



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO  
Universidade Federal de Ouro Preto – Escola de Minas  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

# **AVALIAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE LIGAÇÃO ENTRE PILAR DE SEÇÃO TUBULAR CIRCULAR E VIGA DE SEÇÃO “I”**

**AUTOR: PAULO HENRIQUE DE CARVALHO**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Luiz Fernando Loureiro Ribeiro**

**CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Geraldo Donizetti de Paula**

*Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Metálica*

Ouro Preto, Março de 2005

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por guiar meus passos.

A minha família, Pai, Mãe, Irmão, Irmã, Cunhado e Sobrinha, por toda força nesta fase da minha vida. Obrigado pelas orações.

Aos meus amigos de Maceió, pela amizade e incentivo.

Aos meus orientadores, Professores Luiz Fernando e Geraldo Donizetti, pelos ensinamentos, assistência e dedicação prestadas ao longo desse trabalho.

Ao Willian Oliveira Bessa, pelo apoio nos momentos iniciais desse trabalho.

Aos amigos Fernando, Cristiano, Kneipp, Domênica, Flávio, Kátia, Ana Amélia, Vinícius, Cereno e Flávia, pelo companheirismo ao longo desses anos.

Aos professores Antônio Maria Claret de Gouvêia, Ernani Carlos de Araújo e Walter Dornelas, pela convivência e colaboração ao longo desses anos.

Aos colegas do LARIn: Carol e Flávio (Teixeirinha). Obrigado pela força e amizade.

A USIMINAS e VALLOUREC & MANNESMANN pela ajuda financeira.

## RESUMO

Um dos tipos mais usuais de ligação viga-coluna em estruturas metálicas é a chamada “ligação por chapa simples”, na qual uma chapa é soldada, na fábrica, ao elemento suporte, para ser conectada por parafusos à viga.

Para uma coluna tubular de seção circular, a ligação com uma viga de seção “I” pode ser feita por meio de anéis metálicos e chapas de ligação servindo os anéis como nervuramento e referência para o posicionamento das vigas “I”, as quais são parafusadas às chapas, podendo ter suas mesas conectadas ou não aos anéis.

Neste trabalho apresenta-se o desenvolvimento de uma análise numérica, via Métodos dos Elementos Finitos, do comportamento de ligações viga-coluna com chapa simples, buscando-se analisar a influência dos anéis metálicos em termos de resistência e estabilidade. São verificadas as possíveis regiões de plastificação, comparando-as com as cargas críticas encontradas no dimensionamento feito segundo recomendações da NBR 8800/86.

Os resultados obtidos são comparados com os fornecidos pelos princípios da resistência dos materiais e com a teoria de flexão simples; tornando possível o conhecimento do comportamento estrutural da ligação em estudo, para as configurações existentes.

**Palavras-chave:** ligações parafusadas, chapa simples, pilar tubular circular.

## ABSTRACT

Single plate is one of the most usual types of beam-to-column connection in steel structures and consists in a column with a shop-welded plate bolted to the beam web.

For a circular hollow column, bottom and seat steel rings can be used to connect a “I” hot-rolled or built-up beam also welded to the column and to the single plate. The steel rings could be welded to the beam flanges to provide more rigidity to the connection.

This work aims to present the development and results of a finite element method numerical analysis performed to understand the structural behavior of single plate beam-to-column connections and the influence of the steel rings.

The results are compared with strength of materials theoretical principles and the limit states are identified to be possible futures experimental analysis studies.

**Keywords:** bolt connections, single plate, circular hollow column.

# ÍNDICE

|   |             |
|---|-------------|
| <b>RESUMO</b> .....   | <b>III</b>  |
| <b>ABSTRACT</b> .....   | <b>IV</b>   |
| <b>LISTA DE FIGURAS</b> .....                                 | <b>VIII</b> |
| <b>LISTA DE TABELAS</b> .....                                 | <b>XI</b>   |
| <b>1 - INTRODUÇÃO</b> .....                                   | <b>1</b>    |
| 1.1 - Aspectos Gerais .....                                   | 1           |
| 1.2 - Objetivos .....   | 2           |
| 1.3 - Escopo do Trabalho .....                                | 3           |
| <b>2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....                        | <b>5</b>    |
| 2.1 - Considerações Iniciais .....                            | 5           |
| 2.2 - Classificação das Ligações .....                        | 6           |
| 2.2.1 - Classificação do AISC (1978) e AISC/LFRD (2001) ..... | 6           |
| 2.2.2 - Classificação de Stark-Bijlaard (1988) .....          | 8           |
| 2.2.3 - Classificação do Eurocode-3 (2001) .....              | 10          |
| 2.3 - Curvas Momento-Rotação .....                            | 11          |
| 2.3.1 - Função de Ramberg-Osgood (1991) .....                 | 13          |
| 2.3.2 - Função de Richard-Abbott (1975) .....                 | 14          |
| 2.3.3 - Função de Richard-Elsati (1996) .....                 | 16          |
| 2.4 - Ligações por Chapa Simples .....                        | 18          |
| 2.4.1 - Generalidades .....                                   | 18          |
| 2.4.2 - Parâmetros de Influência .....                        | 20          |
| 2.4.3 - Deformações .....                                     | 23          |
| <b>3 - MODELOS NUMÉRICOS</b> .....                            | <b>25</b>   |
| 3.1 - Introdução .....  | 25          |
| 3.2 - Considerações da Análise Numérica .....                 | 26          |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 3.2.1    | - Não-Linearidade Física .....                              | 26        |
| 3.2.2    | - Não-Linearidade Geométrica .....                          | 27        |
| 3.3      | - Escolha dos Modelos .....                                 | 28        |
| 3.4      | - Preparação dos Modelos Numéricos .....                    | 28        |
| 3.4.1    | - Características Geométricas dos Modelos .....             | 30        |
| 3.4.2    | - Elementos Finitos Utilizados .....                        | 33        |
| 3.4.2.1  | - Elemento Volumétrico .....                                | 33        |
| 3.4.2.2  | - Elementos de Contato .....                                | 35        |
| 3.4.2.3  | - Elemento de Barra .....                                   | 36        |
| 3.4.3    | - Características dos Materiais .....                       | 37        |
| 3.4.4    | - Definição da Malha de Elementos Finitos .....             | 38        |
| 3.4.4.1  | - Viga .....  | 38        |
| 3.4.4.2  | - Pilar, Chapa de Ligação e Anéis Metálicos .....           | 40        |
| 3.4.4.3  | - Parafusos .....   | 41        |
| 3.4.4.4  | - Elementos de Contato .....                                | 41        |
| 3.4.4.5  | - Condições de Contorno .....                               | 42        |
| 3.4.4.6  | - Carregamento .....  | 43        |
| 3.5      | - Processamento dos Modelos Numéricos .....                 | 44        |
| <b>4</b> | <b>- COMPARAÇÕES E RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA .....</b> | <b>46</b> |
| 4.1      | - Introdução .....  | 46        |
| 4.2      | - Tensões .....   | 47        |
| 4.2.1    | - Tensões Longitudinais na Alma Viga .....                  | 47        |
| 4.2.2    | - Tensões Longitudinais no Recorte da Alma Viga .....       | 52        |
| 4.2.3    | - Tensões Longitudinais na Região da Solda .....            | 55        |
| 4.2.4    | - Tensões nos Parafusos .....                               | 57        |
| 4.3      | - Deslocamentos .....                                       | 61        |
| 4.3.1    | - Deslocamentos Longitudinais na Região da Solda .....      | 62        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 4.3.2    | - Deslocamentos Longitudinais no Recorte da Alma da Viga .....       | 62        |
| 4.3.3    | - Escorregamento Relativo entre a Alma da Viga e Chapa Simples ..... | 64        |
| 4.3.4    | - Curvas Cortante-Rotação .....                                      | 65        |
| 4.3.5    | - Curvas Carga-Deflexão .....  | 69        |
| 4.4      | - Regiões de Plastificação .....                                     | 70        |
| 4.4.1    | - Modelos da Classe I .....  | 71        |
| 4.4.2    | - Modelos da Classe II .....   | 73        |
| 4.5      | - Tensões nos Tubos.....   | 76        |
| <b>5</b> | <b>- CONCLUSÕES .....</b>  | <b>77</b> |
| 5.1      | - Considerações Finais .....   | 77        |
| 5.2      | - Recomendações para Trabalhos Futuros .....                         | 79        |
|          | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>                              | <b>81</b> |
|          | <b>ANEXO .....</b>   | <b>85</b> |

# LISTA DE FIGURAS

## 1 – INTRODUÇÃO

|            |   |   |
|------------|---|---|
| Figura 1.1 | - Ligação de um pilar de seção circular com vigas “I” ..... | 3 |
|------------|---|---|

## 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Figura 2.1  | - Nó finito - Adaptado de Queiroz (1995a).....  | 6  |
| Figura 2.2  | - Modelo mecânico de nó semi-rígido - Fonte: Queiroz (1995b) .....                                  | 6  |
| Figura 2.3  | - Comportamento da ligação para viga com carregamento uniformemente distribuído .....               | 7  |
| Figura 2.4  | - Ligações tipicamente flexíveis - Fonte: Maggi (2000) .....  | 9  |
| Figura 2.5  | - Ligações tipicamente rígidas - Fonte: Maggi (2000) .....  | 9  |
| Figura 2.6  | - Ligações semi-rígidas - Fonte: Maggi (2000) .....   | 9  |
| Figura 2.7  | - Tipos de ligação na análise plástica - Fonte: Maggi (2000).....                                   | 10 |
| Figura 2.8  | - Curva momento-rotação .....   | 12 |
| Figura 2.9  | - Forma adimensional da função de Ramberg-Osgood .....  | 13 |
| Figura 2.10 | - Forma adimensional da função de Richard-Abbott .....  | 15 |
| Figura 2.11 | - Assíntotas às funções de Ramberg-Osgood e Richard-Abbott .....                                    | 16 |
| Figura 2.12 | - Função de Richard-Elsati (1996).....  | 18 |
| Figura 2.13 | - Ligações por Chapa Simples .....  | 19 |
| Figura 2.14 | - Detalhe de uma ligação de pilar tubular de seção circular e viga “I” – Fonte: Gerken (2003) ..... | 19 |
| Figura 2.15 | - Curva Força Cortante-Rotação em ligações por chapa simples – Fonte: Abolhassan et al.(1989).....  | 21 |
| Figura 2.16 | - Deslocamento do ponto de inflexão – Fonte: Abolhassan et al. (1989) .....                         | 21 |
| Figura 2.17 | - Curva Momento-Rotação – Fonte: Abolhassan et al. (1989) .....                                     | 22 |
| Figura 2.18 | - Deformações dos meios e elementos de ligação – Fonte: Mata (1998) .....                           | 24 |
| Figura 2.19 | - Deformações adicionais do nó – Fonte: Mata (1998) .....   | 24 |

## 3 – MODELOS NUMÉRICOS

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Figura 3.1 | - Representação do diagrama multi-linear adotado ..... | 27 |
| Figura 3.2 | - Esquema da ligação .....                             | 29 |

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| Figura 3.3  | - Dimensões (em mm) e propriedades geométricas da seção transversal da viga dos modelos numéricos (Perfil VS 400 x 40) ..... | 30 |
| Figura 3.4  | - Dimensões (em mm) e propriedades geométricas da seção transversal da coluna dos modelos numéricos .....                    | 31 |
| Figura 3.5  | - Dimensões padronizadas dos parafusos ASTM – A325 .   | 31 |
| Figura 3.6  | - Esquema da simulação do parafuso – Adaptado de Maggi (2000) .....  | 32 |
| Figura 3.7  | - Elemento volumétrico SOLID45 – Fonte: ANSYS Help System Release 6.0 .....  | 30 |
| Figura 3.8  | - Representação esquemática dos elementos de contato –Fonte: ANSYS Help System Release 6.0 .....                             | 36 |
| Figura 3.9  | - Representação do elemento de barra – Fonte: ANSYS Help System Release 6.0 .....  | 37 |
| Figura 3.10 | - Malha de elementos finitos para viga .....   | 39 |
| Figura 3.11 | - Acoplamento dos nós na seção de interseção BEAM-SOLID .....  | 40 |
| Figura 3.12 | - Malhas de elementos finitos dos pilares, chapas e anéis  | 41 |
| Figura 3.13 | - Malha do conjunto parafuso/porca .....   | 41 |
| Figura 3.14 | - Posicionamento dos elementos de contato .....  | 42 |
| Figura 3.15 | - Simulação de engaste na extremidade da coluna .....  | 42 |
| Figura 3.16 | - Carregamento aplicado no meio do vão da viga .....   | 44 |

#### **4 – COMPARAÇÕES E RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA**

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| Figura 4.1  | - Posição das seções transversais na viga .....  | 48 |
| Figura 4.2  | - Tensões longitudinais na alma da viga na seção H.....  | 48 |
| Figura 4.3  | - Tensões longitudinais na alma da viga na seção 2H .....  | 49 |
| Figura 4.4  | - Comparação das tensões longitudinais na alma da viga com a teoria de flexão simples, nas seções H e 2H.....                  | 49 |
| Figura 4.5  | - Comparação das tensões longitudinais na alma da viga para os modelos I.1.a e I.1.b, nas seções H e 2H.....                   | 50 |
| Figura 4.6  | - Comparação das tensões longitudinais na alma da viga do modelo I.1.c com a teoria de flexão simples, nas seções H e 2H ..... | 51 |
| Figura 4.7  | - Tensões longitudinais na alma da viga nas seções H e 2H do modelo II.1.a.....  | 51 |
| Figura 4.8  | - Tensões longitudinais no recorte da alma da viga do modelo I.1.a .....   | 52 |
| Figura 4.9  | - Tensões longitudinais no recorte da alma da viga do modelo I.1.b .....   | 53 |
| Figura 4.10 | - Tensões longitudinais no recorte da alma da viga do modelo II.1.a.....   | 54 |
| Figura 4.11 | - Tensões longitudinais no recorte da alma da viga do modelo I.1.c .....   | 55 |
| Figura 4.12 | - Região de conexão da chapa de ligação com a coluna ..  | 55 |

|             |  |    |
|-------------|--|----|
| Figura 4.13 | - Tensões longitudinais na região da solda para os modelos I.1.a, I.1.b, I.1.c .....   | 56 |
| Figura 4.14 | - Tensões longitudinais na região da solda para os modelos I.1.a e II.1.a .....  | 57 |
| Figura 4.15 | - Distribuição das tensões ao longo dos fustes dos parafusos .....   | 58 |
| Figura 4.16 | - Tensões resultantes nos parafusos .....  | 58 |
| Figura 4.17 | - Distribuição de esforços cortantes nos parafusos do modelo I.1.a .....   | 60 |
| Figura 4.18 | - Cargas absorvidas dos modelos da classe I .....  | 61 |
| Figura 4.19 | - Deslocamentos longitudinais na região da solda, para os modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c .....   | 62 |
| Figura 4.20 | - Deslocamentos longitudinais das seções de recorte da alma da viga, para os modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c .....                      | 63 |
| Figura 4.21 | - Deslocamentos longitudinais da seção de recorte da alma da viga, para o modelo II.1.a .....  | 64 |
| Figura 4.22 | - Seções de referência para a determinação do escorregamento relativo .....  | 64 |
| Figura 4.23 | - Escorregamentos relativos para as cargas de 20,4kN e 82kN, do modelo I.1.a .....   | 65 |
| Figura 4.24 | - Nós de referência para a determinação da rotação da viga .....   | 65 |
| Figura 4.25 | - Curvas cortante-rotação para os modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c .....   | 66 |
| Figura 4.26 | - Curvas cortante-rotação para os modelos I.2.a e I.1.a....  | 67 |
| Figura 4.27 | - Curvas cortante-rotação para os modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c .....   | 68 |
| Figura 4.28 | - Curvas cortante-rotação para os modelos I.2.a e I.1.a....  | 69 |
| Figura 4.29 | - Comparação das curvas carga-deflexão para modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c com a teoria de flexão simples.....                         | 70 |
| Figura 4.30 | - Plastificação do furo 2 da alma da viga do modelo I.1.a..  | 72 |
| Figura 4.31 | - Plastificação do furo 2 da alma da viga e do furo 1 da chapa de ligação do modelo I.2.a .....                                      | 72 |
| Figura 4.32 | - Plastificação da região de junção dos anéis com as mesas da viga, nas cargas 90kN e 132kN, do modelo I.1.c .....                   | 73 |
| Figura 4.33 | - Plastificação do furo 1 da chapa de ligação do modelo II.1.a .....   | 74 |
| Figura 4.34 | - Plastificação do furo 2 da alma da viga do modelo II.1.a   | 74 |
| Figura 4.35 | - Plastificação da região de junção dos anéis com as mesas da viga, para solicitações de 65kN (a) e 132kN (b), do modelo II.1.c..... | 75 |
| Figura 4.36 | - Tensões nos tubos dos modelos da classe I.....   | 76 |

## **ANEXO**

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Figura A.1 | - Chapa de ligação dos modelos da classe I .....         | 86 |
| Figura A.2 | - Recorte da alma da viga dos modelos da classe I .....  | 87 |
| Figura A.3 | - Chapa de ligação dos modelos da classe II .....        | 88 |
| Figura A.4 | - Recorte da alma da viga dos modelos da classe II ..... | 89 |

# LISTA DE TABELAS

## 3 – MODELOS NUMÉRICOS

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Tabela 3.1 | - Dimensões comerciais da chapa simples e dos parafusos .....  | 28 |
| Tabela 3.2 | - Dimensões dos parafusos e porcas (mm) .....  | 31 |
| Tabela 3.3 | - Características geométricas das ligações e designações dos modelos numéricos correspondentes ..... | 32 |
| Tabela 3.4 | - Características dos materiais – E, $f_y$ e $f_u$ em $\text{kN/cm}^2$ .....                         | 38 |
| Tabela 3.5 | - Variação de temperatura e força de protensão .....   | 43 |

## 4 – COMPARAÇÕES E RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Tabela 4.1 | - Porcentagens de esforços verticais absorvidos pelos modelos (%) .....    | 59 |
| Tabela 4.2 | - Porcentagens das cargas absorvidas por parafuso (%) ..                   | 59 |
| Tabela 4.2 | - Cargas críticas e regiões de colapso para todos modelos analisados ..... | 71 |

# INTRODUÇÃO

## 1.1 – Aspectos Gerais

Nas construções metálicas, a consideração do tipo de ligação possui grande influência no custo da construção. Essa influência é ainda mais relevante devido à grande variedade de configurações e dispositivos que podem ser utilizados para conectar vigas e colunas, introduzindo, dessa forma, descontinuidades geométricas que, associadas à não linearidades físicas dos materiais, levam ao comportamento não linear da estrutura como um todo.

Comumente, as análises estruturais são feitas considerando a estrutura como sendo um conjunto de barras unidimensionais, onde estas são interligadas através de pontos nodais. Quando os nós mantêm a continuidade rotacional, não modificando o ângulo relativo entre os elementos depois de impostas as deformações decorrentes da atuação dos carregamentos, são classificados como rígidos, assumindo-se então que ocorra a integral transmissão do momento fletor entre os elementos conectados. Em contrapartida, os nós onde não ocorre nenhuma transmissão de momento fletor são classificados como rotulados.

É de grande importância o conhecimento do comportamento estrutural das ligações para que se possa analisar a resposta global das estruturas. Uma ligação pode ser constituída de vários elementos, dentre os quais as soldas, parafusos e chapas que concentram uma atenção especial, pois geralmente há uma grande concentração de tensões nas regiões próximas a esses elementos.

A proposta inicial deste trabalho é o desenvolvimento de modelos numéricos, via elementos finitos, que possam representar satisfatoriamente o comportamento das ligações por chapa simples de vigas “I” com pilares de seção circular tubular, utilizando o software comercial ANSYS (versão 6.0) e recorrendo à literatura disponível sobre o assunto.

Adotando-se um tipo de modelação tridimensional já testada por pesquisadores tais como Bessa (2004), Maggi (2000) e Maggi e Gonçalves (2003).

## 1.2 – Objetivos

O objetivo básico deste trabalho é o estudo da complexa interação entre os elementos e meios das ligações por chapa simples entre pilares tubulares de seção circular e vigas “I”. Essas ligações vêm sendo utilizadas em recentes edificações executadas no Brasil, para configurações capazes de transmitir tanto esforços cortantes quanto momentos fletores, inclusive nas situações como a apresentada na figura 1.1, onde os esforços não são balanceados.

Pretende-se obter parâmetros que possam traduzir o comportamento estrutural de tais ligações, através de uma modelagem por elementos finitos, obtendo-se informações que permitam a determinação das propriedades geométricas de seus componentes, tais como: a espessura da chapa, o diâmetro dos parafusos, a espessura da parede do pilar tubular circular e dos anéis. Pretende-se também verificar a influência da presença dos anéis metálicos, para as configurações onde estes estão ou não soldados às mesas das vigas, bem como colher subsídios para o desenvolvimento de uma futura etapa experimental.



Figura 1.1 – Ligação de um pilar de seção circular com vigas “I”.

### 1.3 – Escopo do Trabalho

Os capítulos que compõem este trabalho estão organizados de maneira a esclarecer aspectos relativos ao comportamento das ligações por chapa simples de uma viga de seção “I” com pilar tubular circular, apresentando-se a metodologia utilizada para a preparação dos modelos numéricos, as discussões e comparações dos resultados obtidos na análise numérica.

A revisão bibliográfica, inserida no Capítulo 2, procura dar embasamento teórico para a presente e para futuras pesquisas, mostrando classificações existentes de ligações e proposições de curvas parametrizadas que procuram descrever o comportamento típico de ligações viga-coluna.

No Capítulo 3 é descrita a metodologia utilizada na preparação dos modelos numéricos, identificando-se as características e dimensões geométricas dos modelos, tipos de elementos finitos utilizados, constituição da malha de elementos finitos, condições de contorno e etapas de carregamento.

No Capítulo 4, dedicado às comparações e resultados da análise numérica, faz-se uma descrição dos resultados obtidos numericamente, ressaltando-se a influência da variação das configurações existentes dos modelos. Os resultados obtidos neste trabalho são comparados com os resultados analíticos, provenientes da resistência dos materiais e das hipóteses básicas de cálculo convencionalmente adotadas para o dimensionamento das

ligações por chapa simples.

No Capítulo 5 são apresentadas as considerações finais sobre os resultados obtidos e relacionadas sugestões para trabalhos futuros.

Em anexo, são detalhados os cálculos utilizados para o dimensionamento dos modelos de ligações utilizados na análise numérica, apresentando-se também os dados geométricos das ligações analisadas.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 – Considerações Iniciais

No projeto de ligações em estruturas de aço, bem como na avaliação de seu comportamento, é necessário o conhecimento da influência de todos os componentes envolvidos na mesma.

Atualmente, os estudos e observações feitos com base no comportamento estrutural de ligações entre elementos de estruturas metálicas comprovam a necessidade de se considerar a resposta não linear das estruturas e das ligações como complemento da análise estrutural.

As especificações mais recentes consideram o comportamento semi-rígido das ligações, contribuindo, dessa maneira, para o aperfeiçoamento dos métodos mais tradicionais, onde eram considerados apenas comportamentos idealizados, como o caso das ligações rígidas e flexíveis.

Dessa forma, diversos estudos sobre o comportamento das ligações procuram considerar as características que possam classificá-las em termos de resistência, rigidez e ductilidade. Nesse caso, os sistemas de classificação são concebidos para que possam permitir a inclusão e consideração de novos tipos de comportamentos, idealizados ou não, de ligações.

