura 5.3. Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se a influência desprezível da aleatoriedade da variável A no índice de confiabilidade do estado limite de serviço definido, sendo que essa variável poderia ser tomada como determinísticas na análise de confiabilidade sem influência na precisão dos resultados do algoritmo FORM.

Analisando os sinais dos índices de sensibilidade, percebe-se que um aumento na média ou no coeficiente de variação da variável aleatória L resultaria num aumento da probabilidade de falha, já um aumento na média ou diminuição do coeficiente de variação das variáveis E e I resultariam numa diminuição da probabilidade de falha em relação ao estado limite de serviço de deslocamento vertical em c do pórtico plano da Figura 5.3.

Analisando os resultados da Tabela 5.33, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática não linear geométrica, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 5 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 4,69$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 1,4 \cdot 10^{-6}$. Já no resultado obtido por Gao (1994), o algoritmo FORM convergiu também em 5 iterações, mas para um índice de confiabilidade de $\beta = 4,77$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 9,2 \cdot 10^{-7}$.

Portanto, para análise não linear geométrica, a probabilidade de falha obtida no presente trabalho pelo algoritmo FORM é maior que a probabilidade de falha obtida por Gao (1994), mas ligeiramente maior que a probabilidade de falha obtida pelo algoritmo FORM com base em análise linear (Tabela 5.32) no presente trabalho. Já Gao (1994) obteve na análise linear uma probabilidade de falha maior do que quando considerada a não linearidade geométrica. No presente trabalho foi constatado o fato da análise não linear geométrica resultar em maior probabilidade de falha do estado limite de serviço definido, pois essa

análise resultou em deslocamentos verticais ligeiramente maiores em c , em relação aos deslocamentos verticais calculados por análise linear.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.33 e comparando-os com aqueles da Tabela 5.32, nota-se que Gao (1994) obteve na análise não linear geométrica uma redução expressiva no índice de sensibilidade da variável aleatória E se comparado com o índice obtido na análise linear. No presente trabalho, houve apenas uma pequena diminuição nos índices de sensibilidade das variáveis E , I , A quando considerada a não linearidade geométrica na análise de confiabilidade do pórtico plano, acompanhado de um ligeiro aumento no índice de sensibilidade da variável L , que continuou sendo a variável cuja variação estocástica tem maior influência no índice de confiabilidade do estado limite de serviço considerado. O pórtico plano analisado se mostrou suficientemente rígido de forma a não ocorrer manifestação considerável do efeito da não linearidade geométrica diante do estado limite em questão.

A seguir foi investigada a segurança estrutural relacionada ao mesmo estado limite de serviço de deslocamento vertical no meio do vão da viga, porém considerando a presença de ligações semirrígidas nos pontos de ligação (b e d) entre a viga e as colunas, como mostra a Figura 5.4. A função de desempenho que define o estado limite de serviço é expressa pela Equação (5.10). Para o cálculo dos deslocamentos verticais na seção c do pórtico utilizou-se análise estática não linear geométrica e o deslocamento vertical limite em c foi fixado em 25,4 milímetros ($v\tilde{a}o/360$). Foram realizadas análises de confiabilidade para cada uma das três curvas momento-rotação mostradas na Figura 5.5, que representam o comportamento não linear de ligações semirrígidas com diferentes rigidezes.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Gao (1994) e no presente trabalho são apresentados nas Tabelas 5.34, 5.35 e 5.36 para as Curvas 1, 2 e 3 respectivamente, de forma que possam ser comparados. Foram consideradas na análise de confiabilidade oito variáveis aleatórias, cuja descrição estatística se encontra nas Tabelas 5.7 e 5.9.

Tabela 5.34 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 1) e carregamento L

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0499	-0,1984	199948,04	199948,04	195938,66	189112,31
A (cm ²)	-0,0010	-0,0033	127,10	127,10	126,90	126,84
I (cm ⁴)	-0,0406	-0,1614	39708,48	39708,48	39167,38	38235,10
L (kN/m)	0,9979	0,9665	16,05	16,05	54,73	51,94
k (kN.m/rad)	-0,0028	-0,0158	1,1298.10 ⁶	1,1298.10 ⁶	1,1277.10 ⁶	1,1177.10 ⁶
k_p (kN.m/rad)	-0,0056	-0,0109	1,1298.10 ⁵	1,1298.10 ⁵	1,1264.10 ⁵	1,1215.10 ⁵
M_0 (kN.m)	-0,0062	-0,0103	508,43	508,43	506,56	504,85
N	-0,0005	-0,0093	0,50	0,50	0,4995	0,4989
Função de desempenho	-	-	0,7264	0,7231	-0,0005	-0,0001
Índice de confiabilidade (β)	-	-	10,49	10,42	4,61	4,53
Número da iteração (FORM)	4	5	1	1	4	5

Tabela 5.35 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 2) e carregamento L

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0417	-0,1685	199948,04	199948,04	196824,02	191469,53
A (cm ²)	-0,0008	-0,0025	127,10	127,10	126,90	126,87
I (cm ⁴)	-0,0340	-0,1372	39708,48	39708,48	39285,59	38556,89
L (kN/m)	0,9977	0,9733	16,05	16,05	49,67	46,68
k (kN.m/rad)	-0,0135	-0,0672	1,4688.10 ⁵	1,4688.10 ⁵	1,4557.10 ⁵	1,4080.10 ⁵
k_p (kN.m/rad)	-0,0033	-0,0073	1,1298.10 ⁴	1,1298.10 ⁴	1,1278.10 ⁴	1,1248.10 ⁴
M_0 (kN.m)	-0,0337	-0,0261	451,94	451,94	443,41	444,66
N	0,0201	-0,0147	1,00	1,00	1,0032	0,9970
Função de desempenho	-	-	0,6908	0,6886	0,0045	-0,0001
Índice de confiabilidade (β)	-	-	8,86	8,95	4,16	4,11
Número da iteração (FORM)	4	5	1	1	4	5

Tabela 5.36 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em c , análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curva 3) e carregamento L

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,0374	-0,1509	199948,04	199948,04	197958,55	193179,66
A (cm ²)	-0,0006	-0,0021	127,10	127,10	126,90	126,89
I (cm ⁴)	-0,0305	-0,1225	39708,48	39708,48	39437,93	38792,24
L (kN/m)	0,9936	0,9748	16,05	16,05	42,10	40,64
k (kN.m/rad)	-0,0200	-0,1045	5,6492.10 ⁴	5,6492.10 ⁴	5,5873.10 ⁴	5,3298.10 ⁴
k_p (kN.m/rad)	-0,0002	-0,0006	1,1298.10 ³	1,1298.10 ³	1,1298.10 ³	1,1295.10 ³
M_0 (kN.m)	-0,0575	-0,0303	338,95	338,95	328,24	333,40
N	0,0815	-0,0128	1,50	1,50	1,5224	1,4965
Função de desempenho	-	-	0,6392	0,6380	0,0014	0,0001
Índice de confiabilidade (β)	-	-	7,10	7,19	3,66	3,61
Número da iteração (FORM)	4	5	1	1	4	5

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados nas Tabelas 5.34, 5.35 e 5.36, observa-se nos resultados de Gao (1994) e no presente trabalho, a elevada influência da aleatoriedade da variável L no índice de confiabilidade do estado limite de deslocamento vertical em c na viga do pórtico plano da Figura 5.4. Nota-se também, analisando os índices de sensibilidade obtidos no presente trabalho, a influência considerável da aleatoriedade das variáveis E e I no índice de confiabilidade do problema. Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade, observa-se no presente trabalho a pequena influência das variáveis aleatórias A , k_p , M_0 e N no índice de confiabilidade do estado limite de deslocamento vertical em serviço, e poderiam ser tomadas como determinísticas na análise de confiabilidade.

A Tabela 5.37 resume os índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de serviço de deslocamento vertical em c do pórtico plano da Figura 5.4, considerando as ligações entre a viga e as colunas como rígidas (Tabela 5.33) ou parcialmente restringidas (Tabelas 5.34, 5.35 e 5.36) e com base em análise não linear geométrica.

Observa-se na Tabela 5.37 que a consideração das ligações semirrígidas altera de forma significativa o índice de confiabilidade do estado limite de serviço considerado na

análise de confiabilidade. Analisando os índices $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ e β_3 nota-se que com o decréscimo da rigidez das ligações houve um aumento na probabilidade de falha devido à redução da rigidez global do pórtico resultando em maiores deslocamentos verticais em c .

Comparando os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho com os índices obtidos por Gao (1994), nota-se na Tabela 5.37 boa concordância entre os valores, embora no presente trabalho os índices de confiabilidade obtidos resultaram em uma probabilidade de falha ligeiramente maior em relação aos índices obtidos por Gao (1994) para o mesmo estado limite de serviço de deslocamento vertical em c , fixado o limite de 25,4 milímetros ($v_{\text{vão}}/360$) para esse deslocamento vertical.