Numa ligação, o modelo de nó deve possuir tamanho finito (figura 2.1) tal como o nó real (Queiroz, 1995a), para que este nó represente, com confiabilidade, o comportamento semi-rígido e para que também possa ser utilizado com facilidade nos programas de análise estrutural disponíveis.

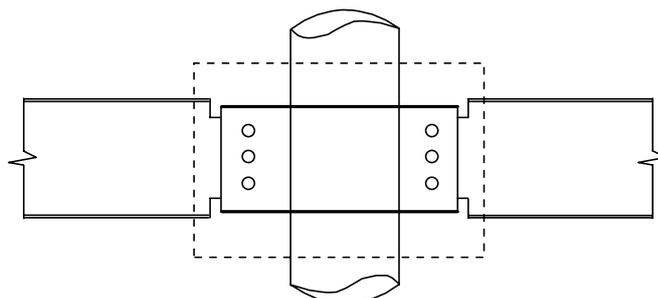


Figura 2.1 – Nó finito - Adaptado de Queiroz (1995a).

O modelo mecânico de nó semi-rígido (figura 2.2), utilizado por Queiroz e Tschemmernegg (1995b), consiste de uma mola com rigidez rotacional localizada entre a extremidade do eixo de uma viga e o eixo do pilar. Este tipo de modelo capta corretamente o comportamento de apenas alguns tipos de ligações, essencialmente as que possuem pouca rigidez (ligações consideradas flexíveis na prática).

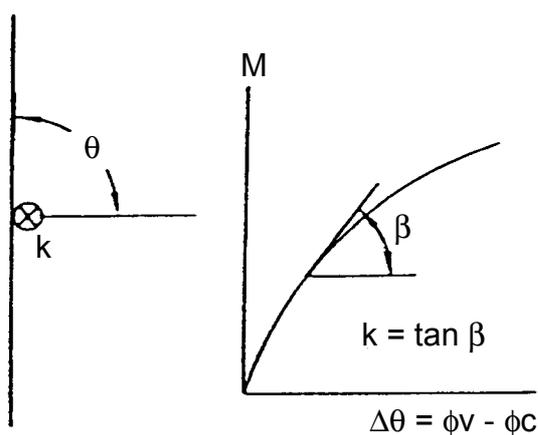


Figura 2.2 Modelo mecânico de nó semi-rígido - Fonte: Queiroz (1995b).

## 2.2 – Classificação das Ligações

### 2.2.1 – Classificação do AISC (1978) e AISC/LFRD (2001)

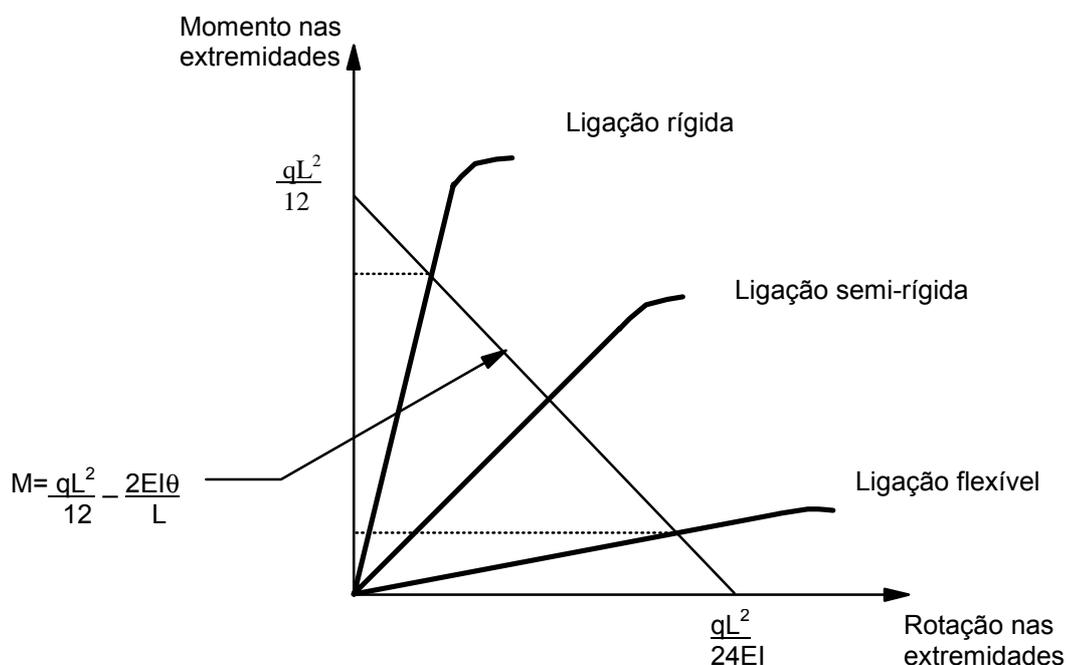
O American Institute of Steel Construction (AISC), em 1978, classificou as ligações em três tipos, onde se considera o grau de impedimento da rotação relativa de suas partes, sendo eles:

- Ligações rígidas: quando o ângulo entre os elementos estruturais que se interceptam permanece essencialmente o mesmo após o

carregamento da estrutura, com uma restrição à rotação da ordem de 90 por cento ou mais daquela teórica necessária à ocorrência de nenhuma rotação;

- Ligações flexíveis: consideradas como ligações nas quais as rotações relativas entre os elementos conectados não são restringidas ou admitem uma restrição no máximo igual a 20% da rotação ideal teórica, verificada sob condição de rótula ideal;
- Ligações semi-rígidas: ligações cujo comportamento está situado entre os limites estabelecidos pelas ligações rígidas e flexíveis.

Na figura 2.3 estão representados os três tipos de ligações, onde se faz referência ao seu comportamento.



**Figura 2.3 – Comportamento da ligação para viga com carregamento uniformemente distribuído.**

O AISC/LFRD (2001) propôs uma modificação na classificação das ligações, onde se apresenta a consideração de apenas duas classes: as consideradas completamente restringidas (FR: fully restrained) e as parcialmente restringidas (PR: partially restrained).

As ligações FR mantêm as condições anteriores para ligações rígidas. As ligações PR, no entanto, reúnem todas as ligações cuja rigidez considera-se

insuficiente para manter inalterado o ângulo original entre os elementos conectados, englobando as ligações antes classificadas como semi-rígidas e flexíveis.

O AISC/LFRD (2001), com base no método dos estados limites, também indica a consideração da rigidez e da resistência da ligação e dos elementos conectados.

### 2.2.2 – Classificação de Stark-Bijlaard (1988)

Stark-Bijlaard (1988) estabeleceram uma classificação baseada na metodologia empregada no projeto das ligações quanto à consideração ou não da não linearidade física do material.

A classificação proposta por Stark-Bijlaard (1988) para o projeto na fase elástica, divide as ligações em três tipos:

- Ligações flexíveis: são aquelas capazes de transmitir somente força cortante e, eventualmente, força normal, considerando-se que sofrem rotações sem absorver momentos fletores de valor significativo;
- Ligações rígidas: são as capazes de transmitir tanto momentos fletores quanto forças normais e cortantes. Devem apresentar elevada rigidez, de modo que se possa considerar desprezível qualquer mudança na distribuição de momentos e nos deslocamentos;
- Ligações semi-rígidas: são as ligações que proporcionam um certo grau de interação entre os elementos conectados para a absorção dos esforços. Essa interação tem base nas características da curva momento-rotação.

A figura 2.4 apresenta ligações que, tipicamente, são consideradas flexíveis, segunda a classificação proposta por Stark-Bijlaard (1988). Exemplos de ligações rígidas são apresentados na figura 2.5 e exemplos de ligações semi-rígidas estão esquematizadas na figura 2.6.

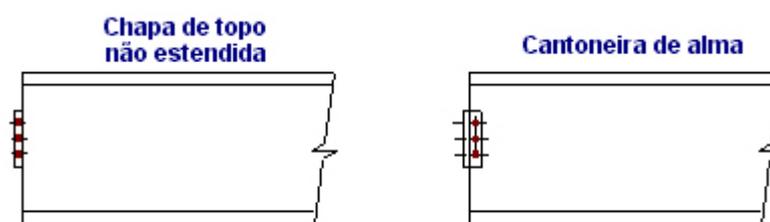


Figura 2.4 – Ligações tipicamente flexíveis - Fonte: Maggi (2000).

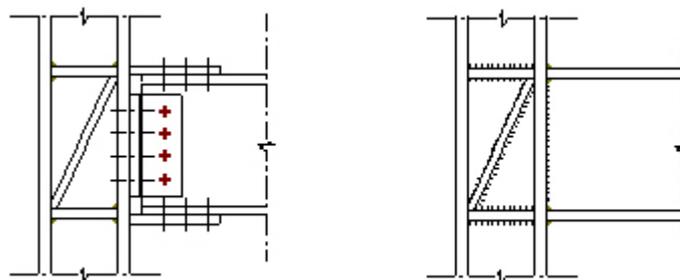


Figura 2.5 – Ligações tipicamente rígidas - Fonte: Maggi (2000).

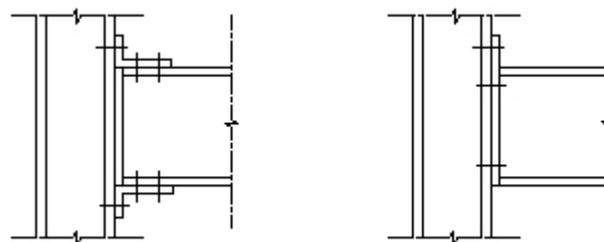


Figura 2.6 – Ligações semi-rígidas - Fonte: Maggi (2000).

A classificação para projeto na fase plástica é compreendida por:

- Ligações rotuladas (*pinned connections*): ligações projetadas para transferir somente forças normais e cortantes, admitindo-se que a ligação tenha uma capacidade de rotação que permita a formação de todas as rótulas plásticas necessárias ao estabelecimento do mecanismo de colapso;
- Ligações completamente resistentes (*full strength connections*): ligações que apresentam capacidade de resistir a momentos fletores superiores aos momentos de plastificação dos elementos conectados, resultando na formação de rótula plástica em um elemento adjacente à ligação. Para essa consideração, não é necessário que a ligação apresente, teoricamente, capacidade de rotação;
- Ligações parcialmente resistentes (*partial strength connections*):

ligações que apresentam capacidade de resistir a momentos fletores inferiores aos momentos de plastificação dos elementos conectados. Neste caso, é necessária uma capacidade rotacional adequada, visto que a rótula plástica terá sua formação na ligação.

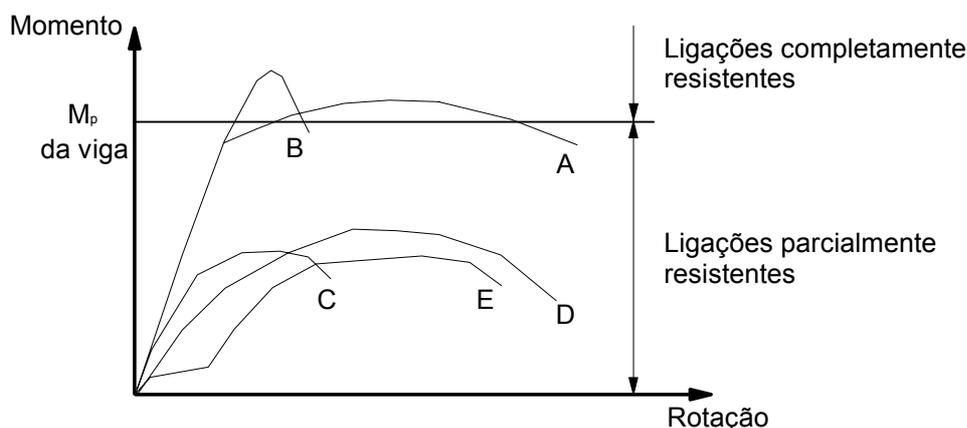


Figura 2.7 – Tipos de ligação na análise plástica - Fonte: Maggi (2000).

As ligações A e B, apresentadas na figura 2.7, podem ser classificadas como completamente resistentes, sendo que a ligação B deve ser dimensionada, prevendo-se uma reserva de resistência para se considerar a possibilidade de redistribuição plástica dos esforços após a formação da primeira rótula plástica, visto que tal ligação possui pequena capacidade rotacional.

As ligações parcialmente resistentes estão representadas pelas curvas C, D e E na figura 2.7, observando-se que a curva C representa uma ligação com pequena capacidade rotacional, o que pode ser inadequado levando-se em conta a plastificação da ligação.

### 2.2.3 – Classificação do Eurocode-3 (2001)

A classificação proposta no Eurocode-3 (2001) é baseada na capacidade de carga dos elementos estruturais, levando-se em conta o comportamento global da estrutura, sendo que a rigidez das ligações é expressa como uma fração da rigidez do elemento que está sendo conectado.

Seguindo esse enfoque, as ligações não são tratadas isoladamente, sendo que tanto sua rigidez como sua resistência, quando comparadas à rigidez do elemento que está ligando, considera na estrutura o efeito do

comportamento não linear.

Desta maneira, o sistema de classificação proposto utiliza parâmetros de rigidez e resistência separadamente.

Quanto à rigidez, quando comparadas à rigidez do elemento ligado, as ligações podem ser rígidas, semi-rígidas ou flexíveis enquanto, relativamente à resistência, as categorias dependem da capacidade das ligações em absorver momentos fletores, sendo classificadas em completamente resistentes, parcialmente resistentes ou flexíveis.

A metodologia empregada pelo Eurocode-3 (1992) para a determinação dos limites correspondentes para cada categoria mostrada acima também considera o tipo de estrutura na qual está inserida a ligação, com ou sem contraventamento.

### **2.3 – Curvas Momento-Rotação**

A relação momento-rotação é a principal característica de uma ligação viga/suporte, sendo comumente descrita por uma curva tendo a rotação  $\theta$  da viga em relação ao elemento suporte como abscissa e o momento  $M$  como ordenada. No gráfico da figura 2.8, o eixo vertical ( $M$ ) representa uma ligação completamente rígida, enquanto o eixo horizontal ( $\theta$ ) representa uma ligação rotulada ideal (perfeitamente flexível).

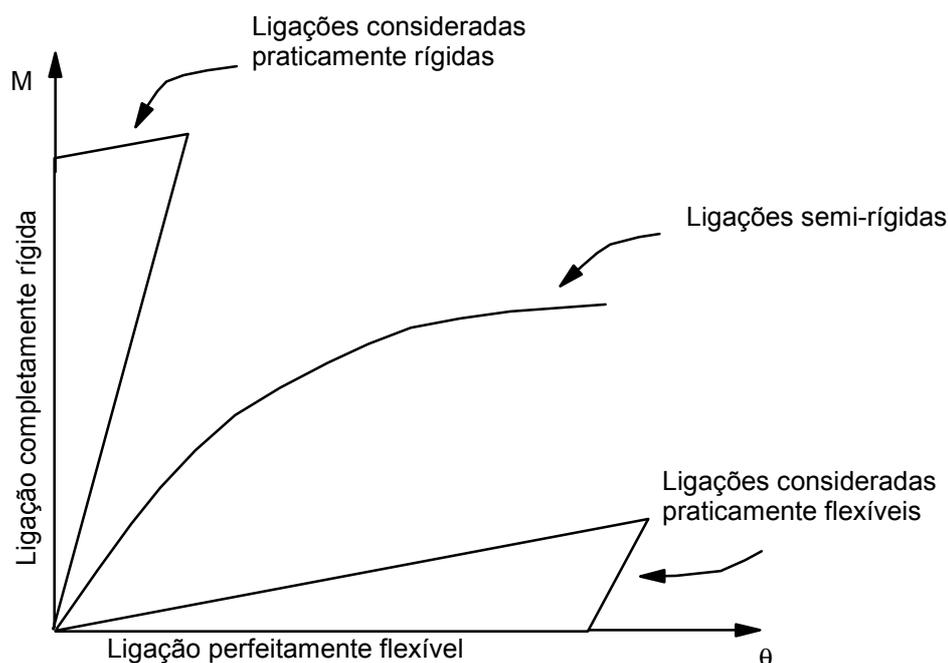


Figura 2.8 – Curva momento-rotação.

A dificuldade de obtenção das relações momento-rotação para várias configurações possíveis trouxe a necessidade da representação das curvas através de funções parametrizadas, onde estes parâmetros se ajustam de acordo com o tipo e configuração da ligação. Têm-se vários tipos de funções para representar a não linearidade do comportamento das ligações, dentre estas as funções lineares e bi-lineares (Lothers, 1975), que apresentam aproximações grosseiras para a curva momento-rotação. Funções polinomiais (Frye e Morris, 1975) apresentam melhor representatividade que as anteriores, porém podem resultar em valores negativos para rigidez da ligação, trazendo dificuldades nos processos analíticos e numéricos. O procedimento da B-spline cúbica (Jones et al., 1980) não apresenta o mesmo problema das funções polinomiais, porém requer um número de parâmetros muito grande, pois utiliza uma função cúbica que atende às continuidades de primeira e segunda ordem em cada faixa de rotação requerida. A função de Ramberg-Osgood (1991) apresenta boa representatividade utilizando apenas três parâmetros, enquanto que a de Richard-Abbott (1975) também apresenta bons resultados, mas utilizando quatro parâmetros. Observa-se que estas duas últimas apresentam vantagens em relação às anteriores por condizerem com o comportamento,

tornando a obtenção da curva momento-rotação menos trabalhosa.

Richard et al. (1980) propôs uma curva momento-rotação aplicável a ligações com até nove parafusos, usuais nos Estados Unidos. Tal curva foi desenvolvida através de análises parametrizadas, nas quais os comportamentos carga-deslocamento de um parafuso foram baseados em 126 ensaios.

### 2.3.1 – Função de Ramberg-Osgood (1991)

A rotação  $\theta$  é dada em função do momento  $M$ , da seguinte forma:

$$\theta = \frac{M}{S} \left[ 1 + K \left( \frac{M}{S} \right)^{n-1} \right] \quad (2.1)$$

onde  $S$  é a inclinação (rigidez) inicial da curva mostrada na figura 2.9, e os parâmetros  $K$  e  $n$  definem o formato da curva.

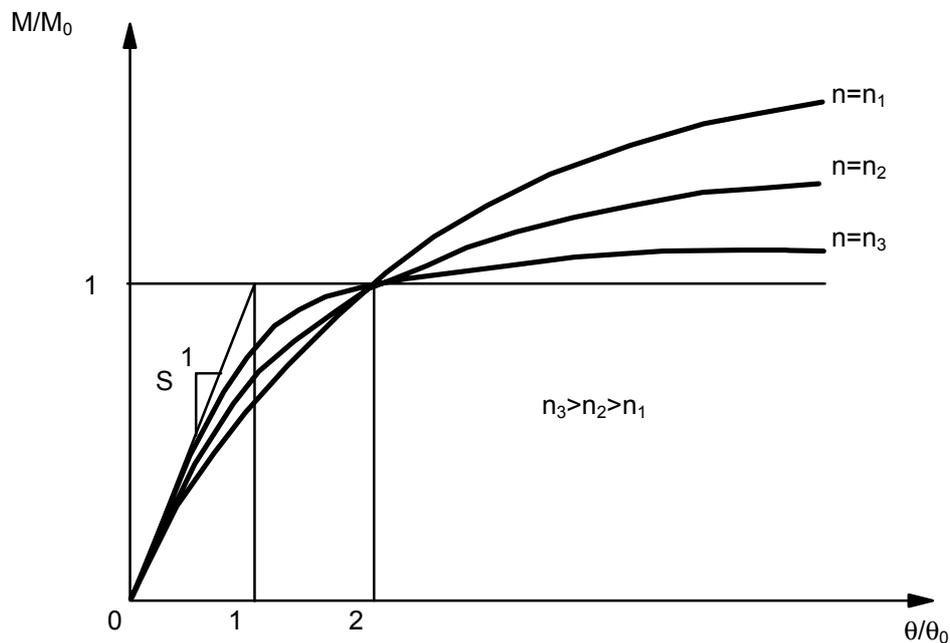


Figura 2.9 – Forma adimensional da função de Ramberg-Osgood (1991).

A expressão 2.1 pode ser dada numa forma adimensional:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{M}{M_0} \left[ 1 + \left( \frac{M}{M_0} \right)^{n-1} \right] \quad (2.2)$$

Obtendo-se, para diferentes valores de  $n$ , as curvas apresentadas na figura 2.9.

Para a inclinação inicial da curva tem-se:

$$S = \left( \frac{dM}{d\theta} \right)_{\theta=0} = \frac{M_0}{\theta_0} \quad (2.3)$$

onde  $M_0$  e  $\theta_0$  são o momento e rotação iniciais.

### 2.3.2 – Função de Richard-Abbott (1975)

O momento  $M$  é expresso em função da rotação  $\theta$  da seguinte forma:

$$M = \frac{(S - S_p)\theta}{\left( 1 + \left| \frac{(S - S_p)\theta}{M_0} \right|^n \right)^{\frac{1}{n}}} + S_p \theta \quad (2.4)$$

Sendo  $S$  a inclinação (rigidez) inicial,  $S_p$  a assíntota dada para grandes valores de  $\theta$  e  $M_0$ , onde  $M_0$  é o momento de referência e  $n$  um parâmetro que define o formato da curva.

Conhecendo os valores de  $\theta_1$  e  $M_1$  (coordenadas do ponto final) em ensaio, pode-se calcular o valor de  $S_p$ .

$$S_p = \frac{M_1 - M_0}{\theta_1}, \text{ ou} \quad (2.5)$$

$$\frac{S_p}{M_0} = \frac{\frac{M_1}{M_0} - \frac{M_0}{M_0}}{\frac{\theta_1}{\theta_0}} \quad (2.6)$$

Utilizando-se a expressão 2.3, a expressão 2.4 pode ser colocada em forma adimensional da seguinte forma:

$$\frac{M}{M_0} = \left[ \frac{\left( 1 - S_p \frac{\theta_0}{M_0} \right)}{\left( 1 + \left| \left( \frac{1}{\theta_0} - \frac{S_p}{M_0} \right) \theta \right|^n \right)^{\frac{1}{n}}} + S_p \frac{\theta_0}{M_0} \right] \frac{\theta}{\theta_0} \quad (2.7)$$

Na expressão 2.7 os valores de referência são: a resistência última da ligação a momento puro  $M_0$  e a rotação correspondente ao deslocamento máximo tolerado  $\theta_0$  (0,3 polegadas para os parafusos extremos). A representação da expressão é mostrada na figura 2.10 para três valores distintos de  $n$  e para valores positivos de  $S_p$ .

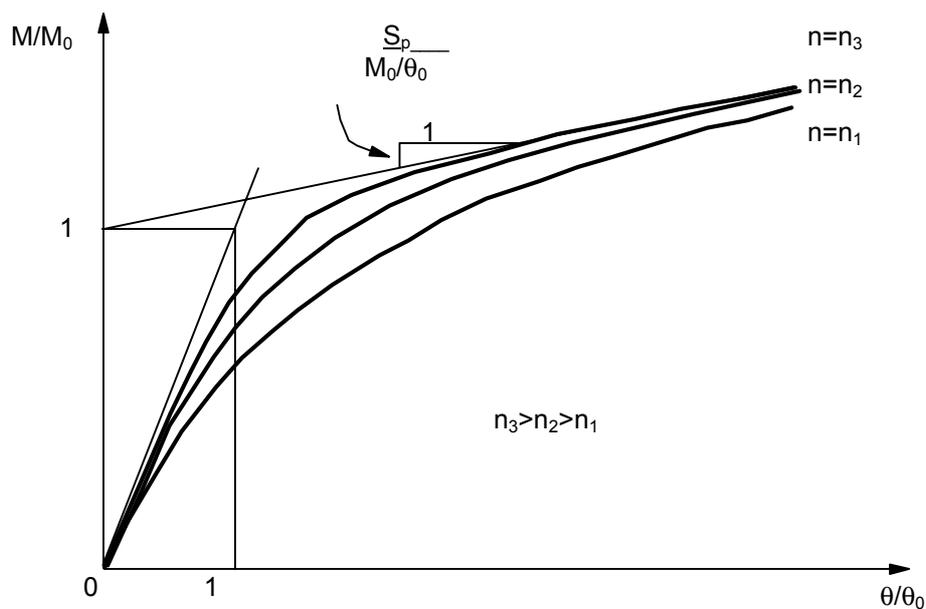


Figura 2.10 – Forma adimensional da função de Richard-Abbott.