Tabela 5.37 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de deslocamento vertical em c

Estado limite de deslocamento vertical em c com base em análise não linear geométrica	Tipo de ligação entre a viga e as colunas do pórtico							
	Rígida (β_0)		Curva 1 (β_1)		Curva 2 (β_2)		Curva 3 (β_3)	
	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho	Gao (1994)	Presente trabalho
Índice de Confiabilidade (β)	4,77	4,69	4,61	4,53	4,16	4,11	3,66	3,61

Resumo e análise dos índices de confiabilidade obtidos para os estados limites últimos e de serviço

Para propósito de comparação, os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho pelo algoritmo FORM para os estados limites últimos e para estados limites de serviço em vários locais do pórtico plano de um andar foram resumidos em duas tabelas. Na Tabela 5.38 são resumidos os índices de confiabilidade obtidos para o pórtico da Figura 5.3, onde a análise de confiabilidade foi realizada mediante análise linear e não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas entre os elementos. Na Tabela 5.39 são resumidos os índices de confiabilidade obtidos para o pórtico da Figura 5.4, onde a análise de confiabilidade foi realizada mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas cujo comportamento momento-rotação foi representado para cada uma das três curvas apresentadas na Figura 5.5.

Tabela 5.38 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo FORM para o pórtico com ligações rígidas

Estado limite	Localização	Carregamento	Análise Linear (β)	Análise não linear geométrica (β)
Resistência	Viga em d	$D+L$	3,04	3,02
	Coluna em d	$D+L$	2,78	2,76
Serviço	Deslocamento lateral em b	$D+L+W$	5,08	5,01
	Deflexão vertical em c	L	4,72	4,69

Tabela 5.39 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo FORM para o pórtico com ligações semirrígidas entre a viga e as colunas

Estado limite	Localização	Carregamento	Curva 1 (β_1)	Curva 2 (β_2)	Curva 3 (β_3)
Resistência	Viga em d ou c^*	$D+L$	3,23	3,91	2,10*
	Coluna em d	$D+L$	2,98	3,62	4,62
Serviço	Deslocamento lateral em b	$D+L+W$	4,92	4,65	4,32
	Deflexão vertical em c	L	4,53	4,11	3,61

Analisando os índices de confiabilidade da Tabela 5.38 observa-se que o comportamento linear e não linear geométrico do pórtico plano de um andar analisado neste exemplo pouco se diferem. Os índices de confiabilidade obtidos com as análises linear e não linear geométrica são muito similares, embora os índices de confiabilidade da análise não linear indiquem uma probabilidade de falha ligeiramente maior para todos os estados limites analisados, pois a análise não linear resultou em maiores esforços internos e maiores deslocamentos nodais calculados para o pórtico.

É interessante notar na Tabela 5.38 que os índices de confiabilidade correspondentes aos estados limites de serviço são muito maiores do que aqueles relacionados aos estados limites últimos de resistência, o que indica que os estados limites últimos são os estados limites governantes, ou seja, é esperado que a estrutura falhe primeiramente por critério relacionado à resistência do que por critério relacionado a deslocamentos excessivos no

pórtico plano. O pórtico plano de um andar analisado é suficientemente rígido para não desenvolver um problema de deslocamentos excessivos em serviço.

Analisando a Tabela 5.39 observa-se que com a consideração das ligações semirrígidas, os índices de confiabilidade obtidos para os estados limites últimos e de serviço se alteram de forma significativa. Para os estados limites últimos de resistência, com a ocorrência da redistribuição de momentos devido a presença das ligações semirrígidas, era esperado que o momento na seção *d* diminuísse e o momento na seção *c* aumentasse, à medida que a rigidez das ligações fosse reduzida. O momento fletor máximo (momento de projeto) para a viga acaba sendo deslocado da seção *d* para a seção *c* quando a rigidez das ligações for baixa, como no caso do comportamento momento-rotação da Curva 3.

É interessante notar que na análise de confiabilidade do pórtico com ligações rígidas (Tabela 5.38), o estado limite com maior probabilidade de falha era aquele relacionado à falha da coluna por critério de resistência, mas à medida que a rigidez das ligações diminui, por exemplo quando se passou de um comportamento momento-rotação bastante rígido (Curva 1) para um comportamento bastante flexível (Curva 3), os índices de confiabilidade aumentaram para a coluna e diminuíram para a viga, tornando a viga mais propensa a falha do que as colunas no caso da Curva 3, sendo agora o estado limite de resistência da viga o estado limite governante (estado limite crítico) do pórtico, ou seja, o estado limite com maior probabilidade de falha.

Assim, para o pórtico considerado, a menor rigidez das ligações entre a viga e as colunas como no caso da Curva 3 teve um efeito benéfico para as colunas e um efeito prejudicial para a viga, o que pode levar à necessidade de redimensionamento do pórtico devido às mudanças significativas que ocorreram nos esforços de projeto (esforços máximos solicitantes) atuantes nos elementos do pórtico.

Os índices de confiabilidade relacionados aos estados limites de serviço diminuíram a medida que a rigidez das ligações foi sendo reduzida, o que era esperado, uma vez que a presença das ligações semirrígidas reduziu a rigidez global do pórtico analisado, e para o caso da Curva 3, o estado limite relacionado à deflexão vertical no meio do vão da viga passou a ter maior probabilidade de falha do que o estado limite de resistência da coluna. Portanto, se a flexibilidade nas ligações for significativa como no caso da Curva 3, critérios de segurança relacionados a estados limites de serviço tornam-se tão importantes quanto critérios relacionados a estados limites de resistência última.

E) estado limite de resistência local em d da coluna de do pórtico com variáveis aleatórias correlacionadas

Haldar e Mahadevan (1991) investigaram a segurança estrutural em d da coluna de do pórtico plano apresentado na Figura 5.3, com relação ao estado limite de resistência local do elemento de coluna flexo-comprimido. A geometria, os carregamentos atuantes, as condições de apoio do pórtico plano de um andar foram mostrados na Figura 5.3. Todos os elementos do pórtico são feitos do mesmo material e possuem a mesma seção transversal. É assumido que os elementos do pórtico possuem contenções laterais adequadas, de modo que a capacidade do momento fletor final do elemento de coluna seja igual ao seu momento plástico definido pela Equação (5.5).

Foram consideradas na análise de confiabilidade sete variáveis aleatórias: o carregamento permanente distribuído (D); o carregamento acidental distribuído (L); a área (A), o momento de inércia (I) e o módulo plástico (Z_x) da seção transversal dos elementos do pórtico; o módulo de elasticidade (E) e a tensão de escoamento (F_y) do material que constitui todos os elementos do pórtico da Figura 5.3. A Tabela 5.7 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Para uma análise de confiabilidade precisa, é importante conhecer as correlações existentes entre as variáveis aleatórias da estrutura, mas essa informação em geral não está disponível na literatura. Neste exemplo, as correlações entre as variáveis foram assumidas por Haldar e Mahadevan (1991) com base na experiência dos autores, já que parece razoável assumir uma correlação positiva entre as variáveis que descrevem as propriedades seccionais de um elemento, tais como área, momento de inércia e módulo plástico da seção. Segundo Haldar e Mahadevan (1991), a inclusão dessas informações de correlações estatísticas entre as variáveis aleatórias aumenta a precisão da estimativa de confiabilidade de estruturas reais.

Com o objetivo de investigar o efeito da existência de variáveis correlacionadas na confiabilidade da coluna do portico na seção d , foram assumidos coeficientes de correlação entre as variáveis aleatórias que caracterizam propriedades da seção transversal: área (A), momento de inércia (I) e o módulo plástico (Z_x) de todos os elementos do pórtico. Inicialmente foi feita a análise de confiabilidade sem a existência de correlações de modo que: $\rho_{A,I} = \rho_{A,Z_x} = \rho_{I,Z_x} = 0$. Posteriormente, foram feitas análises de confiabilidade para os coeficientes valendo 0,5 e também 0,9 de modo que: $\rho_{A,I} = \rho_{A,Z_x} = \rho_{I,Z_x} = 0,5$ e $\rho_{A,I} = \rho_{A,Z_x} = \rho_{I,Z_x} = 0,9$.

Na análise de confiabilidade estrutural da coluna *de* na seção *d*, foi considerado o estado limite de resistência local, cuja função de desempenho, segundo Haldar e Mahadevan (1991), pode ser expressa por:

$$G(U) = 1 - \frac{P_u}{A \cdot F_y} - \frac{M_{ux}}{1,18 \cdot Z_x \cdot F_y} \quad (5.12)$$

Sendo P_u a força axial solicitante de tração ou de compressão, a que for aplicável; M_{ux} o momento fletor solicitante em relação ao eixo de maior inércia da seção transversal; A a área da seção transversal do elemento de pórtico; F_y a tensão de escoamento do material do elemento de pórtico; e Z_x o módulo de resistência plástico em relação ao eixo de maior inércia da seção transversal.

Para o cálculo dos esforços internos na seção *d* da coluna utilizou-se análise não linear geométrica, considerando como rígidas as ligações entre a viga e as colunas do pórtico. Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos no presente trabalho, considerando a existência de variáveis correlacionadas, são apresentados na Tabela 5.40.

Tabela 5.40 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de resistência local na seção *d* da coluna, análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas e variáveis correlacionadas

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Sem correlações	$\rho = 0,5$	$\rho = 0,9$	Sem correlações	$\rho = 0,5$	$\rho = 0,9$	Sem correlações	$\rho = 0,5$	$\rho = 0,9$
D (kN/m)	0,4203	0,4183	0,4180	45,97	45,97	45,97	52,60	52,51	52,47
L (kN/m)	0,5964	0,5922	0,5869	16,05	16,05	16,05	25,94	25,77	25,57
A (cm ²)	-0,0417	-0,1042	-0,1559	127,10	127,10	127,10	126,06	123,24	121,08
I (cm ⁴)	-0,0010	-0,0753	-0,1433	39708,48	39708,48	39708,48	39652,43	38631,60	37851,99
Z_x (cm ³)	-0,2713	-0,2637	-0,2237	2130,32	2130,32	2130,32	2033,72	2027,66	2022,65
E (MPa)	-0,0003	-0,0003	-0,0003	199948,04	199948,04	199948,04	199576,53	199576,41	199576,32
F_y (MPa)	-0,6263	-0,6231	-0,6212	260,62	260,62	260,62	210,60	211,11	211,44
Função de desempenho	-	-	-	0,3877	0,3877	0,3877	0,0000	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	4,412	4,380	4,350	3,331	3,311	3,296
Número da iteração (FORM)	6	6	6	1	1	1	6	6	6

A Tabela 5.41 resume os índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de resistência local em *d* da coluna *de*, com base em análise não linear geométrica do pórtico plano da Figura 5.3, considerando a existência variáveis correlacionadas.