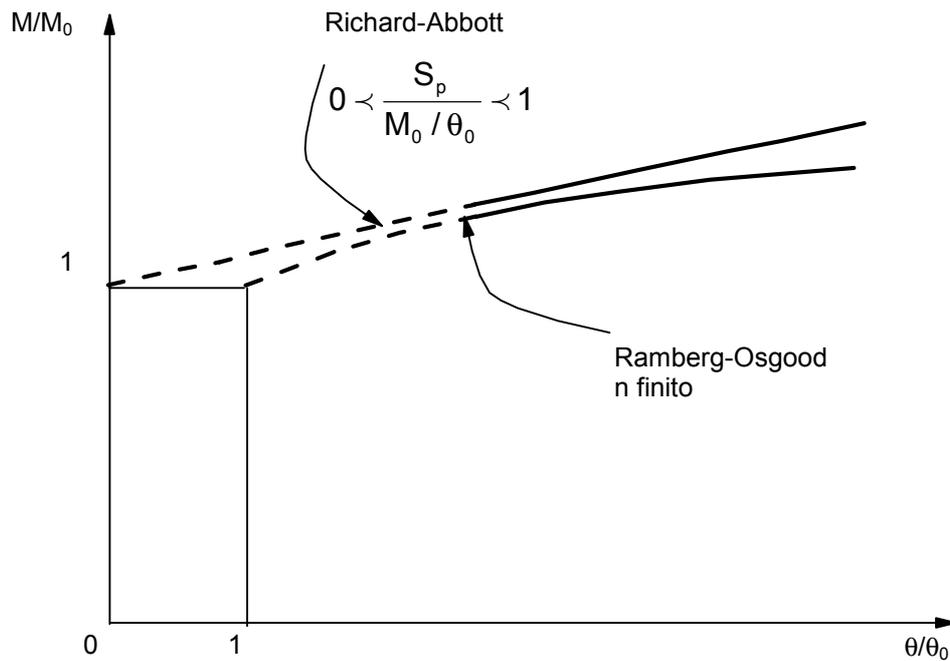


Figura 2.11 – Assíntotas às funções de Ramberg-Osgood e Richard-Abbott.

As curvas da figuras 2.10 e 2.11 foram traçadas qualitativamente.

Fazendo  $\frac{\theta}{\theta_0}$  crescer, observa-se que as expressões 2.2 e 2.7

aproximam-se das assíntotas (figura 2.11):

$$\text{Ramberg-Osgood: } \frac{M}{M_0} = \left( \frac{\theta}{\theta_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.8)$$

$$\text{Richard-Abbott: } \frac{M}{M_0} = 1 + \left( \frac{S_p}{\frac{M_0}{\theta_0}} \right) \frac{\theta}{\theta_0} \quad (2.9)$$

### 2.3.3 – Função de Richard-Elsati (1996)

Analogamente, a expressão 2.4 é utilizada para descrever tanto a relação carga-deslocamento do parafuso quanto à relação momento-rotação da ligação:

Para a relação carga-deslocamento tem-se:

$$R(\Delta) = \frac{(K - K_p)\Delta}{\left(1 + \left|\frac{(K - K_p)\Delta}{R_0}\right|^n\right)^{\frac{1}{n}}} + K_p\Delta \quad (2.10)$$

onde:

R = carga;

$\Delta$  = deslocamento;

K = rigidez elástica (inicial);

$K_p$  = rigidez plástica (final);

$R_0$  = força de referência;

n = parâmetro que define a forma da curva.

Já para relação momento-rotação tem-se:

$$M(\theta) = \frac{(K - K_p)\theta}{\left(1 + \left|\frac{(K - K_p)\theta}{M_0}\right|^n\right)^{\frac{1}{n}}} + K_p\theta \quad (2.11)$$

onde:

M = momento;

$\theta$  = rotação;

K = rigidez elástica (inicial);

$K_p$  = rigidez plástica (final);

$M_0$  = momento de referência;

n = parâmetro que define a forma da curva.

Os parâmetros das expressões 2.10 e 2.11 são ilustrados na figura 2.12.

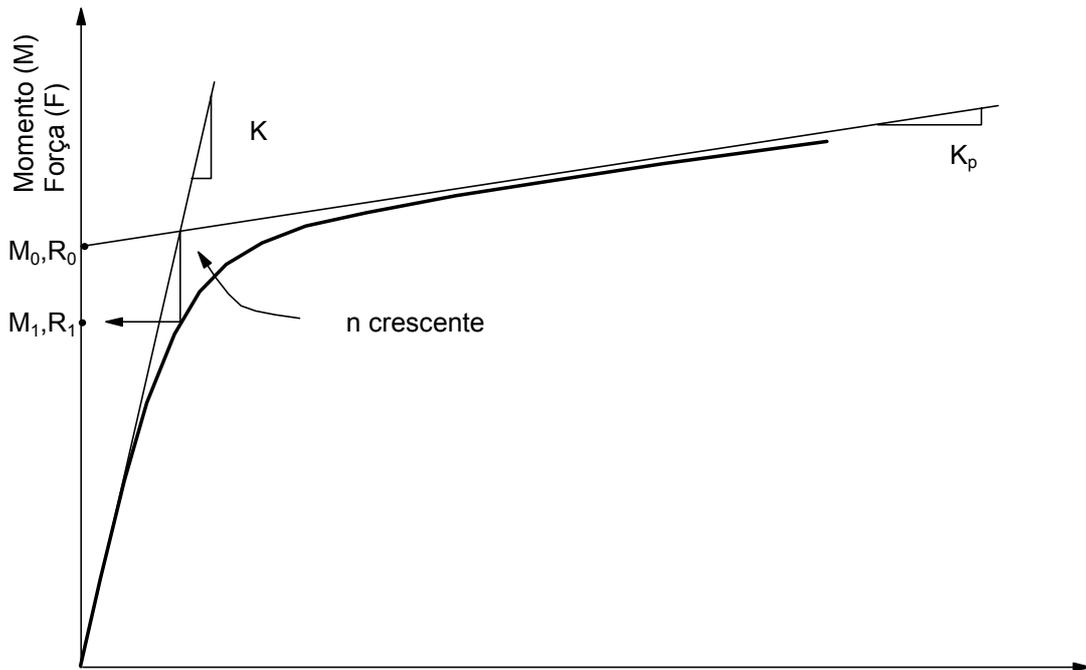


Figura 2.12 – Função de Richard-Elsati (1996).

Deslocamento (Δ)  
Rotação (θ)

Observa-se que os valores de  $R_1$  e  $M_1$  são obtidos a partir da interseção das duas retas que definem as rigidezes elástica e plástica, respectivamente, enquanto o parâmetro  $n$  é obtido a partir da seguinte expressão:

$$n = \frac{-\ln 2}{\ln \left( \frac{M_1 - \frac{K_p}{K}}{M_0 - \frac{K_p}{K}} \right)} \quad (2.12)$$

## 2.4 – Ligações por Chapa Simples

### 2.4.1 – Generalidades

Um dos tipos mais usuais de ligação em estruturas metálicas é a chamada “ligação por chapa simples” (single plate), na qual uma chapa é soldada, na fábrica, ao elemento suporte, para ser conectada por parafusos à viga. A figura 2.13 apresenta algumas configurações usuais de ligações por chapa simples.

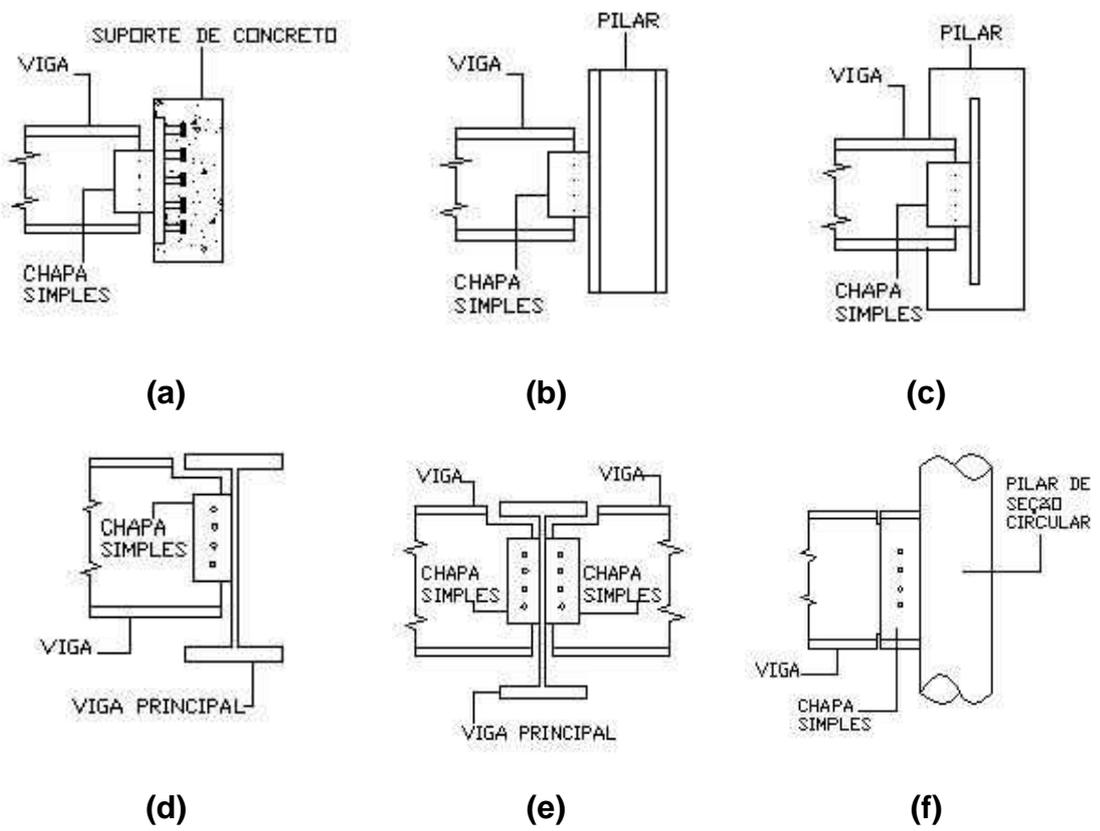


Figura 2.13 – Ligações por Chapa Simples.



Figura 2.14 – Detalhe de uma ligação de pilar tubular de seção circular e viga “I” (Fonte: Gerken, 2003).

Para um pilar tubular de seção circular, a ligação com uma viga de seção "I" pode ser feita por meio de anéis metálicos e chapas de ligação, os anéis servindo como nervuramento e referência para o posicionamento das vigas em "I" (figura 2.14), as quais são parafusadas às chapas, podendo ter suas mesas soldadas ou não aos anéis. No primeiro caso, a ligação é considerada como capaz de transmitir momentos fletores, enquanto, no segundo caso, são capazes de transmitir esforços cortantes e normais.

#### 2.4.2 – Parâmetros de Influência

As ligações por chapa simples, embora idealizadas como flexíveis, comportam-se, na prática, como ligações semi-rígidas. Estudos e ensaios feitos por Richard et al. (1980), demonstram que este tipo de ligação pode desenvolver considerável momento de extremidade na viga e no elemento suporte, podendo-se citar os seguintes fatores de influência:

- espessuras da chapa e da alma da viga;
- número, diâmetro e distribuição dos parafusos;
- relação entre o vão e a altura da viga;
- tipo de carregamento (concentrado ou distribuído), e;
- flexibilidade relativa do elemento suporte.

As ligações por chapa simples são utilizadas para transferir, primordialmente, reações da extremidade da viga para os elementos suportes (Abolhassan et al., 1993), devendo possuir capacidade de rotação suficiente para acomodar as rotações nas extremidades da viga.

O desenvolvimento de momentos na extremidade da viga ocorre quando a ligação não é suficientemente flexível e os momentos são transferidos, por meio da ligação, ao elemento suporte.

De acordo com Abolhassan et al. (1989), as relações entre a força cortante e a rotação na extremidade, em uma ligação por chapa simples, são relativamente estáveis e dependem primariamente do fator de forma  $Z_x/W_x$  da seção transversal, da razão  $L/H$  da viga e da classe de aço utilizado, sendo  $Z_x$  o módulo plástico de resistência à flexão,  $W_x$  o módulo elástico de resistência à flexão,  $L$  o comprimento da viga e  $H$  a altura do perfil.

Na figura 2.15 são representadas as relações força cortante-rotação real, obtidas em alguns ensaios realizados por Abolhassan et al. (1989), onde se pode observar que a capacidade de rotação da ligação aumenta quando o número de parafusos diminui.

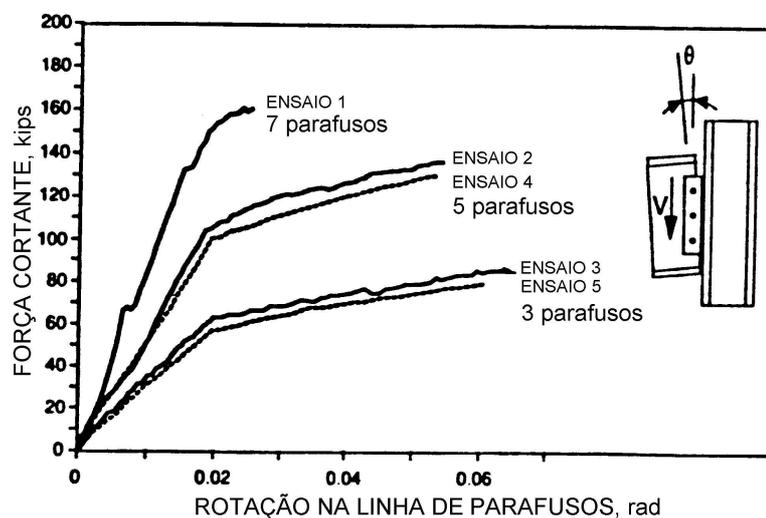


Figura 2.15: Curva Força Cortante-Rotação em ligações por chapa simples  
 Fonte: Abolhassan et al. (1989).

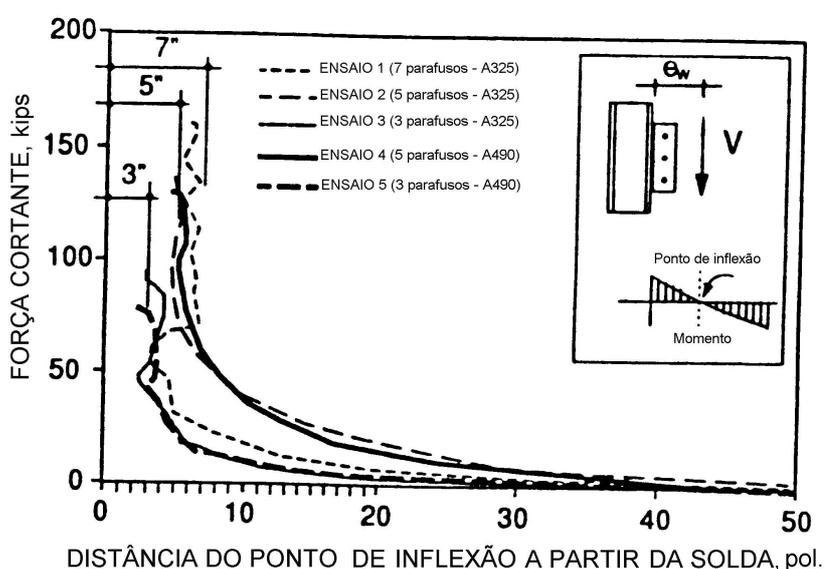


Figura 2.16: Deslocamento do ponto de inflexão – Fonte: Abolhassan et al. (1989).

Para o mesmo conjunto de ensaios observa-se, na figura 2.16, que o ponto de inflexão (momento nulo) da viga desloca-se em direção ao elemento suporte quando a força cortante é aumentada. Quando a ligação é submetida a cargas relativamente altas, o ponto de inflexão permanece estacionário.

Para a obtenção das curvas momento-rotação dos testes anteriores, os

momentos e as rotações foram medidos na linha de parafusos. Como a figura 2.17 indica, as ligações com poucos parafusos desenvolvem menores momentos e exibe uma maior ductilidade rotacional.

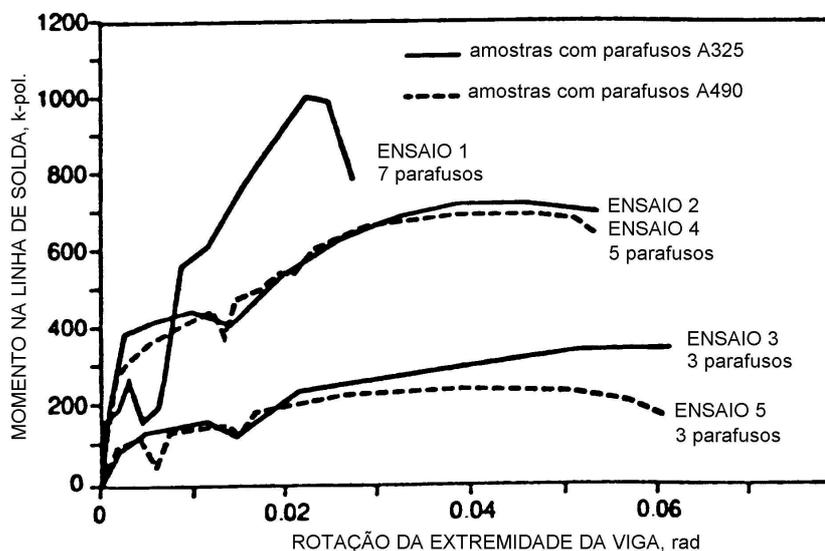


Figura 2.17 – Curva Momento-Rotação – Fonte: Abolhassan et al. (1989).

Nas vigas suportadas por ligações flexíveis, quando a carga aumenta, devido à rotação inelástica das ligações, a rigidez rotacional da ligação diminui, causando a diminuição da razão momento-força cortante, ou seja, um deslocamento do ponto de inflexão em direção ao suporte.

Nas ligações por chapa simples existem parâmetros que influenciam nas respostas das mesmas, através da análise de semelhança mecânica (Mata, 1998). Os parâmetros que influenciam o comportamento da ligação, quando se considera que o pilar tubular circular não se deforma localmente, são:

- módulo de elasticidade longitudinal do aço;
- coeficiente de Poisson do aço;
- limite de escoamento do aço;
- espessura da chapa da alma da viga;
- espessura da chapa das mesas da viga;
- espessura da chapa de ligação;
- diâmetro dos parafusos;
- limite de resistência à tração do parafuso;
- altura total da viga;
- largura das mesas da viga;

- número de parafusos;
- distância dos centros dos parafusos às bordas da chapa de ligação e da alma; e
- distância entre os centros dos parafusos;

Já no caso onde o pilar tubular circular deforma-se, os parâmetros adicionais aos apresentados anteriormente são:

- diâmetro do pilar suporte; e
- espessura do pilar suporte.

Para fazer uma análise parametrizada, utilizam-se os parâmetros envolvidos, eliminando-se aqueles considerados constantes e os que apresentam uma relação de dependência com outros. Alguns parâmetros possuem uma influência pequena no comportamento da ligação, podendo-se também eliminá-los.

Entre os que possuem pequena influência, podem ser citados os seguintes: espessura da chapa das mesas da viga, altura total da viga e largura das mesas da viga.

Os parâmetros considerados constantes para a análise são: o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson e a tensão de escoamento do aço, por se adotar um único material para as chapas de ligação, vigas e colunas.

Outros parâmetros são considerados dependentes, como as distâncias dos centros dos parafusos às bordas da chapa de ligação e da alma da viga, que dependem do diâmetro dos parafusos, da espessura da chapa de ligação e da alma da viga.

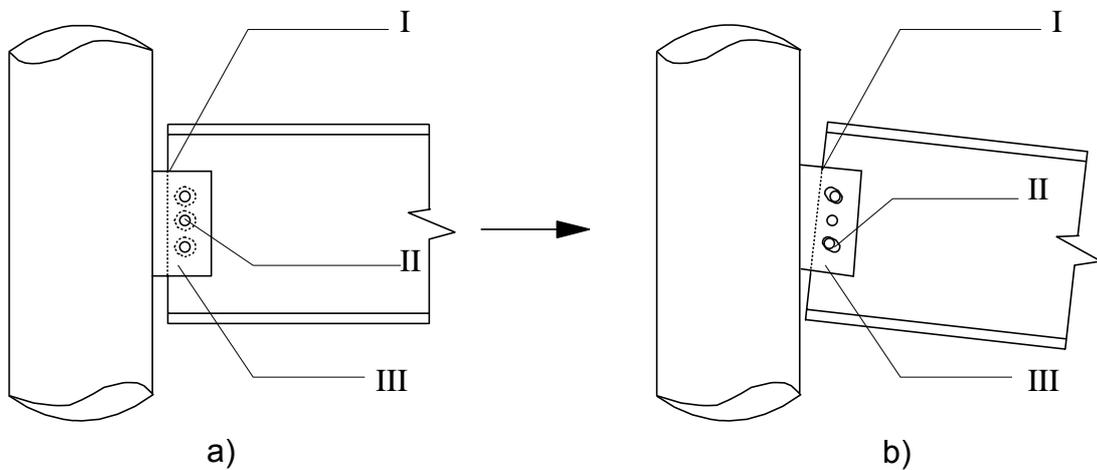
### **2.4.3 – Deformações**

No estudo do comportamento de ligações por chapa simples algumas deformações são esperadas. A figura 2.18 ilustra as deformações básicas dos elementos de ligação por chapa simples, identificadas por Mata (1998), como sendo:

- I - escorregamento relativo entre a chapa de ligação e a alma da viga, após o esforço ultrapassar o atrito devido ao aperto dos parafusos (figura 2.18);
- II - deformação dos parafusos e dos furos, devido à pressão de contato,

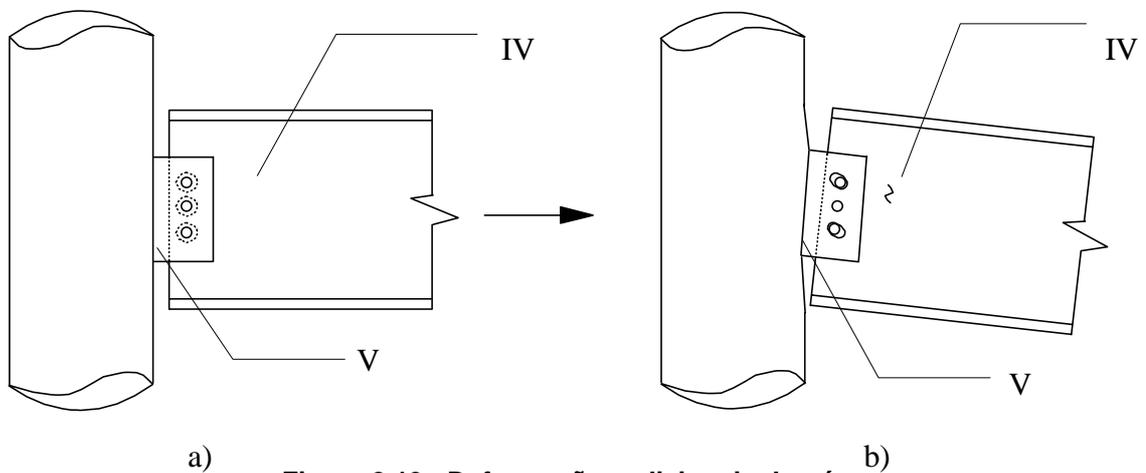
após o início do escorregamento (figura 2.18);

III - deformação, no plano, da chapa de ligação (figura 2.18).