Observa-se na Tabela 5.41 que não há efeito apreciável das correlações entre as propriedades seccionais no índice de confiabilidade do estado limite de resistência local analisado, o que era esperado, já que as variáveis aleatórias A , I e Z_x possuem coeficientes de variação pequenos, enquanto que as maiores variações estocásticas estão nas variáveis de carregamento. Além disso, a Tabela 5.41 nos mostra que a medida que os coeficientes de correlação aumentam, a probabilidade de falha do estado limite analisado também aumenta ligeiramente.

Comparando os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho com os índices obtidos por Haldar e Mahadevan (1991), nota-se na Tabela 5.41 boa concordância entre os valores, embora no presente trabalho os índices de confiabilidade obtidos resultaram em uma probabilidade de falha ligeiramente menor em relação aos índices obtidos pelos outros autores para o mesmo estado limite de resistência local na seção d da coluna do pórtico plano da Figura 5.3.

Tabela 5.41 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de resistência local na seção d da coluna do pórtico plano com variáveis correlacionadas

Estado limite de resistência local na seção d da coluna de com base em análise não linear geométrica	Coeficientes de correlações entre as variáveis aleatórias:					
	$\rho = 0$		$\rho = 0,5$		$\rho = 0,9$	
	Haldar e Mahadevan (1991)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (1991)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (1991)	Presente trabalho
Índice de Confiabilidade (β)	3,327	3,331	3,310	3,311	3,293	3,296

5.3.3 Exemplo 3: pórtico plano de dois andares com rigidez lateral insuficiente

Neste exemplo será investigada a segurança estrutural relacionada a estados limites de resistência e estados limites de serviço do pórtico plano de dois andares mostrado na Figura 5.6. A geometria, o carregamento atuante e as condições de apoio são mostradas na Figura 5.6. O pórtico é composto por perfis W 12×58 (equivalente ao perfil W 310×86) para todas as colunas e perfis W 18×60 (equivalente ao perfil W 460×89) para todas as vigas. Todos os perfis metálicos são feitos do mesmo material: aço estrutural A36.

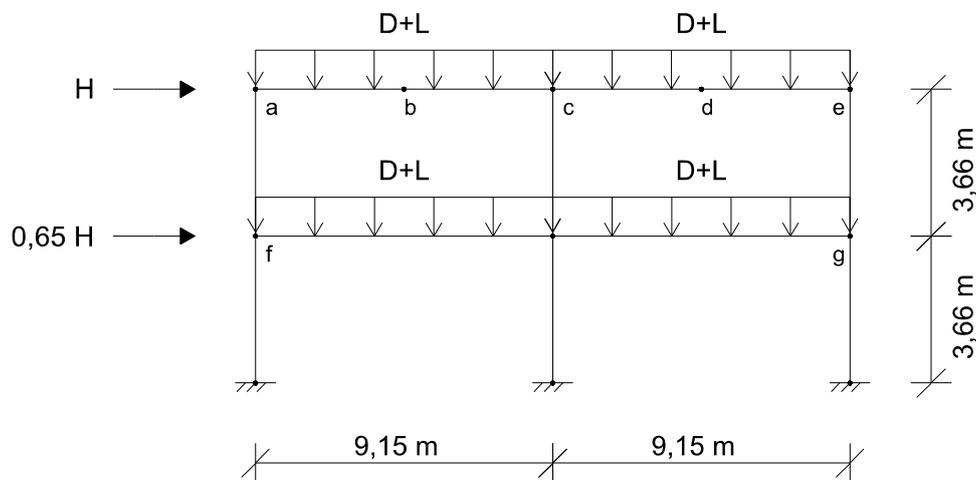


Figura 5.6 - Geometria, carregamentos e seções do pórtico plano do Exemplo 3

As vigas do pórtico estão sujeitas a cargas gravitacionais uniformemente distribuídas: carregamento permanente (D) e carregamento acidental (L). Os nós de topo das colunas nas seções a e f da Figura 5.6 estão sujeitos a cargas concentradas horizontais. Os carregamentos, as propriedades das seções transversais das vigas e das colunas e as propriedades do material serão consideradas como variáveis aleatórias do problema de confiabilidade. A Tabela 5.42 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias básicas envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Tabela 5.42 - Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Lee e Haldar (2003)

Variável	Unidade	Média	Coefficiente de variação	Tipo de Distribuição
E	MPa	200000,00	0,06	Lognormal
A^{viga}	cm^2	113,60	0,05	Lognormal
I^{viga}	cm^4	40957,00	0,05	Lognormal
Z_x^{viga}	cm^3	2015,00	0,05	Lognormal
A^{coluna}	cm^2	109,70	0,05	Lognormal
I^{coluna}	cm^4	19770,00	0,05	Lognormal
Z_x^{coluna}	cm^3	1415,80	0,05	Lognormal
F_y	MPa	260,62	0,10	Lognormal
D	kN/m	29,20	0,10	Lognormal
L	kN/m	17,52	0,25	Ext. Tipo I
H	kN	97,91	0,37	Ext. Tipo I

Na análise de confiabilidade estrutural do pórtico plano serão considerados estados limites de serviço e de resistência última. Para o estado limite de resistência, será avaliada a confiabilidade da seção c da viga ce e a confiabilidade da seção e da coluna eg . Foi adotado como comprimento efetivo de flambagem (KL) o próprio comprimento destravado da viga ce (9,15 metros) e da coluna eg (3,66 metros). As funções de desempenho que definem o problema de confiabilidade para o estado limite último de resistência são expressas pelas Equações (5.1) e (5.2). Para o estado limite de serviço, será avaliada a confiabilidade do deslocamento horizontal em a limitado em 18,3 milímetros ($altura/400$) e a confiabilidade do deslocamento vertical em d limitado em 25,4 milímetros ($v\tilde{a}o/360$). A função de desempenho que define o problema de confiabilidade para o estado limite de serviço é expressa pela Equação (5.10). Para o cálculo dos deslocamentos em a e d e dos esforços internos na seção c e na seção e , utilizou-se análise linear e também análise não linear geométrica, considerando como rígidas as ligações entre as vigas e as colunas do pórtico plano da Figura 5.6.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos no presente trabalho são mostrados nas Tabelas 5.43, 5.44, 5.45 e 5.46, considerando o comportamento linear e não linear geométrico do pórtico. Para fins de comparação, os índices de confiabilidade obtidos por Lee e Haldar (2003) e no presente trabalho pelo algoritmo FORM correspondentes aos estados limites de serviço e de resistência em vários locais do pórtico plano da Figura 5.6 estão resumidos na Tabela 5.47.

Tabela 5.43 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal em a , análise linear e não linear geométrica do pórtico plano e carregamento $D + L + H$

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Análise linear	Análise não-linear geométrica	Análise linear	Análise não-linear geométrica	Análise linear	Análise não-linear geométrica
E (MPa)	-0,1698	-0,1747	200000,00	200000,00	199376,92	199527,19
A^{viga} (cm^2)	-0,0047	-0,0047	113,60	113,60	113,45	113,46
I^{viga} (cm^4)	-0,0578	-0,0597	40957,00	40957,00	40890,54	40899,36
A^{coluna} (cm^2)	-0,0003	-0,0003	109,70	109,70	109,56	109,56
I^{coluna} (cm^4)	-0,0787	-0,0809	19770,00	19770,00	19735,24	19740,99
D (kN/m)	0,0038	0,0091	29,20	29,20	29,06	29,06
L (kN/m)	0,0052	0,0123	17,52	17,52	16,80	16,80
H (kN)	0,9806	0,9794	97,91	97,91	96,20	93,71
Função de desempenho	-	-	-0,0129	-0,0410	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	0,130	0,056	0,130	0,054
Número da iteração (FORM)	3	3	1	1	3	3

Tabela 5.44 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical em d , análise linear e não linear geométrica do pórtico plano e carregamento L

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Análise linear	Análise não-linear geométrica	Análise linear	Análise não-linear geométrica	Análise linear	Análise não-linear geométrica
E (MPa)	-0,2178	-0,2175	200000,00	200000,00	186781,81	186847,49
A^{viga} (cm^2)	-0,0016	-0,0015	113,60	113,60	113,41	113,41
I^{viga} (cm^4)	-0,1353	-0,1356	40957,00	40957,00	39519,22	39521,46
A^{coluna} (cm^2)	-0,0189	-0,0187	109,70	109,70	109,04	109,04
I^{coluna} (cm^4)	-0,0257	-0,0254	19770,00	19770,00	19616,65	19618,66
L (kN/m)	0,9660	0,9661	17,52	17,52	65,70	65,37
Função de desempenho	-	-	0,7579	0,7576	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	12,712	12,679	5,100	5,080
Número da iteração (FORM)	5	5	1	1	5	5