**Figura 2.18 – Deformações dos meios e elementos de ligação**  
**(a) Situação indeformada, (b) Situação deformada.**  
**Fonte: Mata (1998).**

As deformações adicionais da região do nó (Mata, 1998), são mostradas na figura 2.19.



**Figura 2.19 - Deformações adicionais do nó**  
**(a) Situação indeformada, (b) Situação deformada.**  
**Fonte: Mata (1998).**

IV - deformação, no plano, da região da alma da viga afetada pela ligação (figura 2.19);

V - deformação da região do elemento suporte afetada pela ligação; que depende do tipo do elemento suporte (figura 2.19).

## MODELOS NUMÉRICOS

### 3.1 – Introdução

Neste capítulo são apresentadas as etapas de desenvolvimento dos modelos numéricos analisados com a utilização do software comercial ANSYS (versão 6.0), com a apresentação de comentários e observações quanto às particularidades e considerações adotadas na realização das análises e ênfase às hipóteses e simplificações adotadas.

Dentro do contexto e objetivos deste trabalho, os modelos numéricos foram preparados buscando-se a representação mais realista possível do comportamento das ligações por chapa simples entre uma viga “I” e um pilar circular tubular.

Para melhor representação do comportamento estrutural, verificou-se, nos estudos preliminares, a importância da definição de algumas características da análise numérica, tais como as relações constitutivas do material, o tipo de análise a ser considerada e os tipos de elementos finitos a serem utilizados. Essas características serão detalhadas adiante.

Todos os modelos possuem as mesmas considerações no que diz respeito às características da análise e simplificações adotadas, diferenciando-se apenas pelas características geométricas – presença do anel metálico, soldado ou não e espessura da chapa soldada ao pilar tubular.

## 3.2 – Considerações da Análise Numérica

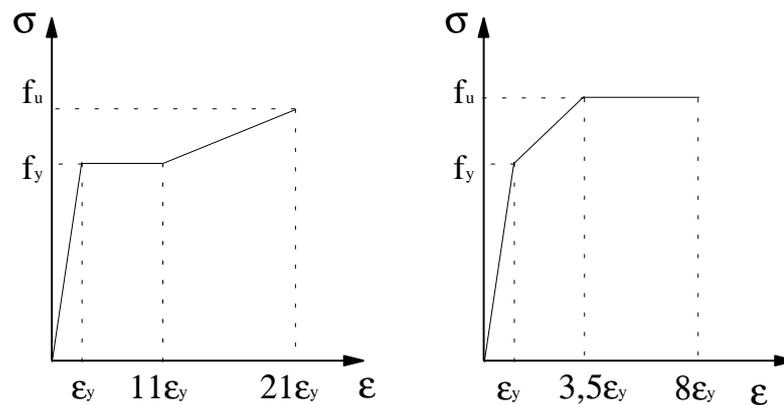
Foram utilizados modelos tridimensionais com o objetivo de se obter resultados que possam vir a serem confrontados com aqueles fornecidos em uma futura fase de estudos experimentais do tipo de ligação em questão.

Uma boa representatividade do tipo de ligação é fornecida em trabalhos onde se utilizam elementos planos, como o realizado por Mata (1998), tendo-se a dificuldade na representação dos parafusos, e nesse trabalho estes foram representados por elemento de mola.

### 3.2.1 – Não-Linearidade Física

Na representação das características dos materiais utilizados, foram adotados diagramas multi-lineares para o comportamento tensão-deformação dos aços utilizados.

Assim, adotou-se um modelo representativo do diagrama multi-linear consistente com os materiais utilizados, designados por Multi-Linear Isotropic Hardening Plasticity (MISO) no software ANSYS. Esse modelo consiste em segmentos de retas consecutivos que permitem definir o comportamento elástico, a plastificação e o comportamento inelástico do material, de acordo com os valores de parâmetros fornecidos pelo usuário. No presente trabalho, foram adotados os modelos de Sherbourne e Bahaari (1996a e b) para representação da viga, chapa de ligação e coluna (figura 3.1a) e parafusos (figura 3.1b). A boa representatividade desses modelos já foi comprovada por análises numéricas realizadas por Bessa (2004), Maggi (2000) e Maggi e Gonçalves (2003).



a) Diagrama tensão-deformação para o material da viga, chapa e pilar.

b) Diagrama tensão-deformação para o material dos parafusos

Figura 3.1: Representação do diagrama multi-linear adotado.

A representação do comportamento do material é definida pelo conjunto de pontos da curva, representados pelos pares tensão - deformação. E esses foram obtidos a partir da caracterização do material fornecida pelos fabricantes dos perfis utilizados, possibilitando futuras confrontações com resultados obtidos experimentalmente.

### 3.2.2 – Não-Linearidade Geométrica

A utilização de elementos finitos tridimensionais já denota a exigência de levar-se em consideração os efeitos da não-linearidade geométrica, o que também é consistente com uma futura etapa de realização de estudos experimentais.

A interação entre os diversos meios e elementos da ligação impõe a necessidade de consideração do comportamento não-linear geométrico, com a utilização de elementos finitos especiais, com os quais seja possível simular o contato entre parafusos, porcas, chapa de ligação e alma da viga. As características dos elementos utilizados para essa finalidade serão descritas mais adiante.

### 3.3 – Escolha dos Modelos

Os modelos numéricos foram definidos a partir de dados coletados de uma ligação já utilizada em edificações, onde dados como perfil da viga, coluna e número de parafusos foram fixados para que houvesse uma comparação direta do comportamento das várias configurações da ligação, de modo a tornar possível a identificação dos elementos críticos e os possíveis modos de colapso correspondentes.

Foram adotados perfis soldados “I” padronizados para as vigas e perfis tubulares de seção circular produzidos pela VALLOUREC & MANNESMANN do Brasil para os pilares.

Em todas as simulações numéricas foram adotadas as mesmas seções transversais para a viga e para o pilar, com o intuito de obter-se uma melhor precisão no que diz respeito à influência da presença dos anéis metálicos e da existência ou não de solda entre o anel e a viga.

Para a chapa de ligação e para os parafusos foram adotados, respectivamente, as espessuras e o diâmetro comercial indicados na tabela 3.1.

**Tabela 3.1: Dimensões comerciais da chapa de ligação e dos parafusos.**

| <b>Espessuras da chapa de ligação</b> | <b><math>\phi</math> (Diâmetros dos parafusos)</b> |
|---------------------------------------|--|
| 8,0mm                                 | 19mm   |
| 6,3mm                                 | 19mm   |

### 3.4 – Preparação dos Modelos Numéricos

A montagem dos modelos numéricos foi realizada obedecendo-se as seguintes fases:

- montagem da geometria do modelo;
- escolha dos tipos de elementos finitos a serem utilizados;
- definição das características dos materiais envolvidos;
- preparação da malha de elementos finitos na geometria;

- definição das condições de contorno do modelo; e
- aplicação do carregamento.

Dentre essas fases, ressalta-se a importância da montagem da geometria para a execução da malha de elementos finitos e, conseqüentemente para análise dos resultados.

As partes que compõem a ligação estudada são, de uma maneira geral, viga, chapa de ligação soldada ao pilar, pilar, anéis metálicos, parafusos e porcas, não sendo considerada a presença das arruelas e da representação da solda de conexão da coluna à chapa de ligação, assumindo-se uma perfeita continuidade entre esses elementos.

Devido ao caráter pioneiro deste trabalho, em termos do tipo de ligação, o que tornou necessária a limitação do escopo, em termos da análise do comportamento da ligação como um todo.

Para o estudo da ligação e de seu comportamento estrutural foi necessária a análise da sub-estrutura completa, composta pela viga e por ambas as ligações de extremidade (figura 3.2). Foi adotado um comprimento de vão de viga de 6m, utilizando-se elementos finitos sólidos nas regiões próximas à ligação e, nas regiões mais distantes da ligação, cujo comportamento não é objeto deste trabalho, foi utilizado um elemento linear para a representação da viga, obtendo-se assim economia no tempo de processamento.



Figura 3.2: Esquema da ligação.

### 3.4.1 – Características Geométricas dos Modelos

A partir das tabelas de perfis soldados padronizados pela NBR 5884 (2000) e de perfis tubulares produzidos pela VALLOUREC & MANNESMANN, buscou-se selecionar perfis para a viga e pilar, respectivamente, de modo que fossem compatíveis com a possibilidade de reprodução experimental e pudessem ser representativos de ligações usuais em estruturas de edifícios de andares múltiplos.

As dimensões dos perfis utilizados são mostradas nas figuras 3.3 e 3.4, onde também são indicadas as correspondentes propriedades geométricas.

Para o pilar foi adotada, nos modelos numéricos, a altura de 2m (equivalente a cinco vezes a altura da viga), de modo que as tensões produzidas pelas condições de contorno das extremidades do pilar não interferissem nas solicitações exercidas na região próxima da ligação.

No anexo são apresentadas, detalhadamente, as configurações utilizadas na região da ligação, tais como distâncias entre furos e distâncias às bordas, entre outras.

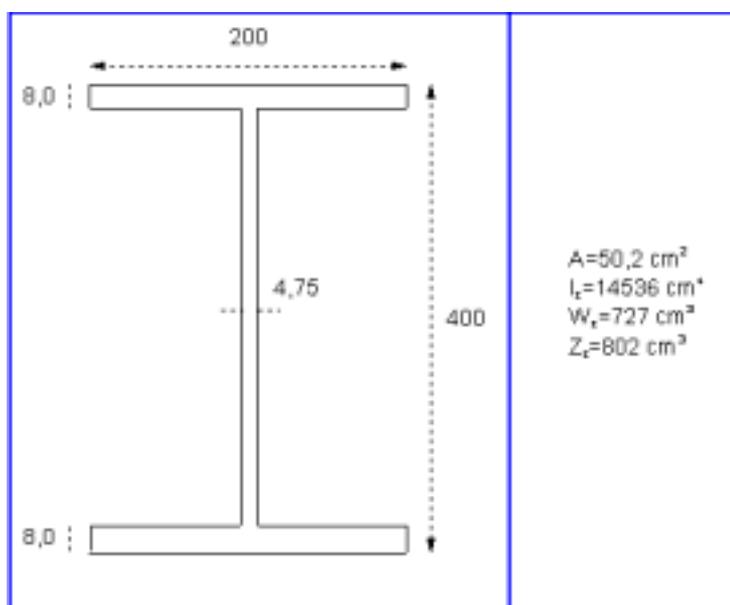


Figura 3.3: Dimensões (em mm) e propriedades geométricas da seção transversal da viga dos modelos numéricos (Perfil VS 400 x 40).

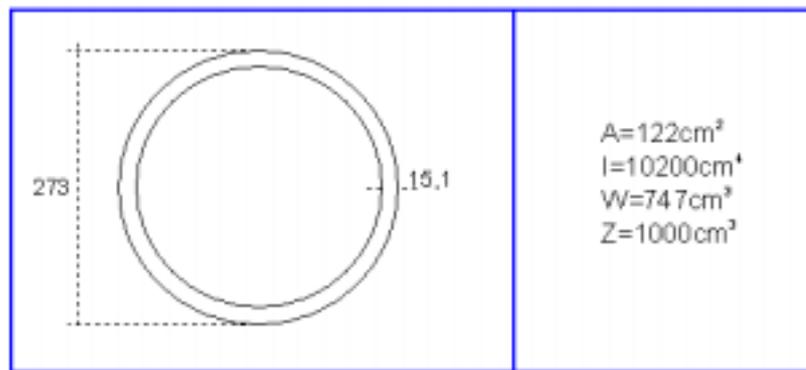


Figura 3.4: Dimensões (em mm) e propriedades geométricas da seção transversal da coluna dos modelos numéricos.

A ligação do conjunto viga/chapa de ligação é feita com parafusos de alta resistência, ASTM-A325, cujas dimensões são apresentadas na tabela 3.2, de acordo com a representação mostrada na figura 3.5.

Tabela 3.2: Dimensões dos parafusos e porcas (mm).

| $\phi$ | Parafuso |                | Porca |                |
|--------|----------|----------------|-------|----------------|
|        | F        | H <sub>b</sub> | W     | H <sub>n</sub> |
| 19,0   | 31,75    | 12,0           | 31,75 | 18,7           |

Parafuso

Porca

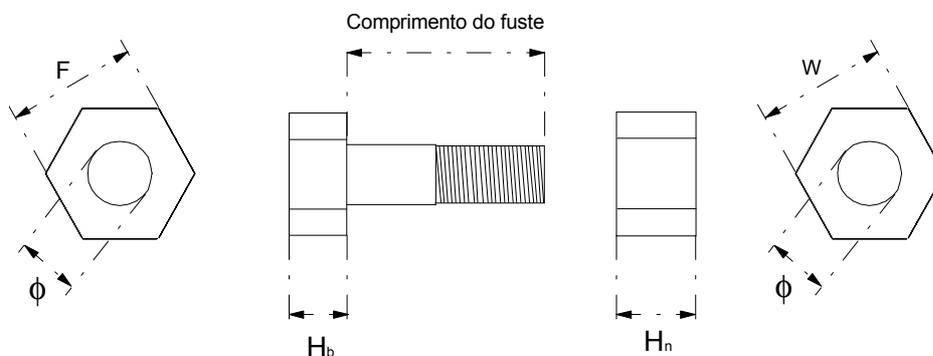


Figura 3.5: Dimensões padronizadas dos parafusos ASTM – A325.

O parafuso e a porca foram discretizados considerando-se o conjunto como um único elemento, onde o comprimento do fuste do parafuso é dado pela soma das espessuras da chapa de ligação e da alma da viga, como apresentado na figura 3.6. De acordo com as recomendações da NBR 8800 (1986), considera-se uma folga de 1mm entre o fuste do parafuso e as paredes dos furos da chapa e da alma da viga.

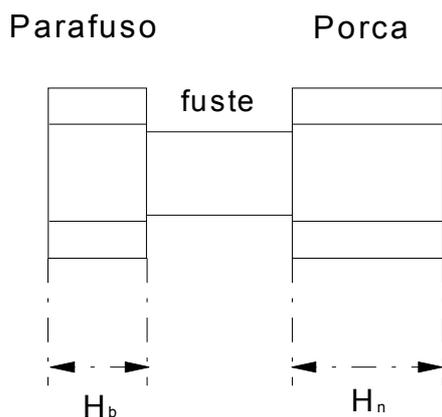


Figura 3.6 – Esquema da simulação do parafuso - Adaptado de Maggi (2000).

A tabela 3.3 apresenta as características geométricas das 8 ligações analisadas neste trabalho, apontando-se a nomenclatura utilizada, de acordo com a variação da posição do recorte da alma da viga em relação ao seu eixo médio (detalhado no anexo), a espessura da chapa de ligação e a presença ou não do anel metálico e de sua solda à mesa da viga.

Assim, o modelo I.1.b, por exemplo, indica:

- I – Recorte da alma da viga é simétrico ao eixo da viga;
- 1 – Espessura da chapa de ligação é igual a 8mm;
- b – A ligação possui anéis metálicos.

Tabela 3.3: Características geométricas das ligações e designações dos modelos numéricos.

| Classe                            |                                     | Espessura da chapa de ligação (mm) |     | Disponibilidade dos anéis metálicos |           |                    |
|-----------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|-----|-------------------------------------|-----------|--------------------|
| Recorte simétrico ao eixo da viga | Recorte assimétrico ao eixo da viga | 8                                  | 6,3 | Sem anéis                           | Com anéis | Com anéis soldados |
| I                                 | II                                  | 1                                  | 2   | a                                   | b         | c                  |

Deve-se lembrar que todas ligações analisadas possuem três parafusos com diâmetro de 19mm e os perfis da viga e do pilar são os mesmos, como já foram mencionados. Os anéis metálicos possuem a mesma espessura da alma da viga (8mm), e diâmetro igual à soma da largura da chapa com o diâmetro externo da coluna (373mm).

### 3.4.2 – Elementos Finitos Utilizados

Os tipos de elementos finitos adotados na preparação dos modelos foram determinados a partir da necessidade de determinadas características geométricas e das considerações feitas na representação da ligação, atendendo à necessidade de boa precisão dos resultados e otimização do esforço computacional nas análises numéricas.

Deste modo, para a representação do modelo, foram escolhidos três tipos de elementos. O primeiro tipo, volumétrico, para a representação da geometria do modelo; um segundo, de "contato", para a representação das descontinuidades geométricas e o último do tipo barra, unidimensional, para representação da região central da viga. A utilização desse último elemento visa, fundamentalmente, à redução do número de elementos do modelo, sem comprometimento de seu desempenho, adotados os devidos cuidados relativos ao acoplamento dos graus de liberdade na interseção dos dois tipos de elemento.

#### 3.4.2.1 – Elemento Volumétrico

Utilizou-se o elemento volumétrico **SOLID45** (figura 3.7) para a modelagem de sólidos estruturais tridimensionais. O **SOLID45** é definido por oito nós, cada qual com três graus de liberdade (translações nas direções X, Y e Z) e possui características de plasticidade, admitindo a utilização de diagrama multi-linear para representação do comportamento tensão–deformação do material utilizado, o que condiz com as necessidades deste trabalho.

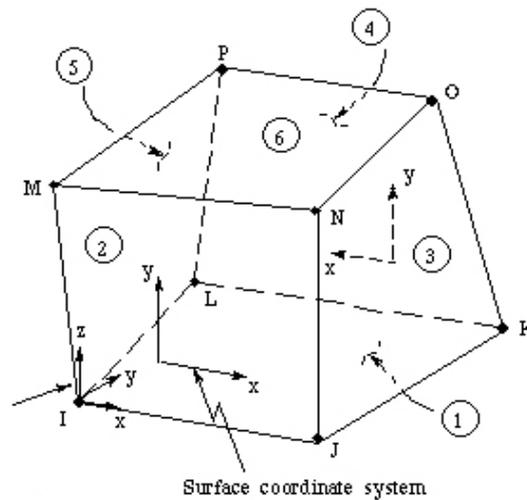


Figura 3.7 – Elemento volumétrico SOLID45.  
Fonte: ANSYS Help System Release 6.0.

Além do **SOLID45**, o ANSYS apresenta opções de elementos volumétricos dotados de nós intermediários em suas arestas e também com um maior número de graus de liberdade por nó. Apesar disso, optou-se pelo **SOLID45** uma vez que a geometria do modelo numérico é regular, mesmo na malha do pilar, pois essa foi aproximada por um polígono de quarenta lados, o que viabiliza a utilização de elementos sem nós intermediários, sendo as rotações calculadas através dos resultados fornecidos pelas translações dos nós, não havendo necessidade de graus de liberdade que representem as rotações nos elementos.

Observa-se que, apesar dos elementos de casca produzirem uma boa representação do modelo com uma quantidade menor de elementos (o que produziria uma economia no tempo de processamento), a sua representatividade quanto à simulação da espessura da chapa de ligação e da alma da viga fica comprometida, principalmente pela consideração dos parafusos. Uma vez que os parafusos são protendidos, como será apresentado adiante, é necessário considerar a distribuição de tensões ao longo da espessura da chapa, o que não é possível com a utilização de elementos de casca.

### 3.4.2.2 – Elementos de Contato

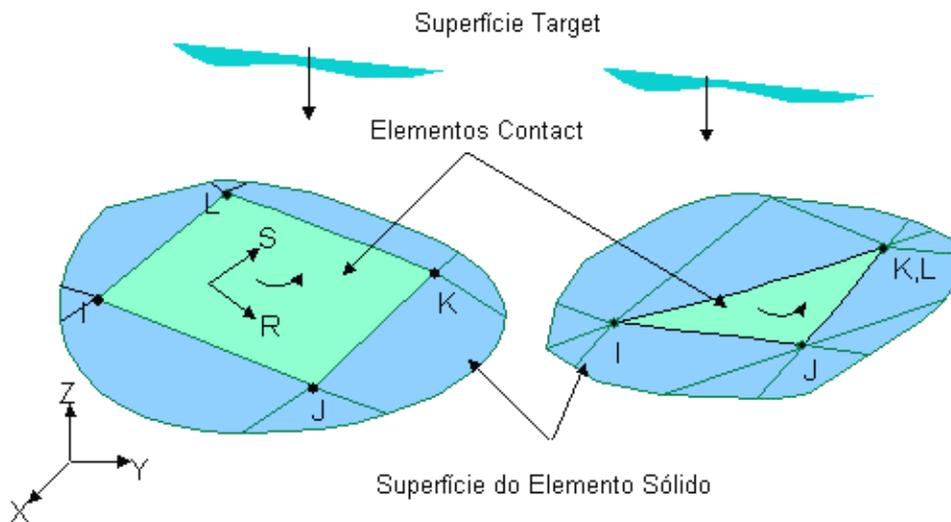
Os elementos finitos de contato introduzem novos termos na matriz de rigidez, fornecendo informações ao processo da análise numérica quanto a pontos ou regiões distintas que deverão gerar pressões quando comprimidas umas contra as outras, ou possibilitar o afastamento entre elementos originalmente em contato, quando houver solicitação de tração. Assim, o elemento de contato possui a característica de apresentar grande rigidez à compressão e nenhuma à tração, com relativa resistência ao escorregamento.

Para a análise numérica dos modelos foram escolhidos dois elementos de contato denominados, no ANSYS, de **TARGE170** e **CONTA173**, que estabelecem a interação entre superfícies em contato.

O elemento **TARGE170** é utilizado para representar as superfícies alvo (“target”) dos elementos 3-D que deverão trabalhar em associação com os elementos de contato propriamente ditos (“contact”). Os elementos “target” são contínuos e delimitam, portanto, as superfícies deformáveis do corpo, representando assim a superfície alvo do par de contato.

O elemento **CONTA173** é usado para representar o contato e o deslizamento entre as superfícies alvo (TARGE170) de elementos 3-D e as superfícies deformáveis definidas por este elemento. O contato ocorre quando a superfície do elemento “contact” penetra em um dos elementos do segmento “target”, sendo a superfície de ambos elementos definida por 4 ou 3 nós, conforme ilustra a figura 3.8.

Os elementos da superfície de contato são associados com os elementos da superfície alvo através do compartilhamento da mesma constante real.



**Figura 3.8: Representação esquemática dos elementos de contato.**  
**Fonte: ANSYS Help System Release 6.0.**

A resistência à penetração dos elementos de contato é dada pelo fator FKN que define a rigidez normal de contato. A variação deste fator, no ANSYS, é dada pelo intervalo 0,01 – 10. Pequenos valores para esse fator implicam em maior facilidade de convergência, porém com maior penetração. Testes preliminares mostraram uma interação satisfatória entre as superfícies de contato para valores de 1,0 a 10 sem o comprometimento do desempenho computacional.

A rigidez do contato tangencial FKT é proporcional à rigidez normal, e esta é definida pelo ANSYS de modo automático.

O fator FTOLN define um valor de tolerância à penetração a ser considerada na direção normal à superfície dos elementos. A escala desse fator é baseada na espessura do elemento e deve ser menor que 1,0 (geralmente inferior a 0,2).

### 3.4.2.3 – Elemento de Barra

Conforme comentado anteriormente, foi também utilizado um elemento unidimensional de barra para representar um acréscimo ao comprimento da viga constituído por elementos sólidos. Esse procedimento foi adotado com o intuito de diminuir o número de elementos nas regiões onde apenas a transmissão de esforços é preponderante (próximo à extremidade da viga) sem

o comprometimento da análise na região da ligação.