Tabela 5.45 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da viga *ce* na seção *c*, análise linear e não linear geométrica do pórtico plano e carregamento *D + L + H*

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Análise linear	Análise não-linear geométrica	Análise linear	Análise não-linear geométrica	Análise linear	Análise não-linear geométrica
<i>E</i> (MPa)	-0,0011	-0,0016	200000,00	200000,00	199610,90	199596,00
<i>A</i> ^{viga} (cm ²)	-0,0086	-0,0085	113,60	113,60	113,35	113,35
<i>I</i> ^{viga} (cm ⁴)	0,0222	0,0215	40957,00	40957,00	41011,41	41007,58
<i>Z</i> _x ^{viga} (cm ³)	-0,2554	-0,2551	2015,00	2015,00	1953,76	1954,07
<i>A</i> ^{coluna} (cm ²)	0,0042	0,0042	109,70	109,70	109,62	109,62
<i>I</i> ^{coluna} (cm ⁴)	-0,0258	-0,0255	19770,00	19770,00	19686,28	19687,17
<i>F</i> _y (MPa)	-0,5240	-0,5232	260,62	260,62	229,70	229,86
<i>D</i> (kN/m)	0,3098	0,3105	29,20	29,20	31,22	31,21
<i>L</i> (kN/m)	0,7344	0,7343	17,52	17,52	26,13	26,07
<i>H</i> (kN)	-0,1536	-0,1560	97,91	97,91	81,06	80,94
Função de desempenho	-	-	0,3307	0,3301	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	2,925	2,911	2,321	2,311
Número da iteração (FORM)	6	6	1	1	6	6

Tabela 5.46 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite último da coluna *eg* na seção *e*, análise linear e não linear geométrica do pórtico plano e carregamento *D + L + H*

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Análise linear	Análise não-linear geométrica	Análise linear	Análise não-linear geométrica	Análise linear	Análise não-linear geométrica
<i>E</i> (MPa)	-0,0006	-0,0030	200000,00	200000,00	199625,91	199568,39
<i>A</i> ^{viga} (cm ²)	0,0049	0,0049	113,60	113,60	113,52	113,52
<i>I</i> ^{viga} (cm ⁴)	-0,0755	-0,0761	40957,00	40957,00	40584,73	40588,29
<i>A</i> ^{coluna} (cm ²)	-0,0181	-0,0178	109,70	109,70	109,36	109,36
<i>I</i> ^{coluna} (cm ⁴)	0,0746	0,0732	19770,00	19770,00	19899,77	19894,03
<i>Z</i> _x ^{coluna} (cm ³)	-0,2785	-0,2772	1415,80	1415,80	1373,52	1374,44
<i>F</i> _y (MPa)	-0,5828	-0,5800	260,62	260,62	229,67	230,32
<i>D</i> (kN/m)	0,2571	0,2570	29,20	29,20	30,65	30,62
<i>L</i> (kN/m)	0,4778	0,4732	17,52	17,52	21,53	21,38
<i>H</i> (kN)	0,5261	0,5341	97,91	97,91	135,95	135,75
Função de desempenho	-	-	0,2741	0,2704	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	2,499	2,446	2,089	2,050
Número da iteração (FORM)	5	5	1	1	5	5

Tabela 5.47 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo FORM

Estado limite	Localização	Carregamento	Análise Linear (β)	Análise não linear geométrica (β)	
			Presente trabalho	Presente trabalho	Lee e Haldar (2003)
Resistência	Viga em c	$D+L+H$	2,321	2,311	2,659
	Coluna em e	$D+L+H$	2,089	2,050	2,231
Serviço	Deslocamento lateral em a	$D+L+H$	0,130	0,054	0,060
	Deflexão vertical em d	L	5,100	5,080	5,341

Analisando os índices de confiabilidade da Tabela 5.47, observa-se que o comportamento linear e não linear geométrico do pórtico plano de dois andares pouco se diferem no presente trabalho. Os índices de confiabilidade obtidos com as análises linear e não linear são muito similares, embora os índices obtidos no presente trabalho para a análise não linear geométrica indiquem uma probabilidade de falha ligeiramente maior para todos os estados limites analisados, pois a análise não linear resultou em maiores esforços internos e maiores deslocamentos nodais calculados para o pórtico.

É interessante notar na Tabela 5.47 que o índice de confiabilidade correspondente ao estado limite de serviço de deslocamento horizontal em a é o estado limite governante (estado limite crítico), ou seja, é esperado que a estrutura falhe primeiramente devido a um problema de deslocamento horizontal excessivo em serviço, já que o pórtico apresentou uma elevada probabilidade de falha para esse deslocamento lateral analisado.

Segundo Lee e Haldar (2003), o principal inconveniente de pórticos metálicos planos é a sua incapacidade de transferir cargas horizontais (por exemplo, vento, terremoto e ondas do mar) de forma eficaz, pois são relativamente flexíveis, e necessitam de contraventamentos de forma a aumentar sua rigidez lateral. Para este exemplo, os índices de confiabilidade obtidos para os estados limites de resistência nas seções da viga e da coluna e também o índice obtido para o estado limite de deflexão vertical no meio do vão da viga são aceitáveis. O pórtico sem reforço na direção horizontal é inaceitável, e neste caso, o estado limite de deslocamento horizontal em serviço é, portanto, o estado limite de controle.

5.3.4 Exemplo 4: pórtico plano de dois andares assimétrico com ligações semirrígidas

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural relacionada ao estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico plano assimétrico apresentado na Figura 5.7. A geometria, as cargas atuantes, as condições de apoio, a discretização do pórtico em elementos finitos e a localização das seis ligações semirrígidas entre as vigas e as colunas são mostrados na Figura 5.7. O pórtico é composto por 11 pontos nodais, sendo que os nós 9, 10 e 11 estão engastados. Todos os elementos do pórtico são feitos do mesmo material e foram adotadas duas seções transversais diferentes, um tipo de seção associada a todas as vigas e outro tipo de seção associada a todas as colunas do pórtico.

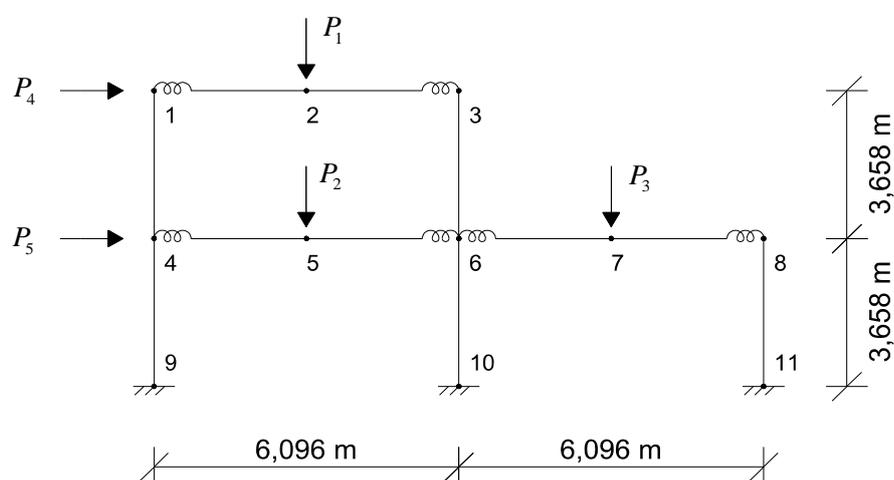


Figura 5.7 - Geometria, cargas nodais e ligações semirrígidas do pórtico plano do Exemplo 4

O deslocamento lateral máximo permitido para o nó 1 do pórtico foi limitado em 25,4 milímetros, configurando o estado limite de serviço considerado na análise de confiabilidade. A função de desempenho que define o problema de confiabilidade foi expressa pela Equação (5.10). Para o cálculo dos deslocamentos horizontais do nó 1 utilizou-se análise não linear geométrica, considerando inicialmente como rígidas as ligações entre as vigas e colunas do pórtico e posteriormente considerando como semirrígidas, com comportamento momento-rotação representado pelas três curvas mostradas na Figura 5.5, que representam o comportamento não linear de ligações com diferentes rigidezes.

Na análise de confiabilidade estrutural do pórtico com ligações rígidas foram consideradas na análise de confiabilidade dez variáveis aleatórias: o módulo de elasticidade do material de todos elementos; a área e o momento de inércia da seção transversal das vigas;

a área e o momento de inércia da seção transversal das colunas; três cargas verticais representando carregamentos permanentes; e duas cargas horizontais representando carregamentos provenientes da ação do vento. A Tabela 5.48 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

Na análise de confiabilidade estrutural do pórtico com ligações semirrígidas, além das dez variáveis aleatórias citadas anteriormente, foram consideradas mais quatro variáveis aleatórias que representam os quatro parâmetros do modelo matemático de potências de Richard e Abbott (1975) utilizado para representar o comportamento momento-rotação não linear das ligações semirrígidas. A Tabela 5.9 fornece a descrição estatística dessas quatro variáveis aleatórias que representam as propriedades das ligações para cada uma das três curvas momento-rotação consideradas neste exemplo.

Tabela 5.48 - Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Haldar e Mahadevan (2000b)

Descrição	Variável	Unidade	Média	Coefficiente de variação	Tipo de Distribuição
propriedades do material e das seções transversais	E	MPa	199948,04	0,06	Lognormal
	A_{viga}	cm ²	76,13	0,05	Lognormal
	I_{viga}	cm ⁴	21519,16	0,05	Lognormal
	A_{coluna}	cm ²	114,19	0,05	Lognormal
	I_{coluna}	cm ⁴	14318,36	0,05	Lognormal
cargas permanentes	P_1	kN	44,48	0,10	Lognormal
	P_2	kN	88,96	0,10	Lognormal
	P_3	kN	88,96	0,10	Lognormal
cargas devido ao vento	P_4	kN	44,48	0,37	Ext. Tipo I
	P_5	kN	22,24	0,37	Ext. Tipo I

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos por Haldar e Mahadevan (2000b), Agostini (2014) e no presente trabalho com base em análise não linear geométrica do pórtico e considerando as ligações como rígidas, são apresentados na Tabela 5.49 de forma que possam ser comparados.

Tabela 5.49 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal do nó 1, mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações rígidas

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial		Ponto final		
	Agostini (2014)	Haldar e Mahadevan (2000b)	Presente trabalho	Agostini (2014)	Presente trabalho	Agostini (2014)	Haldar e Mahadevan (2000b)	Presente trabalho
E (MPa)	-0,1836	-0,0041	-0,1837	199948,04	199948,04	194731,43	199477,13	194725,10
A_{viga} (cm ²)	-0,0016	0,0000	-0,0016	76,13	76,13	76,02	76,03	76,02
I_{viga} (cm ⁴)	-0,0654	-0,0015	-0,0654	21519,16	21519,16	21335,48	21488,74	21335,46
A_{coluna} (cm ²)	-0,0009	0,0000	-0,0009	114,19	114,19	114,04	114,05	114,04
I_{coluna} (cm ⁴)	-0,0852	-0,0852	-0,0852	14318,36	14318,36	14164,74	14162,82	14164,73
P_1 (kN)	-0,0009	-0,0010	-0,0009	44,48	44,48	44,25	44,25	44,25
P_2 (kN)	0,0085	0,0083	0,0085	88,96	88,96	88,69	88,69	88,69
P_3 (kN)	0,0042	0,0041	0,0042	88,96	88,96	88,60	88,60	88,60
P_4 (kN)	0,9735	0,9929	0,9735	44,48	44,48	91,21	93,90	91,22
P_5 (kN)	0,0833	0,0823	0,0833	22,24	22,24	22,31	22,33	22,31
Função de desempenho	-	-	-	0,4743	0,4743	0,0000	-	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	3,26	3,26	2,240	2,274	2,240
Número da iteração (FORM)	4	-	4	1	1	4	-	4

Analisando os resultados da Tabela 5.49, onde foi realizada análise de confiabilidade com base em análise estática não linear geométrica, no presente trabalho o algoritmo FORM convergiu em 4 iterações para um índice de confiabilidade de $\beta = 2,240$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0125$. Agostini (2014) obteve índice de confiabilidade igual ao obtido no presente trabalho. Já Haldar e Mahadevan (2000b) obtiveram um índice de confiabilidade de $\beta = 2,274$ que corresponde a uma probabilidade de falha de $P_f = 0,0115$. Portanto, para análise não linear geométrica, a probabilidade de falha obtida no presente trabalho pelo algoritmo FORM foi ligeiramente maior que a probabilidade de falha obtida por Haldar e Mahadevan (2000b), mas são probabilidades praticamente iguais em termos práticos, indicando boa concordância entre os resultados obtidos por Haldar e Mahadevan (2000b), Agostini (2014) e no presente trabalho.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.49, percebe-se que a variável aleatória P_4 é a variável cuja variação estocástica tem maior influência no índice de confiabilidade do estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico plano, seguida pela variável E (módulo de elasticidade) e em menor intensidade pelas variáveis I_{coluna} (momento de inércia das colunas), P_5 e I_{viga} (momento de inércia das vigas).

Também com base na magnitude dos índices de sensibilidade da Tabela 5.49, observa-se no presente trabalho a pequena influência das variáveis aleatórias A_{viga} , A_{coluna} e cargas verticais P_1 , P_2 e P_3 no índice de confiabilidade do estado limite considerado, e poderiam ser tomadas como determinísticas na análise de confiabilidade do estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico plano da Figura 5.7.

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos no presente trabalho com base em análise não linear geométrica do pórtico e considerando as ligações semirrígidas com comportamento representado pelas Curvas 1, 2 e 3 da Figura 5.5 são apresentados na Tabela 5.50 de forma que possam ser comparados.

Tabela 5.50 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento horizontal do nó 1, mediante análise não linear geométrica do pórtico com ligações semirrígidas (Curvas 1, 2 e 3)

Variável	Índice de sensibilidade			Ponto inicial			Ponto final		
	Curva 1	Curva 2	Curva 3	Curva 1	Curva 2	Curva 3	Curva 1	Curva 2	Curva 3
E (MPa)	-0,1779	-0,1615	-0,1456	199948,04	199948,04	199948,04	195081,62	196045,74	197135,90
A_{viga} (cm^2)	-0,0014	-0,0015	-0,0014	76,13	76,13	76,13	76,02	76,02	76,03
I_{viga} (cm^4)	-0,0630	-0,0539	-0,0457	21519,16	21519,16	21519,16	21347,83	21385,46	21422,85
A_{coluna} (cm^2)	-0,0006	-0,0009	-0,0008	114,19	114,19	114,19	114,04	114,04	114,04
I_{coluna} (cm^4)	-0,0831	-0,0785	-0,0738	14318,36	14318,36	14318,36	14173,80	14197,13	14225,99
P_1 (kN)	0,0002	0,0002	0,0001	44,48	44,48	44,48	44,26	44,26	44,26
P_2 (kN)	0,0090	0,0103	0,0097	88,96	88,96	88,96	88,69	88,69	88,64
P_3 (kN)	0,0045	0,0056	0,0071	88,96	88,96	88,96	88,60	88,61	88,61
P_4 (kN)	0,9745	0,9767	0,9744	44,48	44,48	44,48	88,21	79,73	68,34
P_5 (kN)	0,0868	0,0904	0,1060	22,24	22,24	22,24	22,31	22,16	22,03
k (kN.m/rad)	-0,0109	-0,0498	-0,1012	$1,1298 \cdot 10^6$	$1,4688 \cdot 10^5$	$5,6492 \cdot 10^4$	$1,1259 \cdot 10^6$	$1,4485 \cdot 10^5$	$5,5277 \cdot 10^4$
k_p (kN.m/rad)	-0,0040	-0,0018	-0,0004	$1,1298 \cdot 10^5$	$1,1298 \cdot 10^4$	$1,1298 \cdot 10^3$	$1,1283 \cdot 10^5$	$1,1292 \cdot 10^4$	$1,1297 \cdot 10^3$
M_0 (kN.m)	-0,0051	-0,0112	-0,0130	508,43	451,94	338,95	507,60	450,54	338,01
N	-0,0060	-0,0087	-0,0083	0,50	1,00	1,50	0,4997	0,9992	1,4991
Função de desempenho	-	-	-	0,4583	0,4058	0,3186	0,0000	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	-	3,068	2,496	1,756	2,142	1,851	1,417
Número da iteração (FORM)	4	5	5	1	1	1	4	5	5

A Tabela 5.51 resume os índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico plano da Figura 5.7, considerando as ligações entre as vigas e as colunas como rígidas (Tabela 5.49) ou parcialmente restringidas (Tabelas 5.50) e com base em análise não linear geométrica.

Observa-se na Tabela 5.51 que a consideração das ligações semirrígidas altera de forma significativa o índice de confiabilidade do estado limite de serviço considerado na análise de confiabilidade. Analisando os índices β_0 , β_1 , β_2 e β_3 nota-se que com o decréscimo da rigidez das ligações houve um aumento na probabilidade de falha devido à redução da rigidez global do pórtico, resultando em maiores deslocamentos horizontais para o nó 1 do pórtico.

Comparando os índices de confiabilidade obtidos no presente trabalho com os índices obtidos por Haldar e Mahadevan (2000b), nota-se na Tabela 5.51 boa concordância entre os valores, embora no presente trabalho os índices de confiabilidade obtidos resultam em maior probabilidade de falha em relação aos índices obtidos pelos outros autores para o mesmo estado limite de serviço de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico, fixado o limite de 25,4 milímetros para esse deslocamento horizontal.

Tabela 5.51 – Resumo dos índices de confiabilidade obtidos pelo algoritmo FORM para o estado limite de deslocamento horizontal do nó 1 do pórtico plano com ligações semirrígidas

Estado limite de deslocamento horizontal do nó 1 com base em análise não linear geométrica	Tipo de ligação entre as vigas e as colunas do pórtico							
	Rígida (β_0)		Curva 1 (β_1)		Curva 2 (β_2)		Curva 3 (β_3)	
	Haldar e Mahadevan (2000b)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (2000b)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (2000b)	Presente trabalho	Haldar e Mahadevan (2000b)	Presente trabalho
Índice de Confiabilidade (β)	2,274	2,240	2,233	2,142	1,927	1,851	1,483	1,417

5.3.5 Exemplo 5: pórtico plano abatido biengastado de Williams

Neste exemplo foi investigada a segurança estrutural relacionada ao estado limite de serviço de deslocamento vertical do nó 5 do pórtico abatido biengastado de Williams (1964) apresentado na Figura 5.8. A geometria, a carga atuante, as condições de apoio e a discretização do pórtico em elementos finitos são mostrados na Figura 5.8. O pórtico é composto por 9 pontos nodais e 8 elementos finitos, sendo que os nós 1 e 9 estão engastados. Todos os elementos do pórtico são feitos do mesmo material e possuem a mesma seção transversal.