Para obter o comportamento desejado, foi utilizado o elemento unidimensional **BEAM3**, representado na figura 3.9, composto por dois nós, cada um com três graus de liberdade (translação nas duas direções do plano e rotação na direção perpendicular ao plano do elemento).

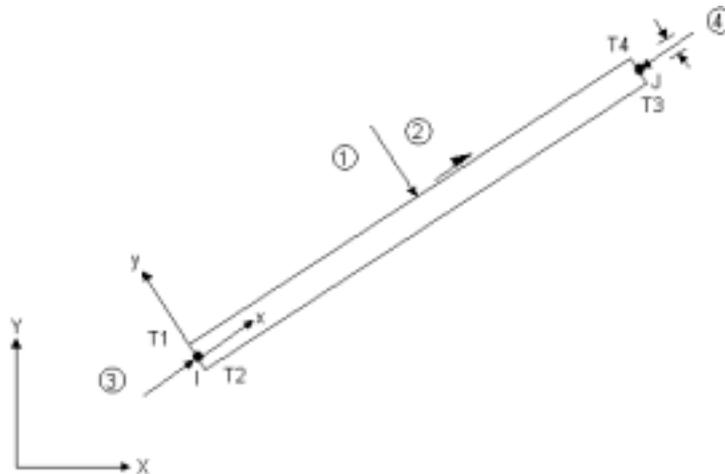


Figura 3.9: Representação do elemento de barra.  
Fonte: ANSYS Help System Release 6.0.

O elemento **BEAM3** é definido através da área da seção transversal, da inércia rotacional, da altura da seção e das propriedades do material. Nas simulações numéricas realizadas foram utilizadas apenas as propriedades do aço no regime elástico, uma vez que na região representada pelo elemento de barra, os esforços atuantes não são suficientes para que seja atingido o regime inelástico.

A continuidade dos esforços dos elementos de barra (**BEAM3**) para os elementos volumétricos (**SOLID45**) na viga é garantida pelo acoplamento dos graus de liberdade nos nós de interseção dos dois tipos de elemento (ver figura 3.11).

### 3.4.3 – Características dos Materiais

Na análise numérica foram utilizados dois tipos de materiais para representar os componentes da ligação.

O comportamento dos materiais da viga, pilar, chapa de ligação, anéis

metálicos e parafusos foram caracterizados pelos diagramas multi-lineares, já comentados no item 3.2.1, cujas constantes são utilizadas para todos os modelos e estão indicadas na tabela 3.4, para cada componente da ligação.

Tabela 3.4: Características dos materiais – E,  $f_y$  e  $f_u$  em  $\text{kN/cm}^2$ .

|                 | Viga     | Coluna   | Parafuso e Porca |
|-----------------|----------|----------|------------------|
| E               | 20500    | 20500    | 20500            |
| $f_y$           | 34,5     | 34,5     | 63,5             |
| $\varepsilon_1$ | 0,001682 | 0,001682 | 0,003097         |
| $f_y$           | 34,5     | 34,5     | 82,5             |
| $\varepsilon_2$ | 0,01851  | 0,01851  | 0,010841         |
| $f_u$           | 48,5     | 48,5     | 82,5             |
| $\varepsilon_3$ | 0,201951 | 0,201951 | 0,02478          |

Note-se que para a viga, pilar, anéis metálicos e chapa de ligação, considerou-se o mesmo tipo de material, adotando-se os valores de E,  $f_y$  e  $f_u$  indicados no catálogo da USIMINAS, sendo os valores das deformações específicas  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$ , determinados conforme o modelo de Sherbourne e Bahaari (1996a e b), considerando-se  $\varepsilon_1 = \varepsilon_y = f_y/E$  e:

- Para a viga, pilar, anéis metálicos e a chapa de ligação:

$$\varepsilon_2 = 11 \varepsilon_1 \text{ e } \varepsilon_3 = 21 \varepsilon_1$$

- Para os parafusos:

$$\varepsilon_2 = 3,5 \varepsilon_1 \text{ e } \varepsilon_3 = 8 \varepsilon_1$$

#### 3.4.4 – Definição da Malha de Elementos Finitos

Neste item são apresentados alguns detalhes das malhas geradas para os componentes da ligação e referentes aos elementos de contato, ressaltando que a definição da malha de elementos finitos é parte essencial da análise, na qual a geometria é moldada com os elementos finitos previamente escolhidos.

##### 3.4.4.1 – Viga

As malhas de elementos finitos utilizadas para modelar a viga estão representadas nas figuras 3.10.a e 3.10.b, observando nesta última a simetria do recorte na alma da viga, enquanto na figura 3.10.a observa-se que o recorte está acima do eixo médio da viga.

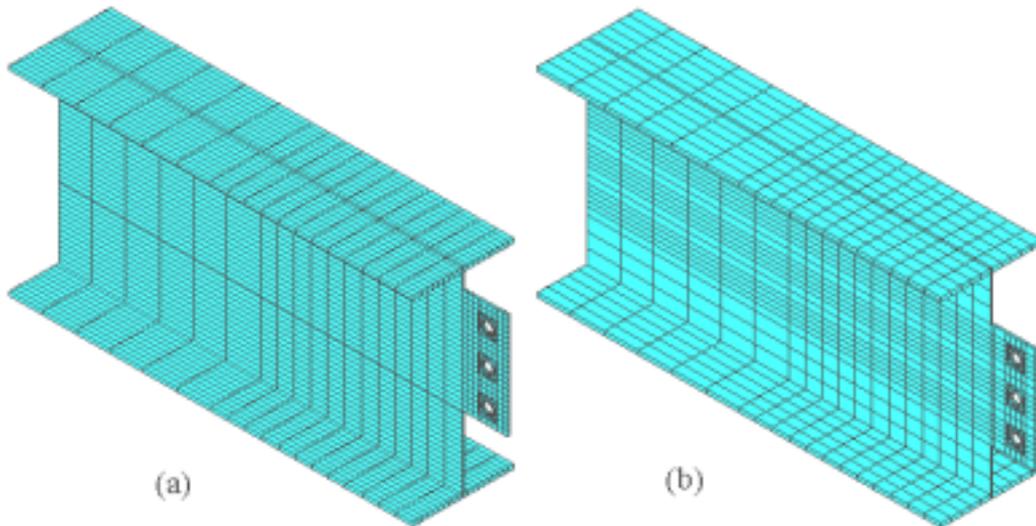


Figura 3.10: Malha de elementos finitos para viga.

Como já mencionado, adotou-se 6m para comprimento total do vão da viga, utilizando-se elementos finitos tridimensionais na faixa de comprimento equivalente a  $2H$  (sendo  $H$  a altura da viga) a partir da ligação, com a utilização do elemento de barra no trecho restante.

A transmissão dos deslocamentos e rotações dos elementos de barra, para os tridimensionais foi garantida através do acoplamento dos graus de liberdade na seção de interseção dos dois tipos de elementos (figura 3.11), garantindo assim a continuidade dos esforços.

Esse acoplamento foi executado considerando-se as condições representadas pelas equações (3.1) e (3.2):

$$U_{y(\text{SOLID})} = U_{y(\text{BEAM})}; \quad (3.1)$$

$$U_{x(\text{SOLID})} = U_{x(\text{BEAM})} + \text{ROT}_{z(\text{BEAM})} \cdot d_{y(\text{BEAM-SOLID})} \quad (3.2)$$

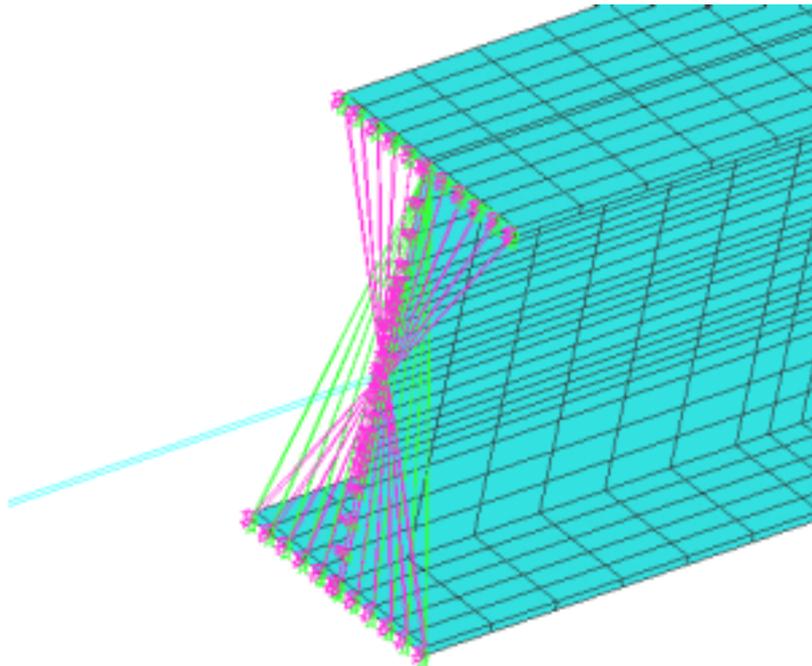


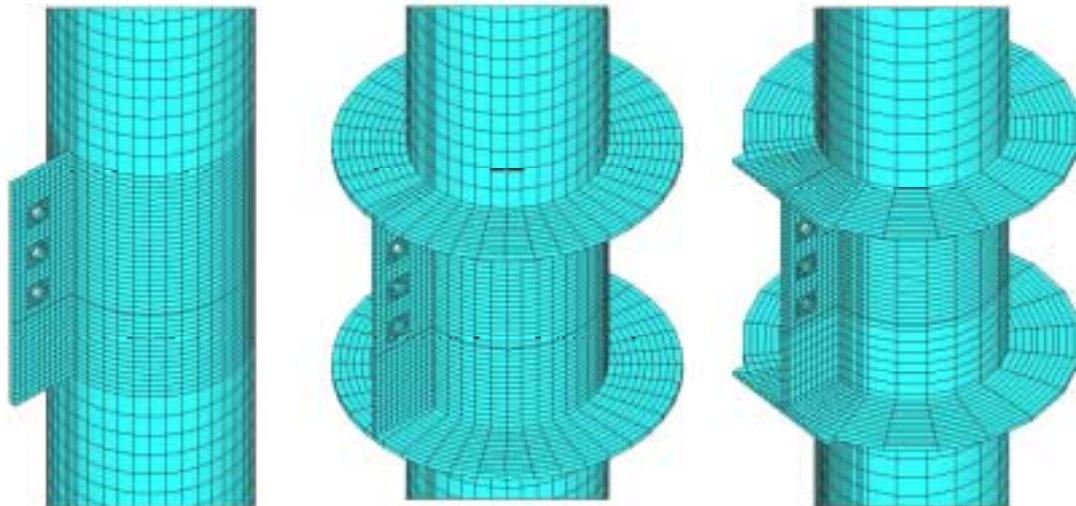
Figura 3.11: Acoplamento dos nós na seção de interseção BEAM-SOLID.

Os parâmetros  $U_x$  e  $U_y$  correspondem aos deslocamentos segundo as direções X e Y dos nós dos elementos SOLID e BEAM;  $ROT_z$  é a rotação, em torno do eixo Z, do nó do elemento BEAM e  $d_y$  é a distância, medida segundo a direção Y, entre o nó do elemento BEAM e os demais nós dos elementos SOLID situados na seção transversal, sendo o nó do elemento BEAM considerado como nó de referência.

#### 3.4.4.2 – Pilar, Chapa de Ligação e Anéis Metálicos

São apresentadas nas figuras 3.12.a, 3.12.b e 3.12.c as malhas de elementos finitos do pilar com a chapa, respectivamente para as configurações sem anéis, com anéis e com os anéis soldados às mesas da viga.

A altura do pilar foi estendida, acima e abaixo da viga, com comprimentos equivalentes a 2 vezes da altura da viga, com discretização utilizando elementos finitos tridimensionais ao longo de toda a altura. Detalhes sobre a consideração do apoio e suas vinculações serão abordados no item referente às condições de contorno e carregamento.

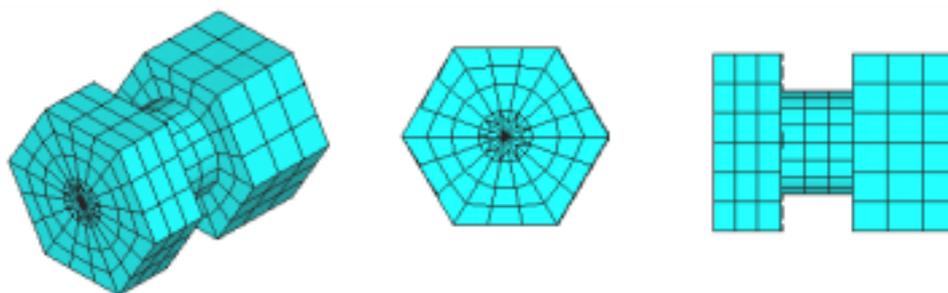


a) Ligação sem anéis      b) ligação com anéis simples      c) ligação com anéis soldados  
 Figura 3.12: Malhas de elementos finitos dos pilares, chapas e anéis.

### 3.4.4.3 – Parafusos

Para a análise numérica, como estabelecido na geometria esquematizada na figura 3.6, consideraram-se os parafusos e porcas como sendo elementos únicos.

A malha do conjunto parafuso/porca pode ser visualizada nas figuras 3.13.a, 3.13.b e 3.13.c, onde são apresentadas, respectivamente, as vistas em perspectiva, frontal e lateral do conjunto, observando-se que a cabeça do parafuso e a porca são sextavadas.



a) Perspectiva      b) Vista frontal      c) Vista lateral  
 Figura 3.13: Malha do conjunto parafuso/porca.

### 3.4.4.4 – Elementos de Contato

A representação de todas as possíveis interações entre os componentes da ligação é feita pelos elementos de contato, existindo, no tipo de ligação em estudo, os seguintes pares de contato entre superfícies (ver figura 3.14).

- Contato 1: cabeça do parafuso com a chapa de ligação;
- Contato 2: porca do parafuso com o recorte da alma da viga;
- Contato 3: fustes dos parafusos com as paredes dos furos da chapa de ligação e do recorte da alma da viga; e
- Contato 4: superfície entre a chapa de ligação e o recorte da alma da viga.

De acordo com a numeração dos contatos, a figura 3.14 apresenta a localização das superfícies, em uma vista de topo do modelo.

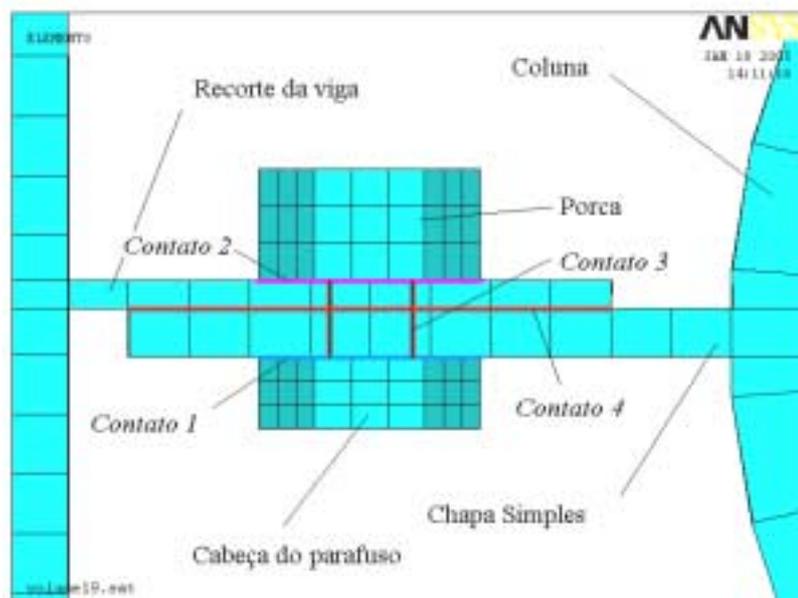


Figura 3.14: Posicionamento dos elementos de contato.

#### 3.4.4.5 – Condições de Contorno

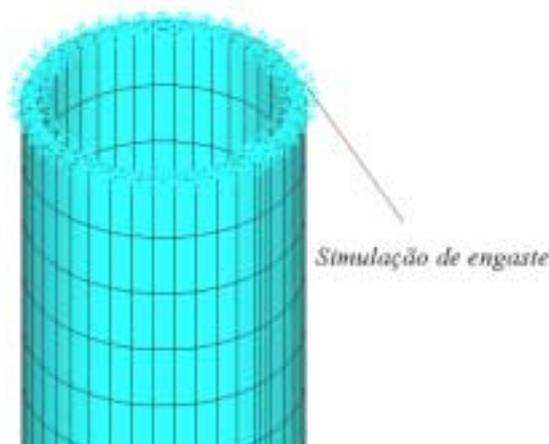


Figura 3.15: Simulação de engaste na extremidade da coluna.

As condições de contorno de deslocamento foram adotadas apenas nos nós das extremidades das colunas, restringindo-se todos os graus de liberdade (translações nas três direções) simulando engaste, como apresentado na figura 3.15.

#### 3.4.4.6 – Carregamento

O carregamento nos modelos numéricos foi introduzido em duas fases distintas:

- i. Protensão dos parafusos; e
- ii. Carregamento da viga.

A protensão ou aperto de montagem foi simulado através de um carregamento auxiliar, de acordo as recomendações normativas, aplicando-se um decréscimo de temperatura aos elementos que compõem o fuste dos parafusos.

Assim, como resultado da aplicação desse carregamento, os parafusos sofrem encurtamentos que, sendo impedidos pela chapa de ligação e pelo recorte da alma da viga, simulam o comportamento devido à protensão, ou seja, são introduzidas tensões positivas no fuste e pressões de contato entre a chapa e o recorte da alma da viga.

A variação de temperatura utilizada foi calculada de modo a resultar em uma força de protensão equivalente a **125kN** para os parafusos de 19mm de diâmetro, de acordo com as recomendações da NBR 8800 (1986), obtendo-se os valores apresentados na tabela 3.5.

**Tabela 3.5: Variação de temperatura e força de protensão.**

| Diâmetro do parafuso | Força de protensão | Variação de temperatura |
|----------------------|--------------------|-------------------------|
| 19mm                 | 125KN              | -320°C                  |

Terminada a fase de protensão, inicia-se então o carregamento propriamente dito do modelo, através da aplicação de forças verticais, de cima para baixo, no meio do vão da viga, ao longo do trecho de 1m, como mostrado na figura 3.16.

Foram utilizados dois elementos de barra BEAM3 na simulação da continuidade da viga, devido à assimetria da ligação, dotando-se cada

elemento de barra de área e momento de inércia equivalentes à metade dos correspondentes valores do perfil escolhido para a viga.

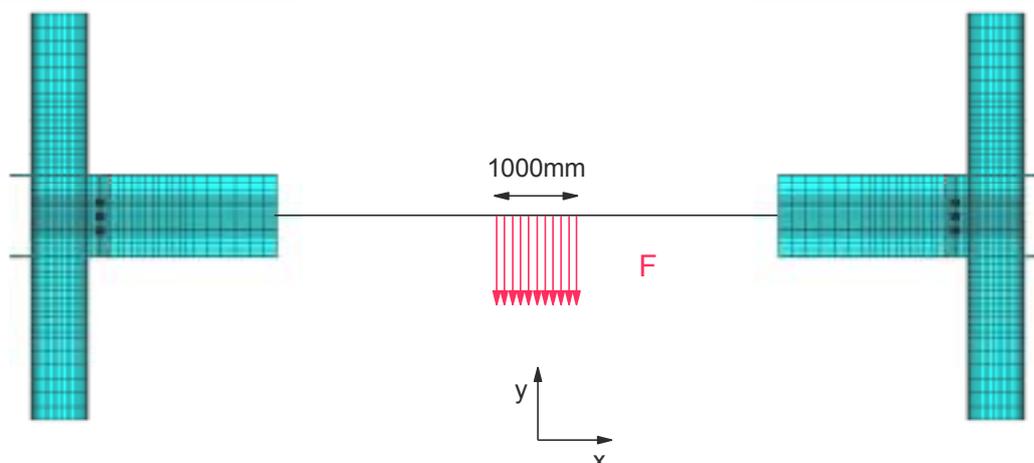


Figura 3.16: Carregamento aplicado no meio do vão da viga.

O valor máximo da carga vertical foi estabelecido para cada modelo, de acordo com valor encontrado no dimensionamento que se encontra em anexo, conforme a NBR 8800 (1986).

### 3.5 – Processamento dos Modelos Numéricos

Os modelos numéricos foram processados considerando-se as não-linearidades física e geométrica, como já mencionado em itens anteriores.

As análises numéricas não-lineares foram realizadas utilizando-se o método de Newton-Raphson padrão, com controle do número de iterações e do tamanho do passo de carga e verificação da convergência por meio da norma de energia.

O tamanho de cada etapa do carregamento (protensão e aplicação das forças), foi definido indicando-se a amplitude máxima e mínima de cada incremento de carga para cada etapa, sendo o controle do aumento ou diminuição de cada incremento efetuado de forma automática pelo programa, em função do não atendimento às condições de convergência.

Dessa forma, a análise numérica é interrompida quando não é atendido o

critério de convergência para o menor incremento de carga, em uma dada etapa de aplicação do carregamento, após o número máximo de iterações especificado.

O tempo total de processamento dos modelos numéricos teve uma duração média de 6 horas, usando-se um computador com processador Pentium 4 – 1,8GHz – 256MB de memória RAM.

# COMPARAÇÕES E RESULTADOS DA ANÁLISE NUMÉRICA

## 4.1 – Introdução

São apresentados neste capítulo os resultados referentes à análise numérica desenvolvida no âmbito deste trabalho. Tendo em vista que não é possível, nem conveniente, apresentar todos os resultados obtidos numericamente, foram escolhidos os mais representativos, de modo a possibilitar a análise das ligações, objetivando a verificação de seu comportamento.

De acordo com esse enfoque, serão analisados e discutidos os resultados referentes aos deslocamentos relativos entre chapa de ligação e recorte da alma da viga, curvas cortante-rotação, carga-deflexão, tensões longitudinais e de plastificação na região da ligação, parafusos, distribuição de tensões na viga e na solda.

Além disso, na apresentação dos resultados dos modelos numéricos, serão adicionados, quando conveniente, resultados analíticos provenientes da resistência dos materiais e das hipóteses básicas de cálculo, convencionalmente adotadas para o dimensionamento das ligações por chapa simples.

Dessa forma, para a apresentação dos resultados, serão mostrados inicialmente resultados referentes às tensões, ressaltando-se as diferenças e

comparações entre as várias configurações dos modelos. Em seguida será feito o mesmo processo referente aos deslocamentos, de acordo com as denominações dos modelos indicadas no capítulo anterior, na tabela 3.3. Por fim, serão feitas considerações a respeito das regiões de plastificação e tensões nos tubos, estabelecendo-se comparações com os resultados apresentados no anexo, a partir das recomendações da NBR 8800 (1986) para o dimensionamento de ligações.

## 4.2 – Tensões

A análise das tensões na viga teve como objetivo fundamental a comparação com os valores analíticos esperados, obtidos por meio da teoria de flexão simples, como forma de analisar a confiabilidade dos resultados numéricos.

Serão analisadas as tensões longitudinais na alma da viga nas regiões de recorte, a uma distância de  $H$  e  $2H$ , estabelecendo-se comparações para as diferentes configurações analisadas. Também serão objeto de estudo e comparações as tensões longitudinais na região de junção da chapa de ligação com a coluna.