O deslocamento vertical máximo permitido para o nó 5 do pórtico foi limitado em 2,54 milímetros, configurando o estado limite de serviço considerado na análise de confiabilidade. A função de desempenho que define o problema de confiabilidade foi expressa pela Equação (5.10). Para o cálculo dos deslocamentos verticais do nó 5 utilizou-se análise estática linear e não linear geométrica, considerando como rígidas as ligações entre os elementos do pórtico.

Foram consideradas na análise de confiabilidade quatro variáveis aleatórias: o módulo de elasticidade do material (E); a área (A) e o momento de inércia (I) da seção transversal de todos os elementos; e a carga vertical (P) atuante no nó 5. A Tabela 5.52 fornece a descrição estatística das variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade estrutural: médias, coeficientes de variação e tipos de distribuição de probabilidade.

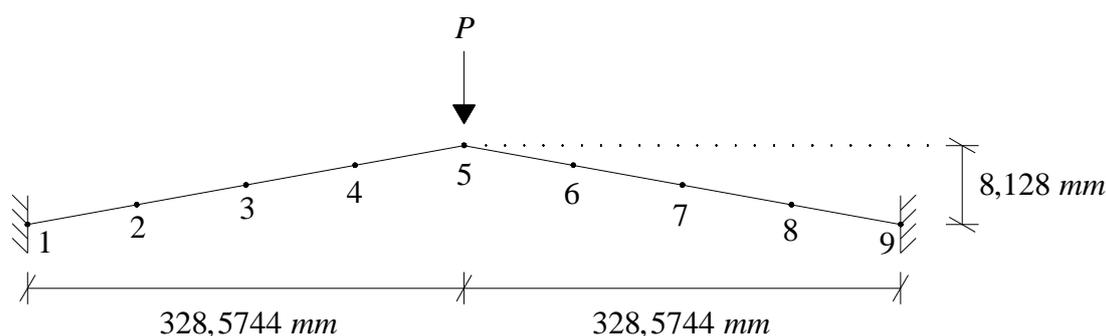


Figura 5.8 - Geometria, carga atuante e discretização do pórtico plano do Exemplo 5

Tabela 5.52 - Propriedades estatísticas das variáveis aleatórias segundo Zhou (1992)

Variável	Unidade	Média	Coefficiente de variação	Tipo de Distribuição
E	MPa	4826,33	0,10	Normal
A	mm^2	1737,42	0,10	Normal
I	mm^4	5512,09	0,10	Normal
P	N	-	0,15	Normal

Utilizando os valores médios das variáveis aleatórias da Tabela 5.52, Haldar e Nee (1989) realizaram a análise não linear geométrica do pórtico de forma determinística e obtiveram o gráfico de carga vertical e deslocamento vertical do nó onde a carga está aplicada. A Figura 5.9 compara os resultados obtidos para o deslocamento vertical através de análise linear e não linear geométrica do pórtico no presente trabalho com os resultados obtidos por Haldar e Nee (1989) para análise não linear, variando a carga P de 0 a 100 N . Os resultados apresentados por Haldar e Nee (1989) mostraram certa concordância com os resultados obtidos no presente trabalho.

É possível observar no gráfico da Figura 5.9 que mesmo quando a carga externa não é elevada, o deslocamento obtido pela análise linear já se difere do deslocamento obtido pela análise não linear geométrica do pórtico, resultando em menores deslocamentos para um mesmo nível de carregamento. Portanto, a Figura 5.9 demonstra o comportamento fortemente não linear do pórtico.

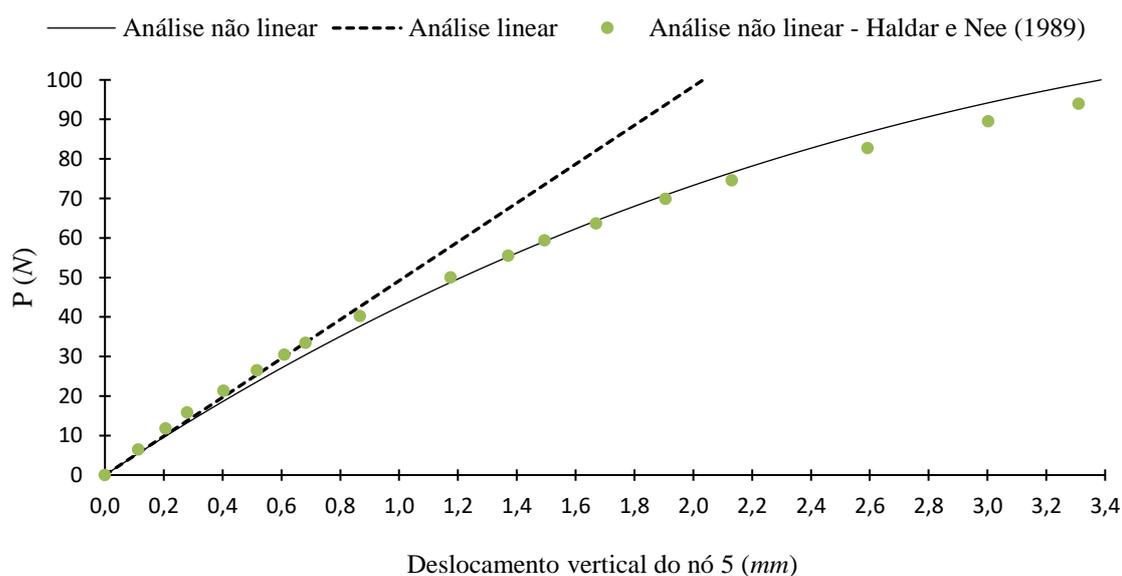


Figura 5.9 – Trajetória de equilíbrio do pórtico plano do Exemplo 5

Os resultados da análise de confiabilidade estrutural obtidos no presente trabalho com base em análise linear e não linear geométrica do pórtico plano são apresentados nas Tabelas 5.53 e 5.54 de forma que possam ser comparados. Na Tabela 5.53 são mostrados os resultados da análise de confiabilidade para a carga vertical P com valor médio de 25 N , e na Tabela 5.54 para P com valor médio de 67 N .

Tabela 5.53 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical do nó 5 e carregamento com valor médio de 25 N

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Linear	Não linear geométrica	Linear	Não linear geométrica	Linear	Não linear geométrica
E (MPa)	-0,9170	-0,8422	4826,33	4826,33	1510,65	2282,88
A (mm^2)	-0,2095	-0,2187	1737,42	1737,42	1464,68	1499,70
I (mm^4)	-0,1207	-0,2469	5512,09	5512,09	5013,76	4660,43
P (N)	0,3172	0,4264	25,00	25,00	33,91	35,01
Função de desempenho	-	-	0,7999	0,7842	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	20,54	17,28	7,49	6,26
Número da iteração (FORM)	13	8	1	1	13	8

Tabela 5.54 – Resultados da análise de confiabilidade: estado limite de deslocamento vertical do nó 5 e carregamento com valor médio de 67 N

Variável	Índice de sensibilidade		Ponto inicial		Ponto final	
	Linear	Não linear geométrica	Linear	Não linear geométrica	Linear	Não linear geométrica
E (MPa)	-0,6729	-0,5859	4826,33	4826,33	3752,45	4440,49
A (mm^2)	-0,3702	-0,2633	1737,42	1737,42	1524,72	1674,99
I (mm^4)	-0,2132	-0,2972	5512,09	5512,09	5123,45	5288,54
P (N)	0,6039	0,7064	67,00	67,00	87,07	76,69
Função de desempenho	-	-	0,4636	0,3135	0,0000	0,0000
Índice de confiabilidade (β)	-	-	4,44	1,75	3,31	1,36
Número da iteração (FORM)	5	5	1	1	5	5

Analisando os resultados da Tabela 5.53 percebe-se pequena diferença entre o valor da função de desempenho avaliada no ponto inicial para as análises linear e não linear geométrica, embora os índices de confiabilidade obtidos no ponto final pelo algoritmo FORM indiquem uma grande diferença entre as probabilidades de falha obtidas para as análises linear e não linear geométrica do pórtico. A probabilidade de falha obtida com base em análise não linear geométrica é cerca de 6 mil vezes maior que a probabilidade obtida por análise linear.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.53, percebe-se que a variável aleatória E é a variável cuja variação estocástica tem maior influência no índice de confiabilidade do estado limite de serviço analisado.

Analisando os resultados da Tabela 5.54, obtidos aumentando-se o valor médio do carregamento (2,68 vezes maior) em relação à análise de confiabilidade feita anteriormente (Tabela 5.53), se percebe grande diferença entre as análises linear e não linear já nos valores da função de desempenho avaliada no ponto inicial e também nos valores dos índices de confiabilidade obtidos no ponto final pelo algoritmo FORM. A probabilidade de falha obtida com base em análise não linear geométrica é cerca de 186 vezes maior que a probabilidade obtida por análise linear.

Analisando a magnitude dos índices de sensibilidade mostrados na Tabela 5.54, percebe-se que na análise de confiabilidade baseada em análise não linear geométrica, a variável aleatória P é a variável cuja variação estocástica tem maior influência no índice de confiabilidade do estado limite de serviço analisado.

A Figura 5.10 mostra a variação do índice de confiabilidade do estado limite de serviço em relação à variação da média da carga vertical P aplicada. As curvas obtidas com base em análise linear e análise não linear geométrica obtidas por Zhou (1992) e no presente trabalho são mostradas na Figura 5.10. Os resultados das análises linear e não linear são consideravelmente diferentes.

As curvas obtidas no presente trabalho mostradas na Figura 5.10 ficaram abaixo das curvas obtidas por Zhou (1992) para as análises linear e não linear geométrica, indicando que no presente trabalho obteve-se sempre maior probabilidade de falha com relação aos resultados obtidos por Zhou (1992) para um mesmo valor médio da carga vertical, embora a distância entre as curvas seja pequena, mostrando boa concordância entre os resultados obtidos entre esse autor e o presente trabalho.

A Figura 5.10 mostra que a distância entre as curvas relativas as análises de confiabilidade com base em análise linear e não linear do pórtico aumenta à medida que o valor médio da carga vertical P aumenta, obtendo-se uma diferença cada vez maior entre os índices de confiabilidade obtidos por análise linear e não linear geométrica.

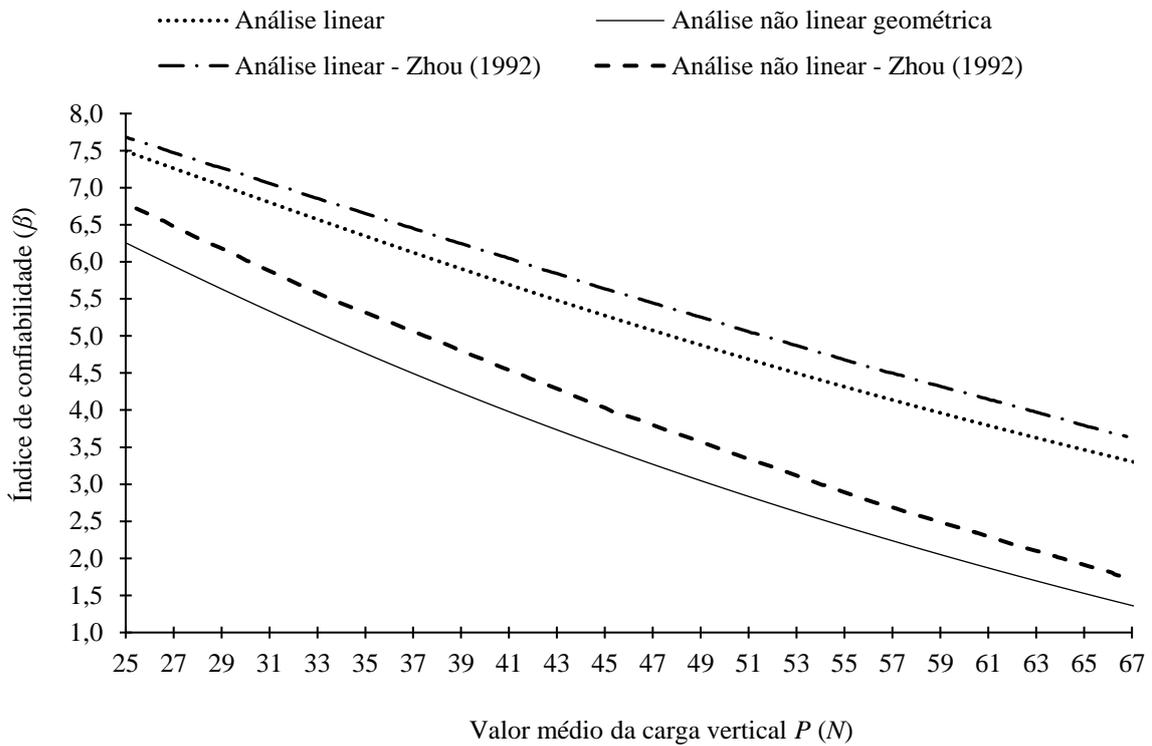


Figura 5.10 – Índice de confiabilidade vs média da carga vertical P

Capítulo 6

Considerações Finais

Existem várias fontes de incertezas na análise estrutural, que devem ser consideradas em uma avaliação adequada da segurança estrutural. O método tradicional de análise estrutural em elementos finitos lida somente com problemas determinísticos, não levando em conta a aleatoriedade das variáveis de projeto. O emprego de métodos para análise de confiabilidade estrutural possibilita avaliar o desempenho estrutural em termos probabilísticos, incorporando as incertezas das variáveis do problema estrutural junto ao Método dos Elementos Finitos (MEF).

No presente trabalho foi desenvolvida em ambiente MATLAB uma ferramenta computacional que realiza a análise de confiabilidade de pórticos metálicos planos via análise estrutural avançada em elementos finitos, considerando os efeitos da não linearidade geométrica e da flexibilidade das ligações. As propriedades do material, as propriedades das seções transversais, os quatro parâmetros das ligações semirrígidas do modelo de Richard e Abbott (1975) e os carregamentos externos atuantes foram considerados como variáveis aleatórias na análise de confiabilidade estrutural.

A ferramenta computacional desenvolvida emprega o método analítico FORM e o método de simulação de Monte Carlo para avaliar a probabilidade de falha de funções de desempenho formuladas para estados limites últimos de resistência e estados limites de deslocamentos em serviço, possibilitando avaliar o nível de segurança de estruturas com comportamento não linear. As respostas estruturais (esforços internos e deslocamentos nodais) dos pórticos planos foram obtidas por análises estruturais avançadas realizadas pelo sistema computacional CS-ASA (Silva, 2009), que foi acoplado à ferramenta computacional desenvolvida.

Vários exemplos numéricos de análises de confiabilidade estrutural de pórticos planos encontrados na literatura foram resolvidos pela ferramenta computacional desenvolvida e os resultados obtidos foram apresentados nos Capítulos 4 e 5. A segurança estrutural foi avaliada para estados limites de resistência e de serviço, mediante análises estáticas lineares e não lineares (geométrica e física das ligações) dos pórticos. Através de análises dos resultados e comparações com os resultados obtidos por outros autores, foi possível validar a implementação computacional realizada no presente trabalho, atestando sua precisão e eficiência na análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos. As conclusões obtidas após a análise dos resultados dos exemplos investigados, bem como algumas sugestões para trabalhos futuros, são descritas nas seções seguintes.

6.1 Conclusões

Com base nos resultados do presente estudo, são feitas várias conclusões e observações importantes listadas a seguir:

- A ferramenta computacional desenvolvida no presente trabalho mostrou-se precisa e eficiente na análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos, especialmente quando são consideradas não linearidades geométricas bem como a não linearidade das ligações semirrígidas;
- Em todas as análises realizadas pelo método analítico FORM houve convergência com um baixo número de iterações e as probabilidades de falha obtidas por esse método mostraram boa concordância com as probabilidades de falha obtidas pelo método de simulação de Monte Carlo também implementado na ferramenta computacional para análise de confiabilidade;
- Os resultados obtidos pelo método FORM no presente trabalho também mostraram boa concordância com os resultados obtidos por outros autores para todos os estados limites de resistência e de serviço analisados;
- Os índices de sensibilidade obtidos nas análises de confiabilidade pelo método FORM forneceram informações valiosas sobre a influência de cada variável aleatória no índice de confiabilidade do estado limite analisado, sendo possível ignorar a aleatoriedade de variáveis de projeto com fatores de importância muito baixos, tratando-as de forma determinística na análise de confiabilidade, sem perda significativa de precisão e obtendo-se redução no tempo de processamento global do algoritmo FORM;

- Observou-se que geralmente as variáveis aleatórias com maiores índices de sensibilidade na análise de confiabilidade são aquelas que representam os carregamentos externos atuantes na estrutura e também as propriedades de resistência do material (tensão de escoamento e módulo de elasticidade) do pórtico;
- A obtenção de índices de confiabilidade para diferentes estados limites e em diferentes seções do pórtico permitiu avaliar qual era o estado limite governante (aquele com maior probabilidade de falha) e caso o nível de segurança da estrutura com respeito a esse estado não seja o desejado, há a necessidade de se redimensionar o pórtico, ou no caso do estado limite governante ser um estado limite de deslocamento lateral, pode ser necessário aumentar a rigidez lateral do pórtico, por meio de contraventamentos ou através do redimensionamento do pórtico, de modo a se obter um adequado nível de segurança;
- A linguagem de programação do MATLAB (MathWorks, 2016) utilizada no desenvolvimento da ferramenta computacional mostrou-se adequada resultando em um código enxuto, de fácil compreensão e edição pelo usuário. A utilização de funções pré-existentes do MATLAB simplificou o código desenvolvido. A fácil edição da equação de estado limite que define a função de desempenho permite ao usuário avaliar diferentes formulações de estados limites últimos e estados limites de serviço. Através do MATLAB foi possível integrar a ferramenta computacional desenvolvida com o sistema computacional CS-ASA (Silva, 2009) e obter um funcionamento acoplado, viabilizando também explorar futuramente outros tipos de análises avançadas presentes no CS-ASA (Silva, 2009);
- A influência da não linearidade geométrica na confiabilidade estrutural depende das propriedades estruturais e dos carregamentos externos. A análise de confiabilidade de pórticos metálicos planos usuais sob cargas moderadas e que foram dimensionados satisfazendo orientações de códigos normativos de projeto estrutural, sugere baixa influência da não linearidade geométrica, resultando em índices de confiabilidade semelhantes para as análises linear e não linear geométrica. Os índices de confiabilidade obtidos através da análise não linear indicam uma probabilidade de falha ligeiramente maior para os estados limites últimos e de serviço analisados, pois a análise não linear geométrica resulta em esforços internos e deslocamentos nodais em geral ligeiramente maiores que aqueles obtidos pela análise linear do pórtico plano;