### 4.2.1 – Tensões Longitudinais na Alma Viga

Para a análise da distribuição de tensões longitudinais na viga, como anteriormente mencionado, foram consideradas as seções de recorte da alma da viga, situada a  $H$ , e também a  $2H$  da primeira, sendo  $H$  a altura da viga, como indicado na figura 4.1.

As tensões longitudinais nas seções a  $H$  e  $2H$  do recorte da alma da viga, do modelo I.1.a estão representadas nas figuras 4.2 e 4.3, respectivamente. A comparação com a teoria de flexão simples, para as mesmas seções, considerando-se um momento fletor de  $492\text{kNcm}$ , está representada na figura 4.4. Estas tensões mostraram-se bastante uniformes, verificando-se uma diferença inferior a 10% em relação aos resultados teoricamente previstos.

Para as configurações sem os anéis metálicos, a comparação com a teoria da flexão é feita considerando-se uma viga biapoiada.

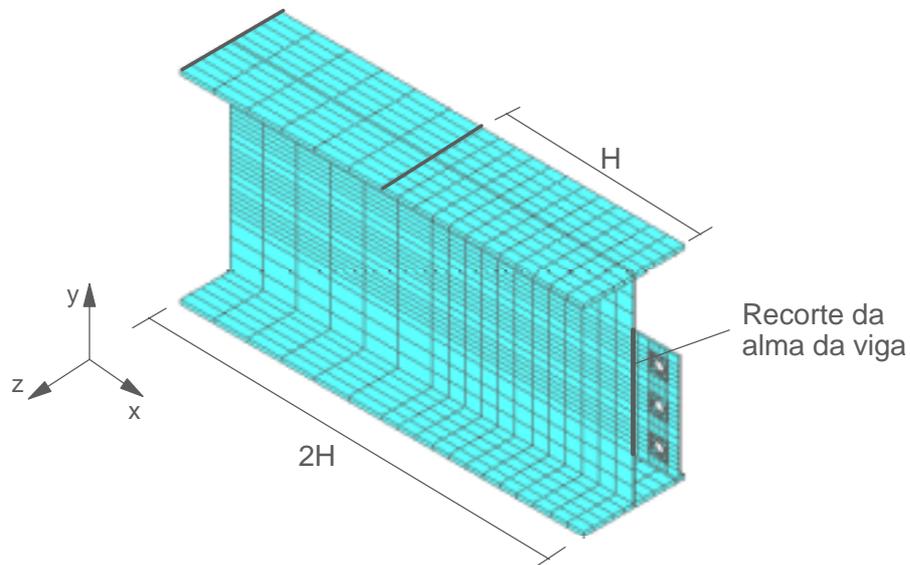


Figura 4.1: Posição das seções transversais na viga.

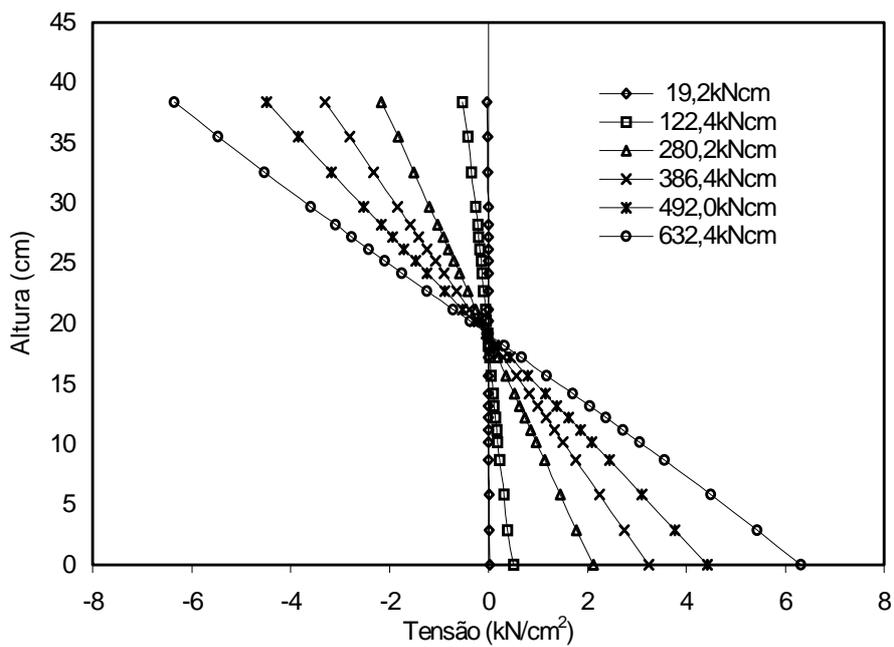


Figura 4.2: Tensões longitudinais na alma da viga na seção H.

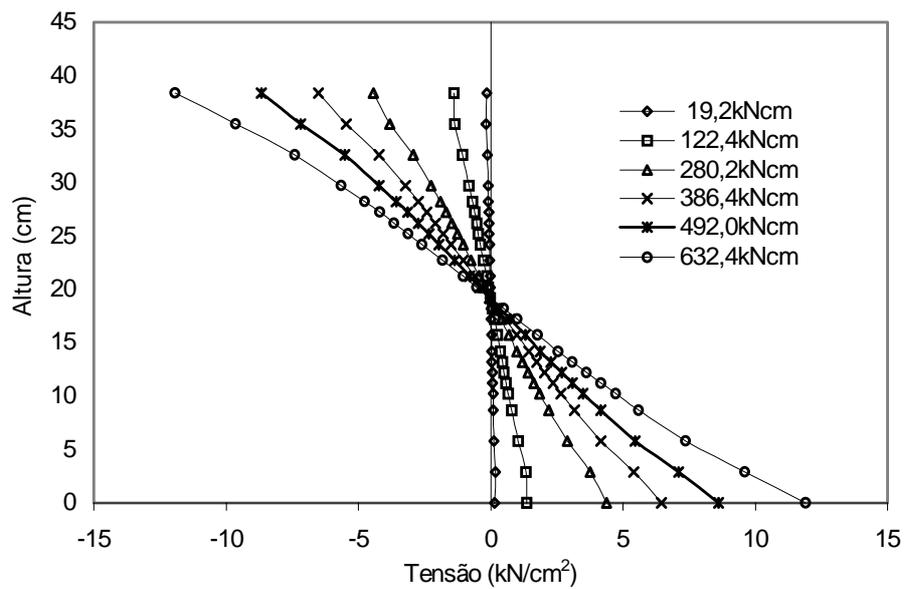


Figura 4.3: Tensões longitudinais na alma da viga na seção 2H.

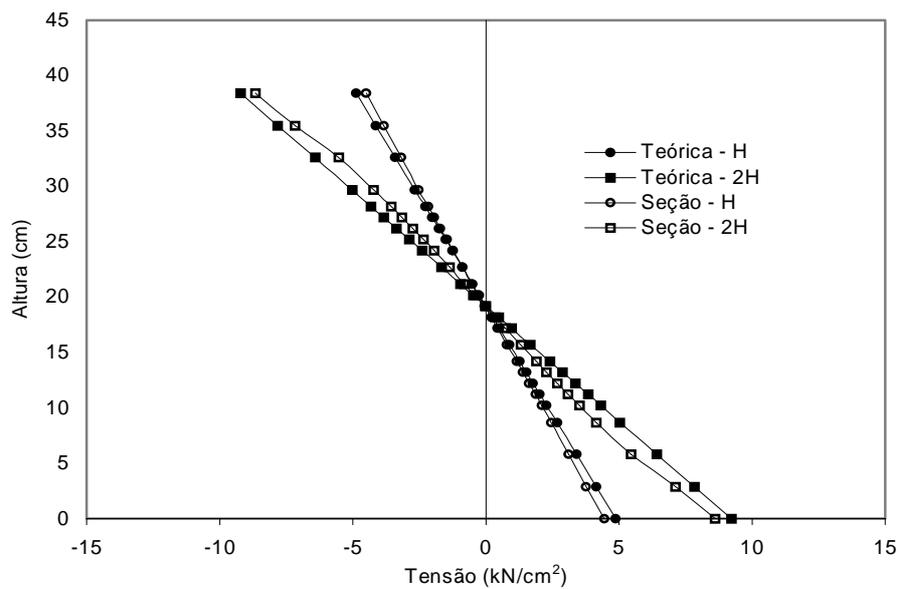
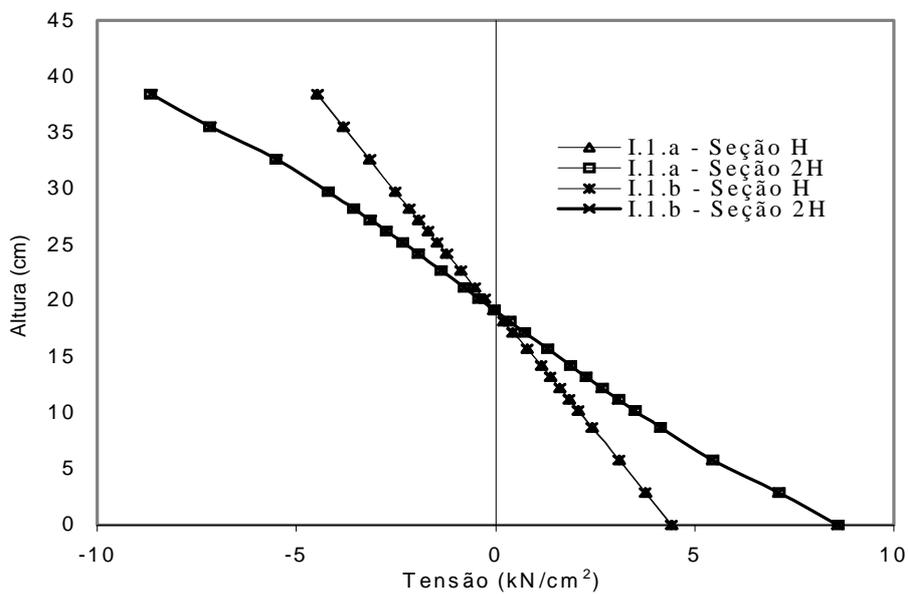


Figura 4.4: Comparação das tensões longitudinais na alma da viga com a teoria de flexão simples, nas seções H e 2H.

Os resultados apresentados nas figuras 4.2, 4.3 e 4.4, referem-se ao modelo I.1.a, que não possui anéis metálicos. Na figura 4.5 é apresentada a comparação direta das tensões longitudinais nas seções situadas a H e a 2H do recorte da alma da viga, entre os modelos I.1.a e I.1.b, considerando-se a influência da presença dos anéis metálicos, sem soldagem dos mesmos às

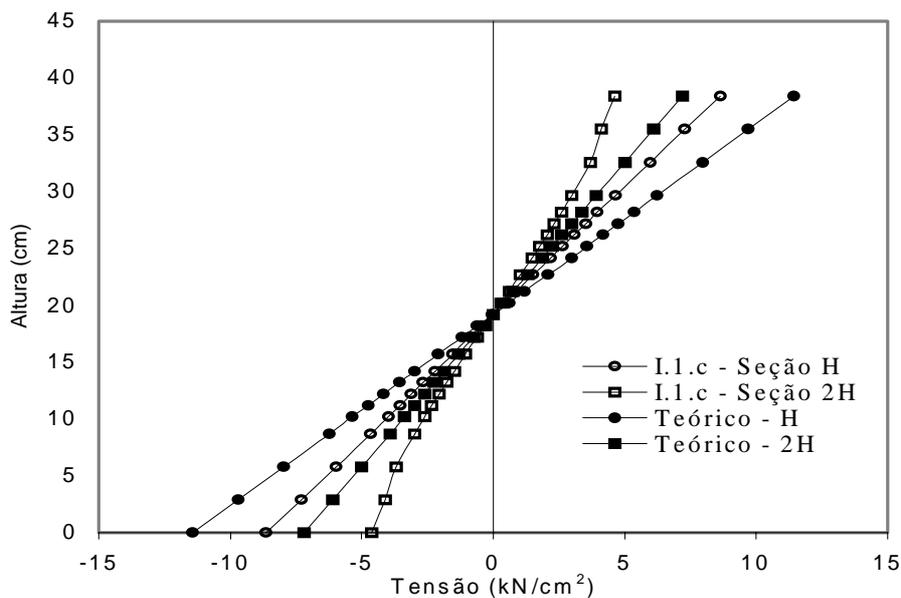
mesas da viga, para um carregamento de 492kNcm.



**Figura 4.5: Comparação das tensões longitudinais na alma da viga para os modelos I.1.a e I.1.b, nas seções H e 2H.**

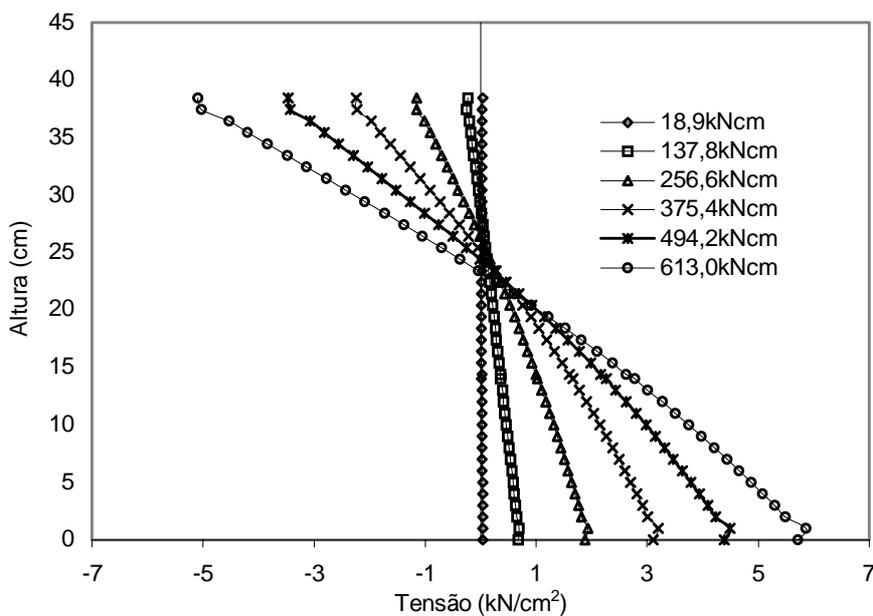
O gráfico apresentado na figura 4.5 mostra que a simples presença dos anéis metálicos, quando não soldados às mesas da viga, não exerce influência na distribuição de tensões longitudinais nas almas das vigas.

Já no caso do modelo I.1.c, com anéis metálicos soldados às mesas das vigas, a comparação é feita baseando-se nos resultados teóricos obtidos para uma viga biengastada (figura 4.6).



**Figura 4.6: Comparação das tensões longitudinais na alma da viga do modelo I.1.c com a teoria de flexão simples, nas seções H e 2H.**

Para uma carga de 161kN aplicada no meio do vão, observa-se na figura 4.6, que o comportamento do modelo I.1.c, com anéis soldados às mesas das vigas, assemelha-se ao de uma viga biengastada.



**Figura 4.7: Tensões longitudinais na alma da viga nas seções H e 2H do modelo II.1.a.**

Os resultados já apresentados referem-se aos modelos onde o recorte da alma da viga é simétrico em relação ao eixo médio da mesma. Nos modelos em que há assimetria do recorte, as tensões longitudinais mostraram-se uniformes, porém, há um deslocamento das tensões em relação à linha neutra, como pode ser observado na figura 4.7, onde se têm as tensões longitudinais do modelo II.1.a, na seção H.

#### 4.2.2 – Tensões Longitudinais no Recorte da Alma Viga

Devido às diferentes configurações analisadas, o modelo I.1.a será tomado como base para as comparações. Inicialmente será mostrado o comportamento das tensões longitudinais no recorte da alma da viga e, em seguida, serão apresentadas as comparações em relação à presença dos anéis metálicos e em relação ao posicionamento do recorte.

Observa-se, na figura 4.8, que a partir da carga de 20,4kN há uma mudança na distribuição de tensões longitudinais na região. Isso se deve à pressão exercida pela protensão nos parafusos, ou seja, inicialmente o aperto nos parafusos impede o escorregamento relativo entre a viga e a chapa de ligação.

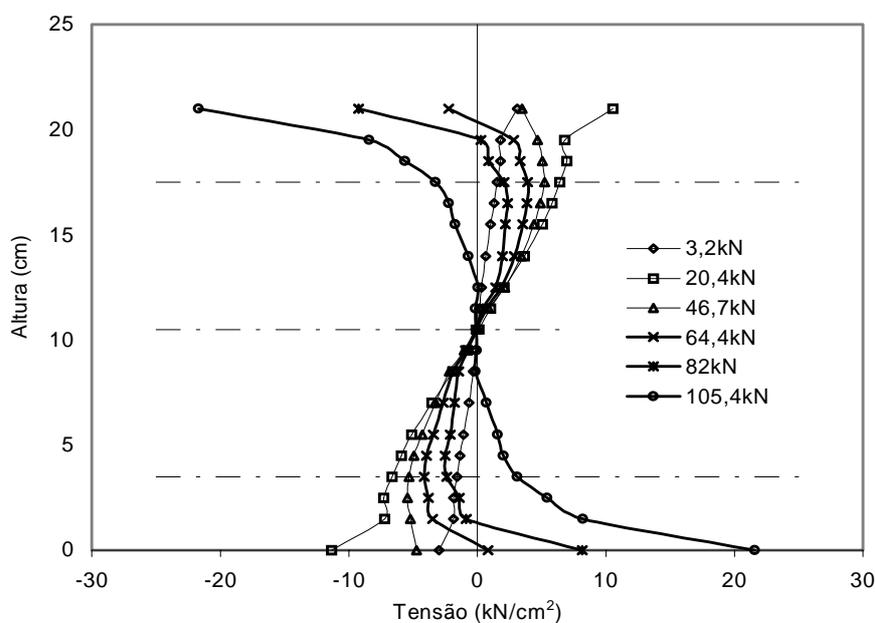


Figura 4.8: Tensões longitudinais no recorte da alma da viga do modelo I.1.a.

As linhas tracejadas da figura 4.8 indicam o posicionamento dos parafusos, e é justamente nessas posições onde há mudança da curvatura do gráfico, observando-se, também, a simetria existente na distribuição de tensões longitudinais.

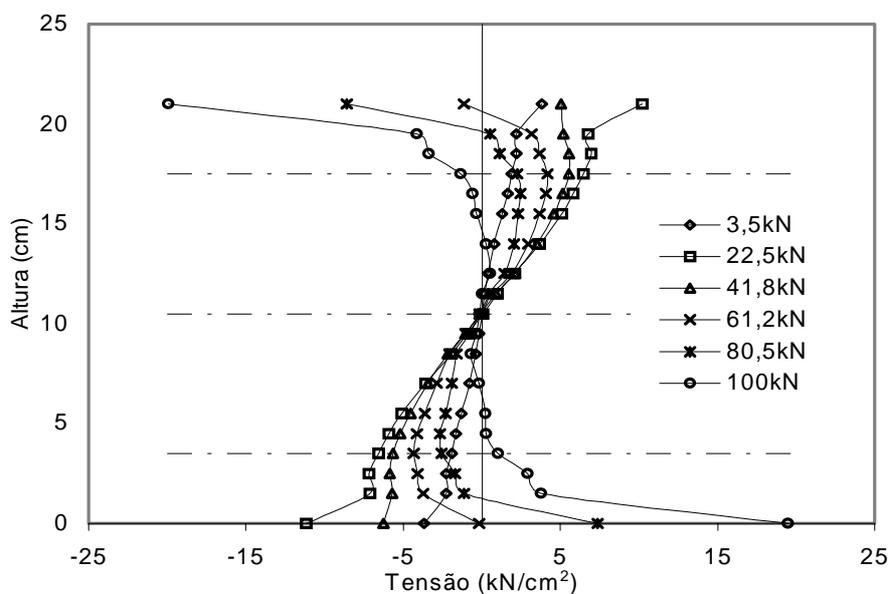


Figura 4.9: Tensões longitudinais no recorte da alma da viga do modelo I.1.b.

A presença dos anéis metálicos, quando não soldados às mesas da viga, do modelo I.1.b, não demonstrou exercer influência na distribuição de tensões longitudinais na seção em questão (figura 4.9), observando-se um comportamento equivalente ao modelo I.1.a, como pode ser observado na figura 4.8.

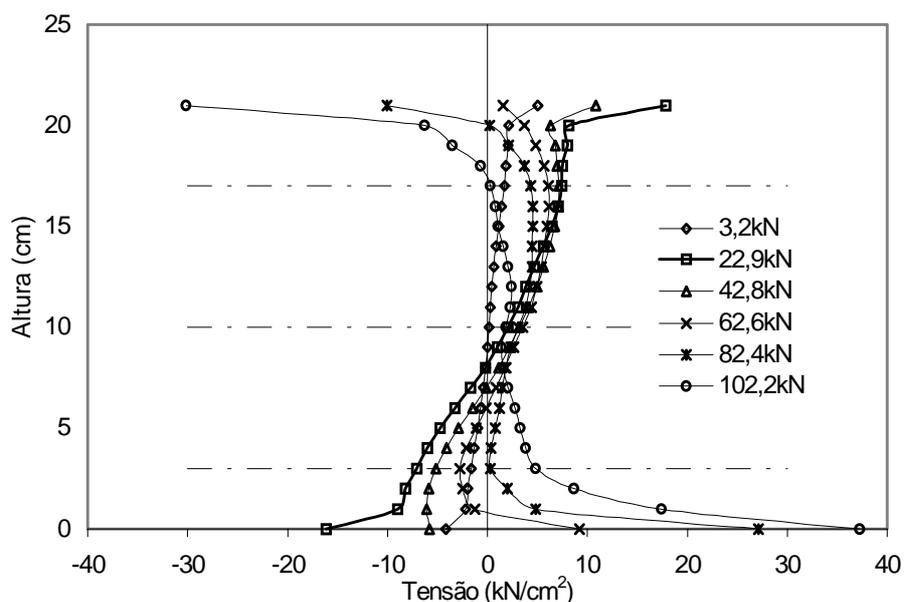


Figura 4.10: Tensões longitudinais no recorte da alma da viga do modelo II.1.a.

A diferença básica entre os modelos I.1.a e II.1.a, este último com recorte da alma da viga não simétrico em relação ao eixo médio da viga, é a amplitude das tensões. As tensões de compressão local no modelo II.1.a mostraram-se próximas às do modelo I.1.a, enquanto que as de tração local foram aproximadamente o dobro, como pode ser observado na figura 4.10, para um mesmo carregamento.

Para a configuração do modelo I.1.c, cujos anéis metálicos são soldados às mesas da viga, a distribuição de tensões longitudinais está representada na figura 4.11.

Percebe-se que os anéis, por estarem soldados, absorvem tensões, aliviando assim a região em análise, tomando-se como parâmetro de comparação os modelos I.1.a e I.1.b, mostrados anteriormente. Observa-se, também a influência da presença dos parafusos na distribuição de tensões.

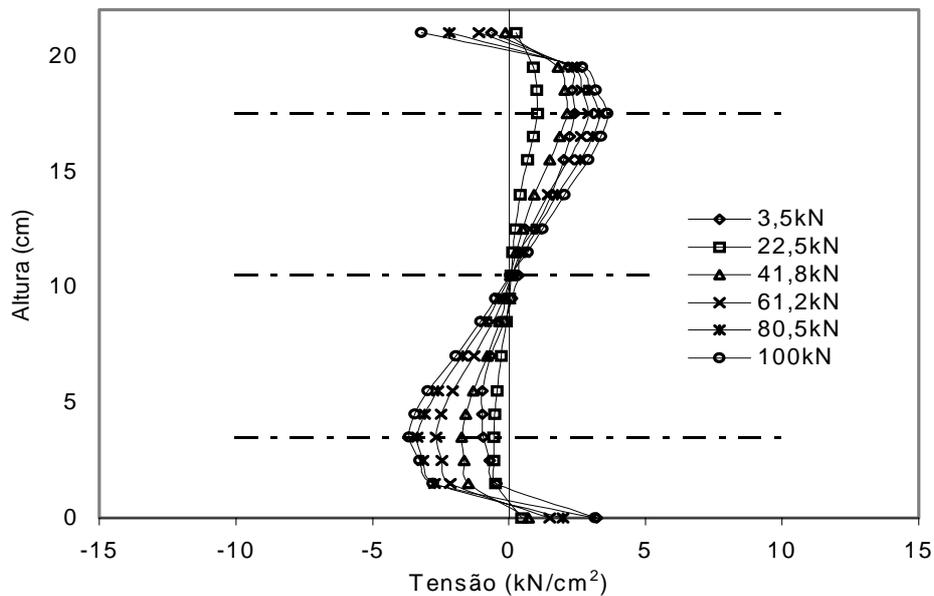


Figura 4.11: Tensões longitudinais no recorte da alma da viga do I.1.c.

#### 4.2.3 – Tensões Longitudinais na Região da Solda

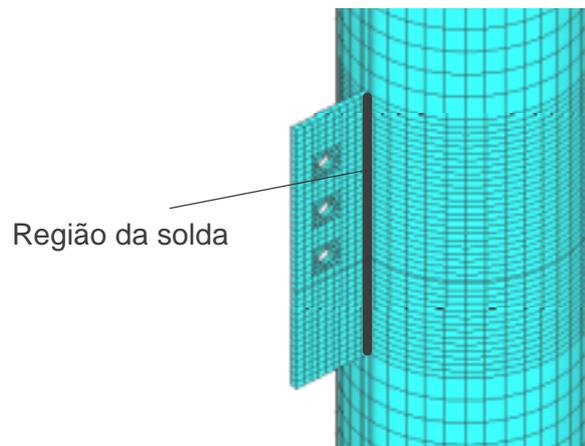
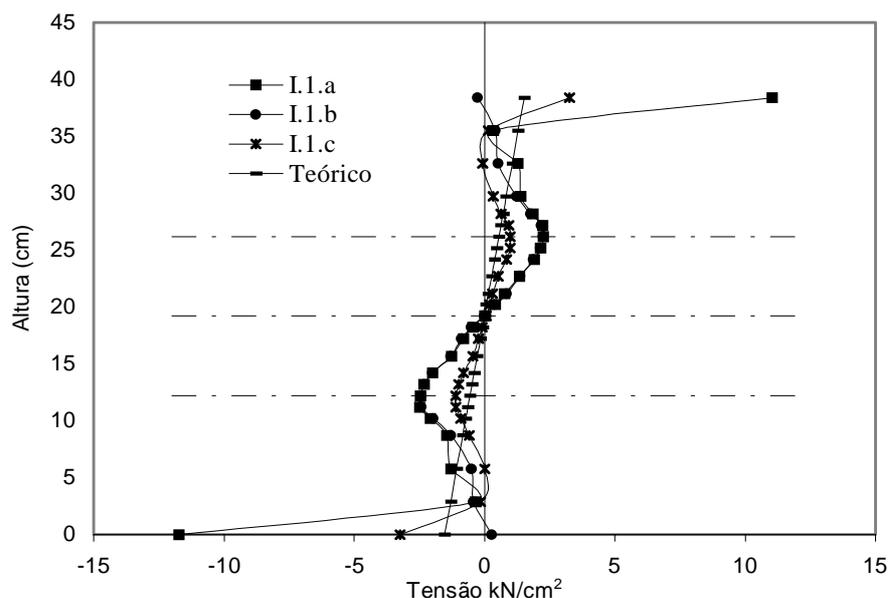


Figura 4.12: Região de conexão da chapa de ligação com a coluna.

Como já comentado, foi adotada uma simplificação nos modelos numéricos, suprimindo-se a representação da solda de conexão da coluna à chapa de ligação, assumindo-se assim uma perfeita continuidade entre esses elementos. Desse modo, para a análise das tensões na região de ligação entre a chapa e o pilar, foram considerados os valores médios encontrados na região apresentada na figura 4.12.

Na figura 4.13 é apresentada a comparação das tensões longitudinais

obtidas na mencionada região dos modelos I.1.a, I.1.b, I.1.c, para uma solicitação de 480kNcm, apresentando-se ainda os valores teóricos obtidos com a utilização da teoria de flexão simples. É importante ressaltar a grande influência exercida pelos dos anéis, cuja presença altera, sensivelmente, tanto a distribuição quanto a intensidade das tensões na ligação da chapa com o pilar.



**Figura 4.13: Tensões longitudinais na região da solda para os modelos I.1.a, I.1.b, I.1.c.**

Para o mesmo valor de solicitação, considerando-se os resultados obtidos para os modelos I.1.a e II.1.a (respectivamente com recorte simétrico e não simétrico da alma da viga), as tensões longitudinais apresentaram diferenças significativas nas regiões próximas à extremidade superior da chapa de ligação. Nesse caso, em particular, no modelo II.1.a a tensão de tração atingiu valor equivalente a 3 (três) vezes o observado no modelo I.1.a (figura 4.14), indicando que a posição do recorte exerce grande influência na distribuição de tensões na região da solda.

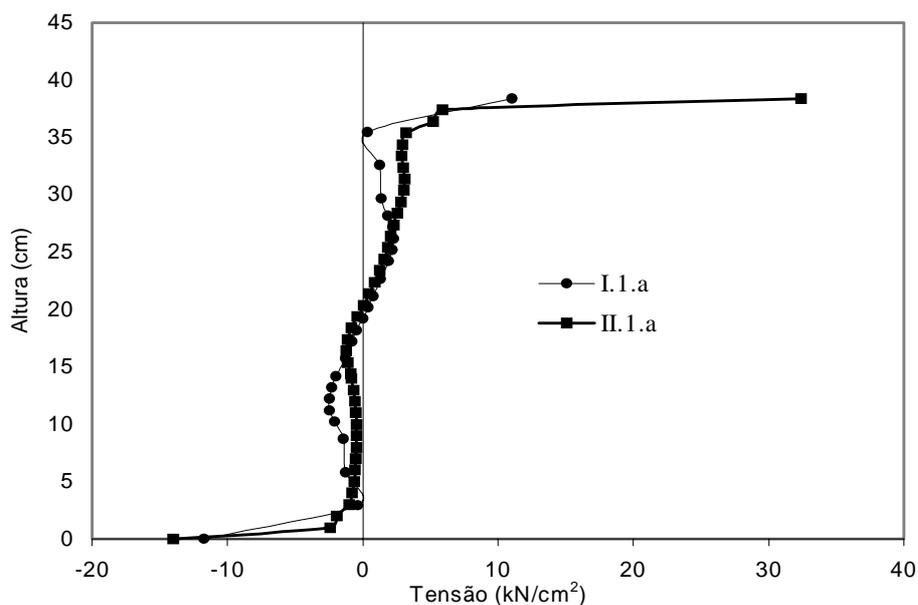


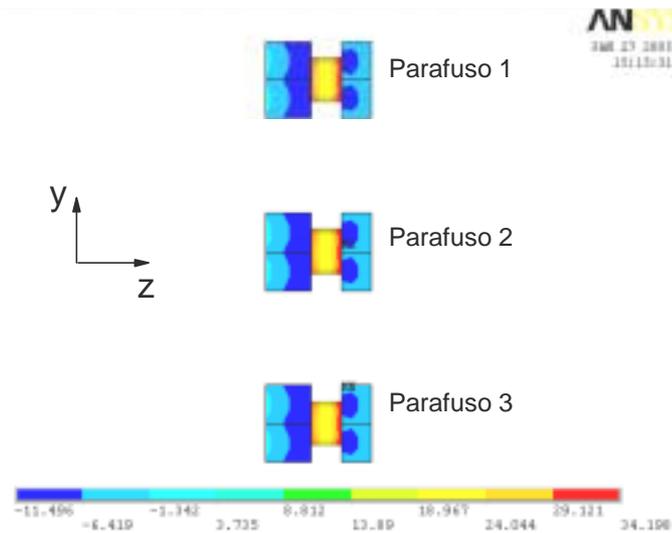
Figura 4.14: Tensões longitudinais na região da solda para os modelos I.1.a e II.1.a.

#### 4.2.4 – Tensões nos Parafusos

Sabe-se, pela configuração da ligação, que os esforços cortantes representam as solicitações predominantes nos parafusos, embora a excentricidade existente entre os planos médios da chapa de ligação e da alma da viga proporcione o aparecimento de pequenos esforços de tração nos parafusos, principalmente quando da ocorrência de flambagem lateral com torção.

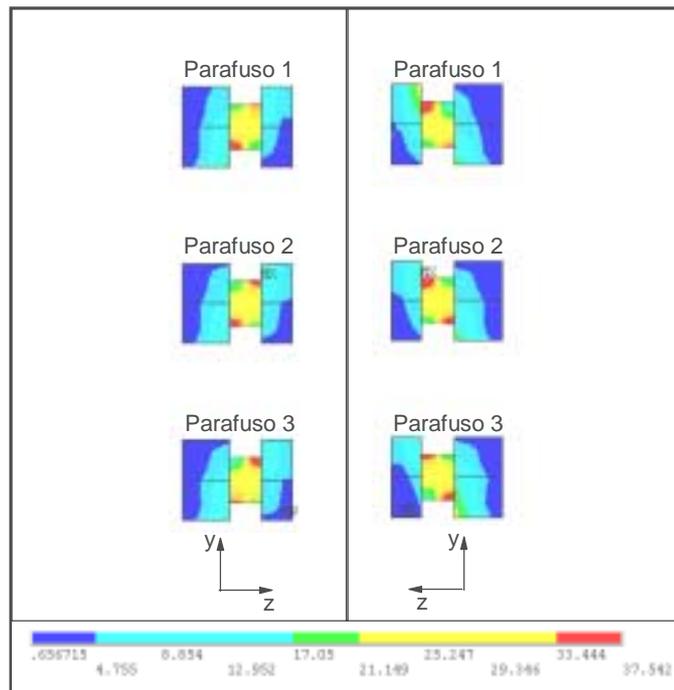
Na figura 4.15 é apresentada a distribuição de tensões nos parafusos, devidas à protensão (simulada com a aplicação de diferença de temperatura nos nós dos fustes), indicando-se, ainda, a numeração dos parafusos para uma futura referência.

Lembrando que foi adotado um valor para  $f_y$  de  $63,5\text{kN/cm}^2$  para o material dos parafusos, observou-se, para o modelo I.1.a, tensões máximas de  $37,5\text{kN/cm}^2$  na fase final de carregamento, quando outros elementos de ligação já haviam atingido a plastificação.



**Figura 4.15: Distribuição das tensões ao longo dos fustes dos parafusos devido à protensão.**

A figura 4.16 ilustra situações típicas de distribuição de tensões nos parafusos, observando-se maiores tensões nos fustes nas regiões em contato com as paredes dos furos da chapa de ligação e da alma da viga.



**Figura 4.16: Tensões resultantes nos parafusos.**

Procurou-se verificar quanto cada parafuso absorve do esforço vertical aplicado. Para a determinação desses resultados, foi adotada a tensão

cisalhante média na região próxima do contato entre a alma da viga e a chapa de ligação, simulando assim a seção de corte nos fustes. Na tabela 4.1 tem-se a parcela de cortante absorvida pelos parafusos de cada modelo.

**Tabela 4.1 - Porcentagens de esforços verticais absorvidos pelos modelos (%).**

| Modelo | (%)  |
|--------|------|
| I.1.a  | 53,9 |
| I.1.b  | 53,3 |
| I.1.c  | 15,0 |
| II.1.a | 52,1 |
| II.1.b | 52,7 |
| II.1.c | 16,1 |

No dimensionamento de ligações por chapa simples, considera-se que o esforço vertical aplicado é dividido de forma igual entre os parafusos, como pode ser observado no anexo. Na tabela 4.2 tem-se a divisão da distribuição das tensões de corte entre os parafusos, para várias etapas de carregamento.

A distribuição de cortantes, entre os parafusos dos modelos onde anéis metálicos estão conectados às vigas mostraram-se consideravelmente uniformes. Já nos modelos I.1.a, I.1.b, II.1.a e II.1.b, nas etapas iniciais de carregamento o parafuso 2 foi o mais solicitado pelo esforço cortante, como pode ser observado na tabela 4.2.

**Tabela 4.2 – Porcentagens das cargas absorvidas por parafuso (%).**

| Modelo   | Parafuso 1 |      |             |      |      | Parafuso 2 |      |             |      |      | Parafuso 3 |      |             |      |      |
|--|------------|------|-------------|------|------|------------|------|-------------|------|------|------------|------|-------------|------|------|
|  | 44         | 88   | 132         | 176  | 200  | 44         | 88   | 132         | 176  | 200  | 44         | 88   | 132         | 176  | 200  |
| <i>Carregamento aplicado no meio do vão (kN)</i> |            |      |             |      |      |            |      |             |      |      |            |      |             |      |      |
| <i>Porcentagem absorvida por parafuso (%)</i>    |            |      |             |      |      |            |      |             |      |      |            |      |             |      |      |
| I.1.a  | 24,4       | 21,6 | 23,6        | 30,5 | 32,4 | 49,6       | 54,9 | 51,2        | 38,8 | 34,4 | 26,0       | 23,5 | 25,1        | 30,7 | 33,2 |
| I.1.b  | 22,2       | 22,4 | <b>25,4</b> | 30,3 | 32,2 | 55,2       | 55,7 | <b>48,3</b> | 38,7 | 35,0 | 22,6       | 21,8 | <b>26,4</b> | 31,0 | 32,8 |
| I.1.c  | 35,5       | 32,9 | 34,2        | 34,9 | 34,3 | 28,3       | 27,4 | 29,4        | 29,9 | 30,5 | 36,3       | 39,8 | 36,3        | 35,2 | 35,2 |
| II.1.a   | 19,1       | 17,9 | 20,9        | 25,1 | 31,0 | 49,2       | 52,4 | 41,9        | 35,9 | 34,1 | 31,7       | 29,7 | 37,2        | 39,0 | 35,0 |
| II.1.b   | 16,6       | 19,9 | 21,2        | 25,2 | 28,7 | 50,6       | 46,2 | 38,8        | 35,3 | 34,5 | 32,8       | 33,8 | 40,0        | 39,5 | 36,9 |
| II.1.c   | 28,2       | 21,8 | 33,7        | 33,1 | 33,4 | 29,3       | 28,3 | 28,7        | 30,2 | 32,8 | 42,5       | 49,8 | 37,6        | 36,7 | 33,8 |

Os valores em destaque na tabela 4.2 indicam as cargas absorvidas por parafuso. Por exemplo, para um carregamento de 132kN aplicado no meio do vão, os parafusos do modelo I.1.b absorveram 53,3% (tabela 4.1) da carga

vertical teórica,  $0,533 \cdot \frac{132}{2} = 35,2\text{kN}$ . Assim, pela tabela 4.2, os parafusos 1, 2 e 3 absorveram, respectivamente, 25,4%, 48,3% e 26,4% deste carregamento, correspondendo a 8,9kN, 17kN e 9,3kN.

A distribuição de esforços cortantes nos parafusos do modelo I.1.a, onde não há a presença dos anéis metálicos, é mostrada na figura 4.17. Observa-se que os carregamentos absorvidos pelos parafusos 1 e 3 são próximos durante as etapas de carregamento, já o parafuso 2 absorve uma parcela maior. No carregamento final, 200kN, os três parafusos absorvem parcelas aproximadamente iguais, este comportamento foi observado para as configurações analisadas.

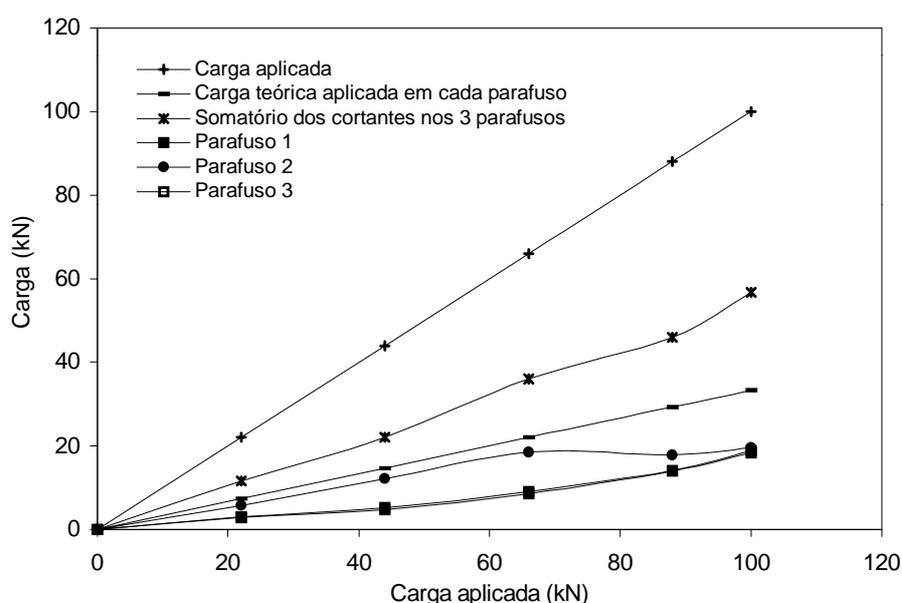


Figura 4.17: Distribuição de esforços cortantes nos parafusos do modelo I.1.a.

Na figura 4.18, são mostradas as cargas absorvidas dos modelos da classe I (recorte da alma da viga é simétrico ao eixo médio), para as configurações sem anéis, com anéis e com anéis conectados às mesas da viga.

Os comportamentos dos modelos I.1.a e 1.1.b mostraram-se semelhantes. No modelo I.1.c, onde os anéis metálicos estão conectados às

mesas da viga, a parcela absorvida pelos parafusos foi menor, como mostrado na tabela 4.1, demonstrado assim que os anéis metálicos, para essa configuração, absorvem maior parcela dos esforços verticais.

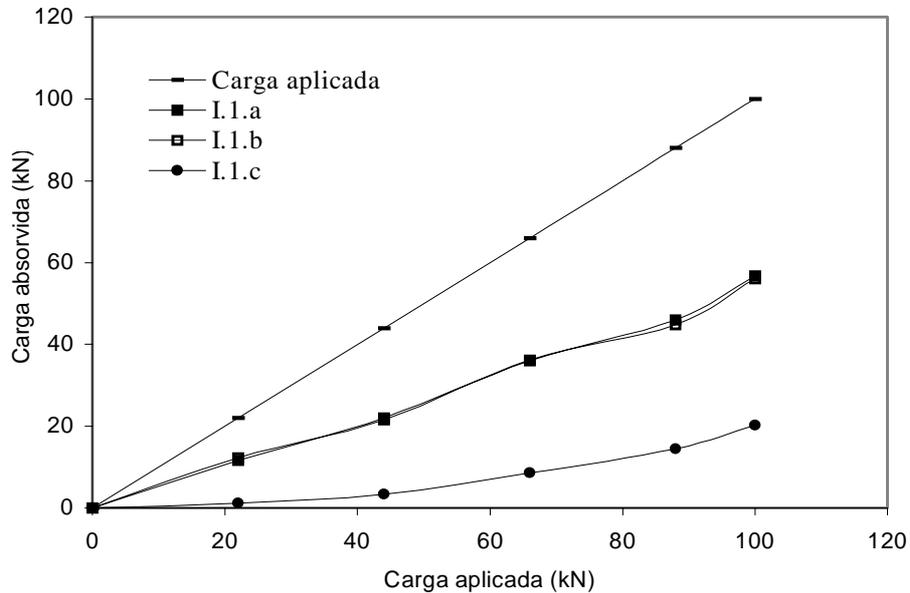
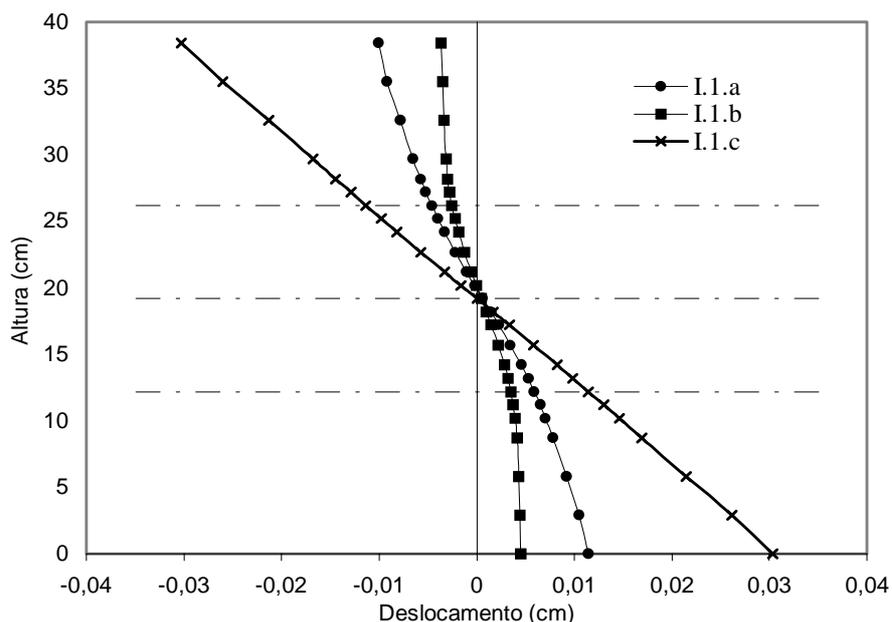


Figura 4.18: Cargas absorvidas dos modelos da classe I.

### 4.3 – Deslocamentos

Este item tem como objetivo principal a análise do comportamento do tipo de ligação em estudo, sendo analisados os resultados obtidos, em termos dos deslocamentos longitudinais na região da solda, no recorte da alma da viga e na extremidade da chapa de ligação; do escorregamento relativo entre a alma da viga e da chapa, bem como as curvas cortante-rotação e carga-deflexão.

### 4.3.1 – Deslocamentos Longitudinais na Região da Solda



**Figura 4.19: Deslocamentos longitudinais na região da solda, para os modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c.**

Utilizou-se a mesma metodologia do item 4.2.3 para a obtenção dos resultados, e assim verificar o acréscimo de estabilidade que os anéis metálicos proporcionaram à chapa de ligação, para cada tipo de configuração analisada.

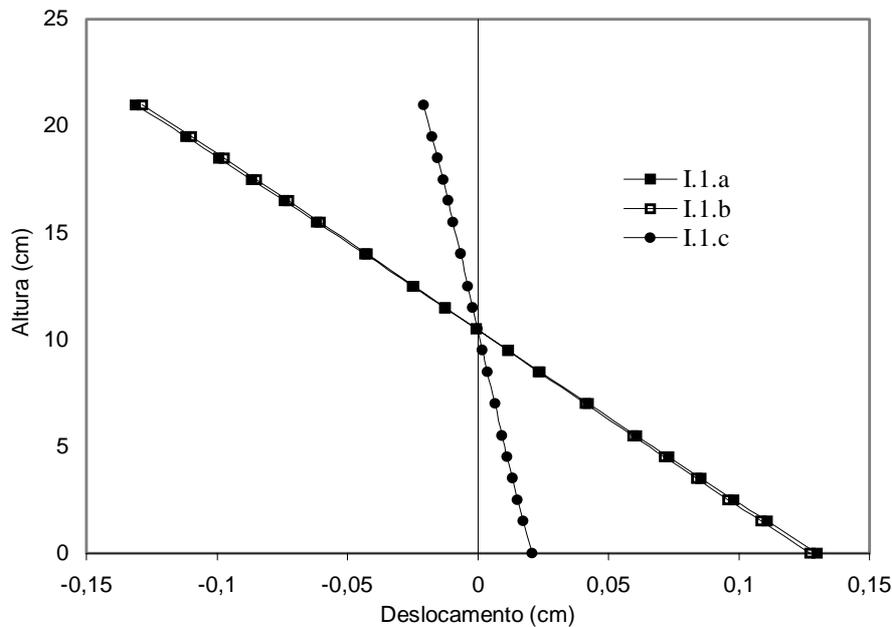
Como já esperado, os deslocamentos na região da solda no modelo I.1.b (figura 4.19) foram menores que os obtidos no modelo I.1.a devido ao aumento de resistência proporcionado pelos anéis metálicos. Já no modelo I.1.c, com anéis metálicos soldados às mesas da viga, observa-se que os anéis e a chapa de ligação comportam-se como um conjunto único, com deslocamentos proporcionais à distância ao eixo médio da viga.