- Em estruturas fortemente não lineares, como o pórtico abatido de Williams analisado nessa dissertação, a influência da não linearidade geométrica nos índices de confiabilidade é significativa, mesmo quando os carregamentos externos não são elevados. Para essas estruturas, os resultados da análise linear são inaceitáveis, e a confiabilidade deve ser estimada com base em análise não linear geométrica;
- A influência da flexibilidade das ligações entre as vigas e as colunas na confiabilidade estrutural dos pórticos metálicos planos é considerável e, portanto, a presença das ligações semirrígidas deve ser adequadamente considerada na análise e no projeto dos pórticos. Quando as ligações semirrígidas foram consideradas, os índices de confiabilidade obtidos para os estados limites de resistência e de serviço mudaram significativamente;
- A influência das ligações semirrígidas na confiabilidade estrutural depende da função de estado limite analisada. Para o pórtico plano de um andar analisado no Capítulo 5 observou-se que para estados limites de resistência a menor rigidez das ligações tem um efeito benéfico para as colunas e um efeito prejudicial para as vigas, pois devido a presença das ligações semirrígidas ocorre redistribuição de momentos fletores no pórtico plano. Já para os estados limites de serviço, observou-se que a menor rigidez das ligações resulta em menores índices de confiabilidade, uma vez que a presença das ligações semirrígidas reduz a rigidez global da estrutura, fazendo com que critérios de segurança relacionados a estados limites de serviço tornem-se tão importantes quanto critérios relacionados a estados limites de resistência na análise de confiabilidade de pórticos metálicos planos;
- A influência da existência de correlações entre as variáveis aleatórias que representam as propriedades geométricas das seções transversais na confiabilidade estrutural foi investigada, e os resultados obtidos no presente trabalho mostraram que não houve efeito apreciável das correlações entre as propriedades seccionais no índice de confiabilidade do estado limite de resistência analisado, o que não é surpreendente, uma vez que as variáveis correlacionadas possuíam baixos coeficientes de variação. Os resultados obtidos no presente trabalho também mostraram que a medida que os coeficientes de correlação aumentam, a probabilidade de falha do estado limite analisado também aumenta ligeiramente. Caso as variáveis que representam os carregamentos fossem correlacionadas, é esperado que a influência das correlações na confiabilidade estrutural seja mais

significativa, uma vez que essas variáveis possuem maiores coeficientes de variação e maiores índices de sensibilidade;

- A análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos proposta neste trabalho pode ser utilizada para o projeto e dimensionamento de estruturas reais como uma alternativa ao Método dos Estados Limites que é geralmente empregado pelas normas de projeto estrutural. É possível obter um projeto estrutural otimizado baseado em confiabilidade através do dimensionamento dos elementos do pórtico de forma a se obter uma probabilidade de falha desejada para cada estado limite e probabilidades de falha mais uniformes entre os diferentes estados limites de resistência e de serviço analisados para os pórticos metálicos planos.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Nesta seção são feitas algumas sugestões para trabalhos futuros visando ampliar as possibilidades de análise de confiabilidade estrutural da ferramenta computacional desenvolvida no presente trabalho. Essas sugestões são listadas a seguir:

- Realizar a análise de confiabilidade estrutural de treliças e pórticos espaciais, arcos, anéis, placas e cascas;
- Realizar a análise de confiabilidade de estruturas com condições de contorno mais complexas, como por exemplo a análise de estruturas com restrições de contato unilaterais impostas por bases elásticas (interação solo-estrutura);
- Avaliar a confiabilidade de estruturas mistas de aço e concreto;
- Realizar a análise de confiabilidade estrutural de estruturas sob a ação de carregamentos dinâmicos ou em situação de incêndio;
- Consideração da não linearidade física do material (inelasticidade do aço) e dos efeitos devidos às imperfeições geométricas e tensões residuais na análise de confiabilidade de pórticos metálicos;
- Incluir outros métodos de análise de confiabilidade, como o método analítico SORM, para estimar a probabilidade de falha de problemas estruturais com estados limites altamente não lineares;
- Incluir a análise de confiabilidade de sistema em série, possibilitando avaliar a probabilidade de todo o sistema (conjunto estrutural) falhar, levando em consideração a existência conjunta de todos os modos de falha (estados limites).

Referências

ABNT. *NBR 8800: projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Associação Brasileira de Normas Técnicas, 237 p., Rio de Janeiro, 2008.

AGOSTINI, B. M. *Análise de confiabilidade estrutural de pórticos metálicos planos com ligações semirrígidas*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

AISC. *Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design*. American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois, USA, 1994.

AISC. *Manual of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design*. American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois, USA, 2005.

ALMEIDA, A. F. de. *Projeto ótimo baseado em confiabilidade de pórticos planos de concreto armado*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

ALVES, A. R. *Obtenção do índice de confiabilidade de ligações de perfis formados a frio com o emprego do método FORM*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

AMARAL, R. S. *Análise de segurança de dutos com defeitos de corrosão*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

ANG, A. H. S.; TANG, W. H. *Probability concepts in engineering planning and design – decision, risk and reliability*. John Wiley & Sons, v. II, 562 p., 1984.

BAINGO, D. *A framework for stochastic finite element analysis of reinforced concrete beams affected by reinforcement corrosion*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – University of Ottawa, Ottawa, Canada, 2012.

BAPTISTA, T. D. P. *Análise de fiabilidade de estruturas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Caparica, Portugal, 2012.

BARBOSA, A. H. *Análise de confiabilidade estrutural utilizando o método de Monte Carlo e Redes Neurais*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2004.

BRANDÃO, A. L. R. *Calibração do coeficiente de ponderação da resistência em barras e ligações de perfis formados a frio*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

BRANDÃO, A. L. R. *Segurança de estruturas em perfis formados a frio*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2007.

BRANDÃO, L. F. *Análise de segurança estrutural da Ponte Marechal Hermes sob efeito de corrosão usando confiabilidade estrutural*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

BREITUNG, K. Asymptotic approximations for multinormal integrals. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 110, n. 3, p. 357, 1984.

CASTANHEIRA, A. M. *Avaliação da confiabilidade de vigas metálicas dimensionadas pela NBR 8800*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2004.

CORNELL, C. A. A Probability-Based Structural Code. *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 66, n. 12, p. 974-985, 1969.

DER KIUREGHIAN, A. Structural reliability software at the University of California, Berkeley. *Structural Safety*, n. 28, p. 44-67, 2006.

DER KIUREGHIAN, A.; LIU, P. L. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol 1, n. 2, p. 105-112, 1986.

FERREIRA, E. G. *Análise de confiabilidade estrutural via método SORM DG*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.

GAO, L. *Stochastic finite element method for the reliability analysis of nonlinear frames with PR connections*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – The University of Arizona, USA, 1994.

HALDAR, A.; MAHADEVAN S. *Probability, reliability and statistical methods in engineering design*. John Wiley & Sons, 320 p., 2000a.

HALDAR, A.; MAHADEVAN S. *Reliability assessment using stochastic finite element analysis*. John Wiley & Sons, 344 p., 2000b.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. Stochastic FEM-Based validation of LRFD. *Journal of Structural Engineering*, v. 117, n. 5, p. 1393-1412, 1991.

HALDAR, A.; NEE, Ker-Ming. Elasto-plastic large deformation analysis of PR steel frames for LRFD. *Computers and Structures*, v. 31, n. 5, p. 811-823, 1989.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. An exact and invariant first-order reliability format. *Journal of Engineering Mechanics*, v. 100, p. 111-121, 1974.

LEE, S. Y.; HALDAR, A. Reliability of frame and shear wall structural systems: static loading. *Journal of Structural Engineering*, 129 (2), p. 224-232, 2003.

MADSEN, H.O.; KRENK, S.; LIND, N. C. *Methods of structural safety*. Dover Publications, 2. ed., 407 p., 2006.

MATHWORKS. *MATLAB Programming Fundamentals*. 2016. Disponível em: <https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/matlab_prog.pdf>. Acesso em: 1 dez. 2016.

MELCHERS, R. E. *Structural reliability analysis and prediction*. John Wiley & Sons, 2. ed., 431 p., 1999.

PARASKI, N. V. *Análise estática não linear de pórticos planos via MATLAB*. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia) – Universidade Federal Fluminense, Volta Redonda, 2012.

PRADO, I. M. *CS-ASA Preprocessor: sistema gráfico interativo de pré-processamento para análise avançada de estruturas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, 2012.

RACKWITZ, R.; FIESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. *Computer and Structures*, v. 9, p. 489-494, 1978.

RICHARD, R. M.; ABBOTT, B. J. Versatile elastic-plastic stress-strain formula. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 101(4), p. 511-515, 1975.

ROCHA, G. *Estratégias de incremento de carga e de iteração para análise não-linear de estruturas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2000.

SAGRILO, L. V. S. *Confiabilidade estrutural – métodos analíticos para análise de confiabilidade*. Notas de aula – COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2004.

SILVA, A. R. D. da. *Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2009.

WILLIAMS, F. W. An approach to the nonlinear behavior of the members of a rigid jointed plane framework with finite deflections. *British Quarterly Journal of Mechanics & Applied Mathematics*, v. 17, n. 4, p. 451-469, 1964.

ZHOU, Y. *Efficient stochastic finite element method for the reliability analysis of nonlinear frame structures*. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – The University of Arizona, USA, 1992.