### 4.3.2 – Deslocamentos Longitudinais no Recorte da Alma da Viga

Os deslocamentos da seção em questão foram obtidos seguindo a metodologia do item 4.2.2, observando-se comportamento semelhante nos modelos I.1.a e I.1.b, indicando que a presença dos anéis metálicos não exerce influência nesse aspecto (ver figura 4.20). Já no modelo I.1.c, notou-se

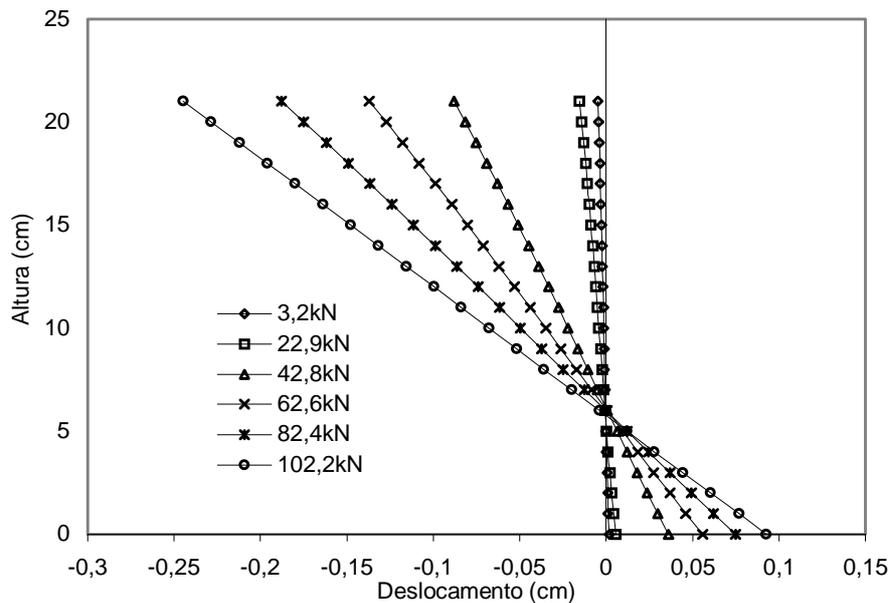
uma diminuição considerável nos deslocamentos, da ordem de 16%, em relação aos outros dois modelos, traduzindo um comportamento mais próximo do de uma ligação rígida.

Observa-se que o centro de rotação, para as vigas dos três modelos analisados, situa-se no eixo médio das mesmas (figura 4.20).



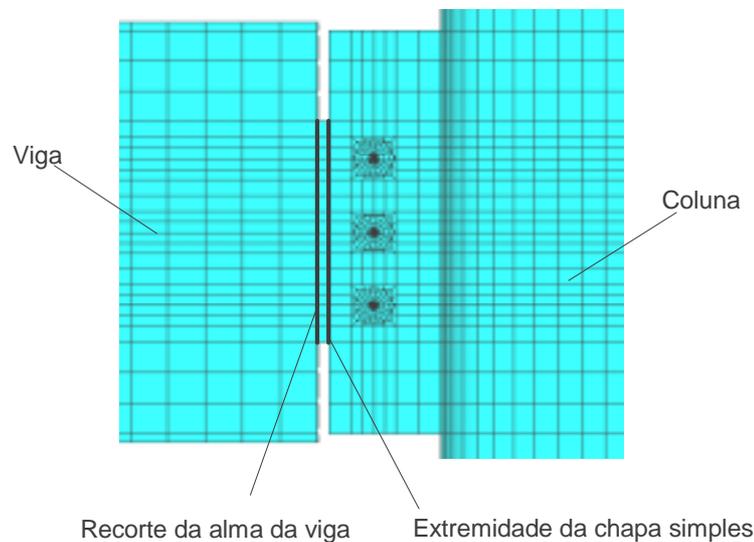
**Figura 4.20: Deslocamentos longitudinais das seções de recorte da alma da viga, para os modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c.**

O desenvolvimento dos deslocamentos do modelo II.1.a demonstrou que a extremidade da viga gira em relação ao eixo médio (figura 4.21), ou seja, o ponto de rotação foi deslocado justamente o quanto o recorte da alma da viga está acima do eixo médio da viga.



**Figura 4.21: Deslocamentos longitudinais da seção de recorte da alma da viga, para o modelo II.1.a.**

### 4.3.3 – Escorregamento Relativo entre e Alma da Viga e Chapa Simples



**Figura 4.22: Seções de referência para a determinação do escorregamento relativo.**

Para a obtenção dos resultados, foram utilizados os valores dos deslocamentos longitudinais do recorte da alma da viga e da extremidade da chapa de ligação, como indicado na figura 4.22.

Na figura 4.23, relativa ao modelo I.1.a, observa-se que para uma

solicitação de até 20,4kN, há uma grande resistência ao escorregamento, devido à protensão dos parafusos. Para esse nível de solicitação, os deslocamentos nas extremidades são de aproximadamente 0,02cm, atingindo valores 6,5 vezes maiores para a solicitação correspondente a 82kN.

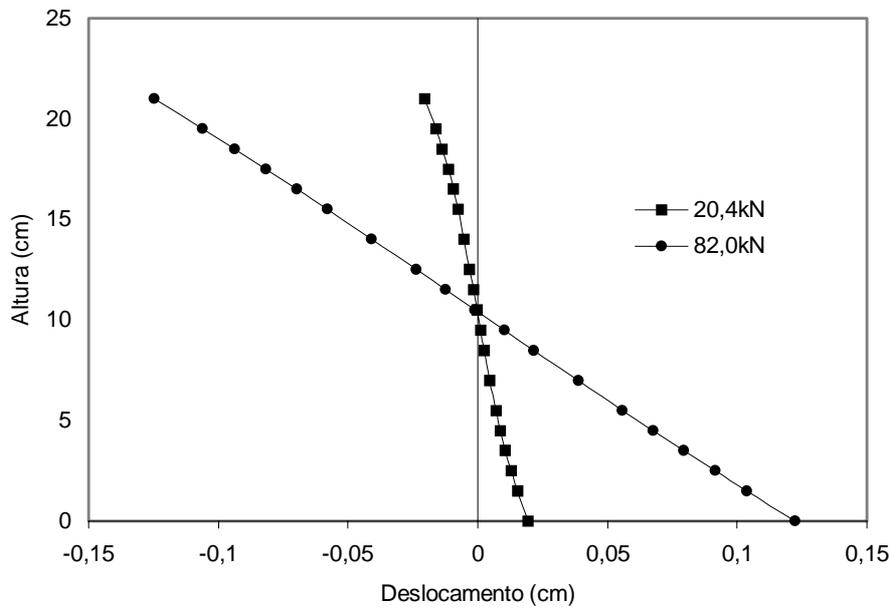


Figura 4.23: Escorregamentos relativos para solicitações correspondentes a 20,4kN e 82kN (Modelo I.1.a).

#### 4.3.4 – Curvas Cortante-Rotação

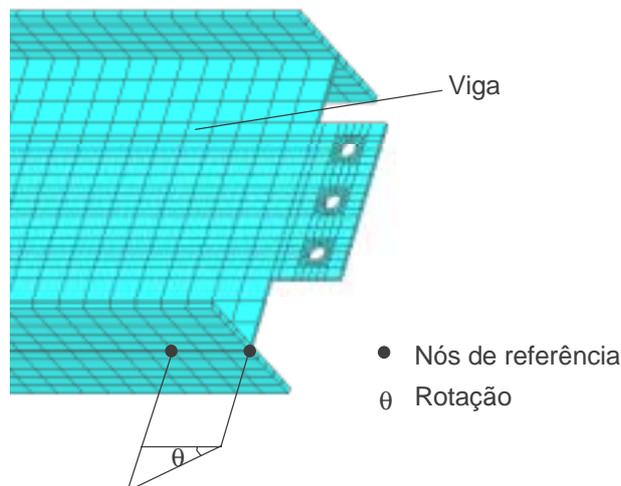


Figura 4.24: Nós de referência para a determinação da rotação da viga.

A relação cortante-rotação é uma das principais características de uma ligação flexível viga-coluna, sendo descrita por uma curva tendo a rotação  $\theta$  da viga em relação ao elemento suporte como abscissa e o cortante  $F$  como ordenada. Para a determinação da rotação nos modelos numéricos foram adotados dois nós de referência, indicados na figura 4.24, dos quais foram tomados os valores dos deslocamentos verticais para o cálculo da rotação da extremidade da viga.

Com a obtenção da curva cortante-rotação é possível fazer a comparação entre as várias configurações e com os valores teóricos previstos para as situações ideais de ligação flexível ou rígida.

Na figura 4.25 são apresentadas as curvas cortante-rotação dos modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c, juntamente com o comportamento teórico previsto para a situação de ligações idealmente flexíveis.

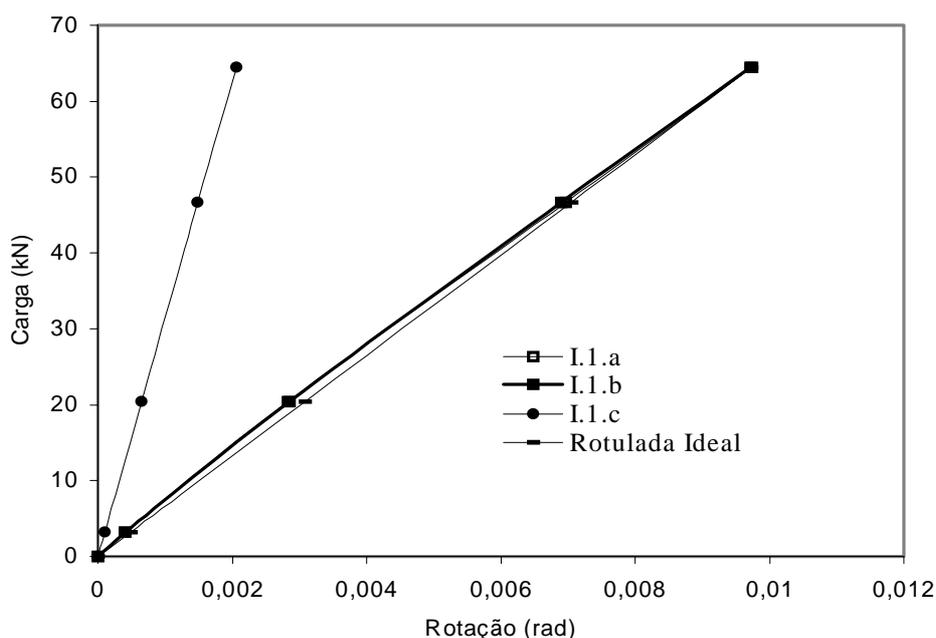


Figura 4.25: Curvas cortante-rotação para os modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c.

Nos modelos I.1.a e I.1.b, os gráficos da rotação aproximaram-se consideravelmente do caso de rótula ideal, com valores aproximadamente iguais a 98% dos previstos para essa situação. Observou-se também que a presença dos anéis metálicos, quando não soldados às mesas da viga, não

influenciam o comportamento rotacional, ou seja, não há acréscimo de rigidez na região. Essa rotação, muito próxima da condição de ligação teoricamente rotulada, deve-se à presença de apenas três parafusos, situados em uma única linha vertical.

Como já era esperado, a reta que descreve a rotação do modelo I.1.c, quando os anéis metálicos estão soldados às mesas da viga, aproxima-se do eixo das ordenadas, mostrando que o comportamento da ligação tende ao de uma ligação semi-rígida, com rotação aproximadamente igual a 21% da rotação teórica prevista para o caso de rótula ideal.

Resultados obtidos nos casos onde o recorte da alma da viga está acima do eixo médio da viga, foram semelhantes aos da figura 4.25, mostrando que a posição do recorte, para a configuração de três parafusos, posicionados em uma única linha vertical, praticamente não exerce influência na rotação.

As curvas cortante-rotação quando se varia apenas a espessura da chapa de ligação (de 8mm para 6,3mm) estão representadas na figura 4.26, observando-se que não houve mudança significativa de comportamento para a configuração utilizada.

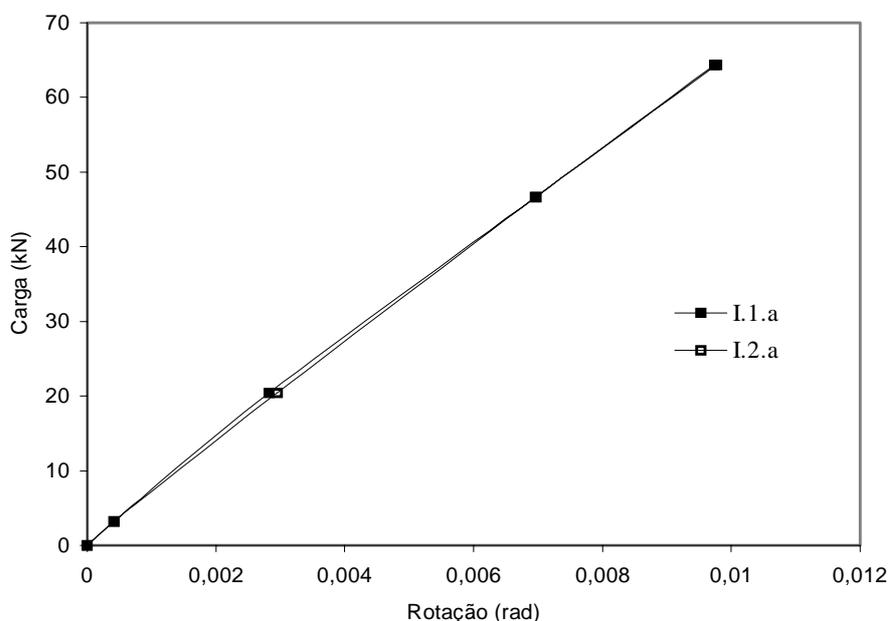
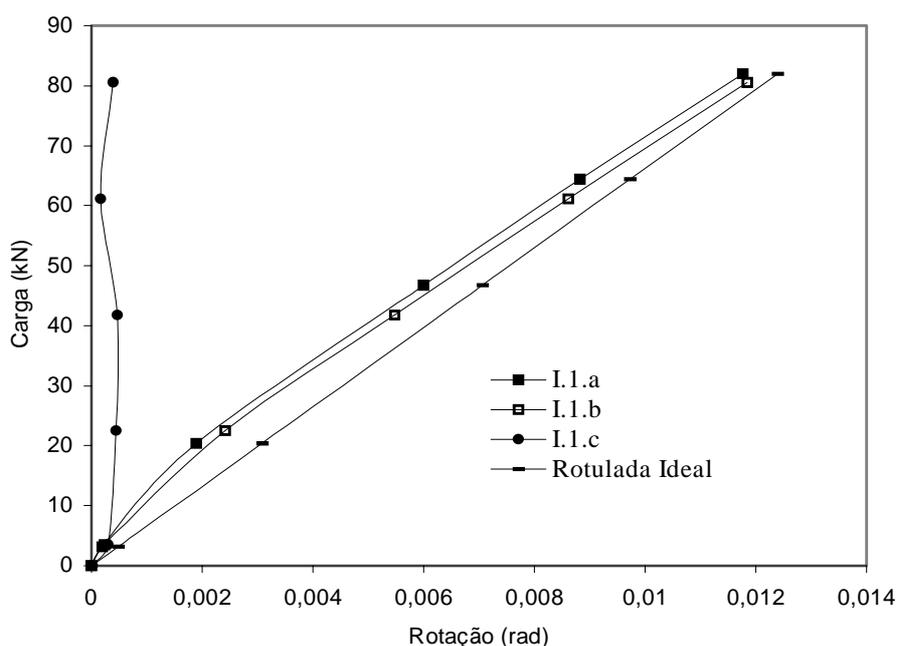


Figura 4.26: Curvas cortante-rotação para os modelos I.2.a e I.1.a.

Utilizando-se a metodologia do item 4.3.3 para a determinação das curvas cortante-rotação, baseada no escorregamento relativo entre a viga e a chapa de ligação, chega-se a valores consideravelmente diferentes dos encontrados anteriormente. Na figura 4.27 são apresentadas as curvas cortante-rotação dos modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c, juntamente com o comportamento teórico previsto para a situação de ligações idealmente flexíveis.



**Figura 4.27: Curvas cortante-rotação para os modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c.**

Nos modelos I.1.a e I.1.b, os gráficos da rotação possuíram valores aproximadamente 88% dos previstos para o caso de rotulada ideal. Apresentando inicialmente maior resistência à rotação, devido ao aperto nos parafusos.

A reta que descreve a rotação do modelo I.1.c, quando os anéis metálicos estão soldados às mesas da viga, aproxima-se do eixo das ordenadas, mostrando que o comportamento da ligação tende ao de uma ligação semi-rígida, com rotação aproximadamente igual a 6% da rotação teórica prevista para o caso de rótula ideal.

Na figura 4.28 estão representadas as curvas cortante-rotação quando se

varia apenas a espessura da chapa de ligação (de 8mm para 6,3mm). A curva para o modelo II.2.a possui em média 95% da rotação teórica prevista para o caso de rotulada ideal.

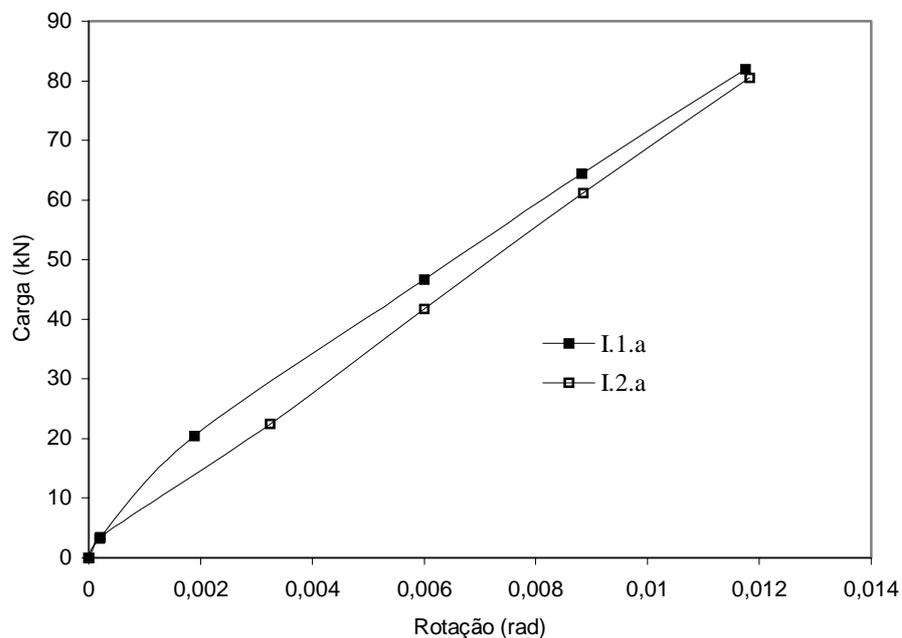


Figura 4.28: Curvas cortante-rotação para os modelos I.2.a e I.1.a.

A distinção entre os valores das rotações, entre as duas metodologias utilizadas, deve-se à consideração da distorção da chapa de ligação, na metodologia do item 4.3.3, obtendo-se assim a rotação da viga em relação ao elemento suporte.

#### 4.3.5 – Curvas Carga-Deflexão

Neste item analisa-se o comportamento dos modelos em estudo, em termos do deslocamento vertical do ponto médio do vão da viga, considerada com vão de 6m, em função do carregamento aplicado, para as diferentes configurações adotadas.

Observa-se, na figura 4.29, que a linha que descreve a variação da deflexão do ponto médio do vão da viga do modelo I.1.c, em função do carregamento, aproxima-se do comportamento esperado para a configuração de uma viga com extremidades idealmente engastadas.

Já para os modelos I.1.a e I.1.b, as deflexões aproximam-se consideravelmente (cerca de 98%) dos esperados para a configuração de viga idealmente rotulada. Desse modo, para as configurações estudadas, a presença dos anéis metálicos não soldados às mesas das vigas, do mesmo modo que relativamente às rotações das extremidades, não proporciona acréscimo de rigidez à ligação.

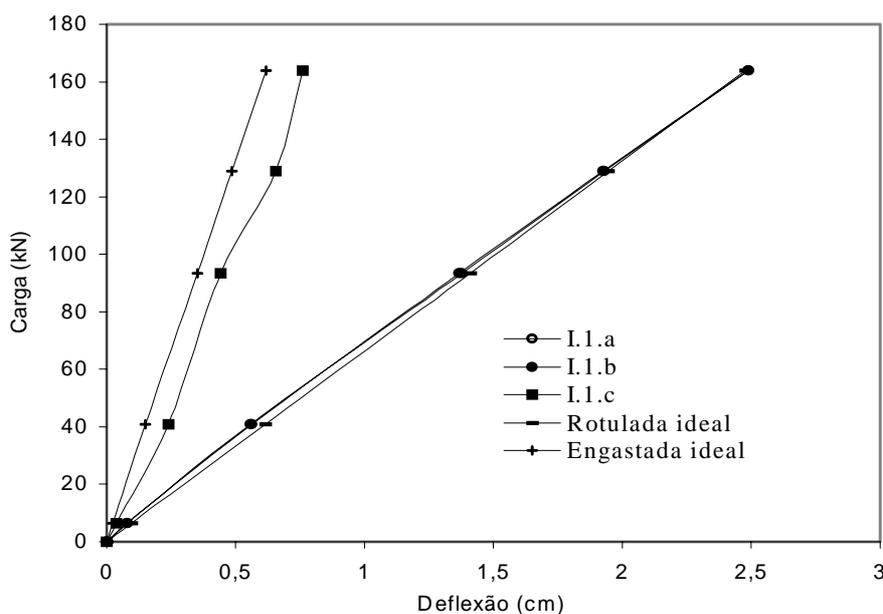


Figura 4.29: Comparação das curvas carga-deflexão para modelos I.1.a, I.1.b e I.1.c com a teoria de flexão simples.

#### 4.4 – Regiões de Plastificação

Neste item, são indicadas as possíveis regiões críticas da ligação em estudo, tais como furos da chapa de ligação, furos e recorte da alma da viga e região da solda, apresentando-se, quando possível, as comparações com os resultados indicados no Anexo, onde consta o dimensionamento do modelo I.1.a.

As cargas críticas para cada modelo são indicadas na tabela 4.3, ressaltando-se que esses valores correspondem à ocorrência de plastificação de alguma região. Em alguns casos, quando acontece a primeira plastificação,

o carregamento continua sendo aplicado e há relaxação da região citada, causando em seguida a plastificação de outros elementos.

**Tabela 4.3: Cargas últimas e regiões de colapso para todos modelos analisados.**

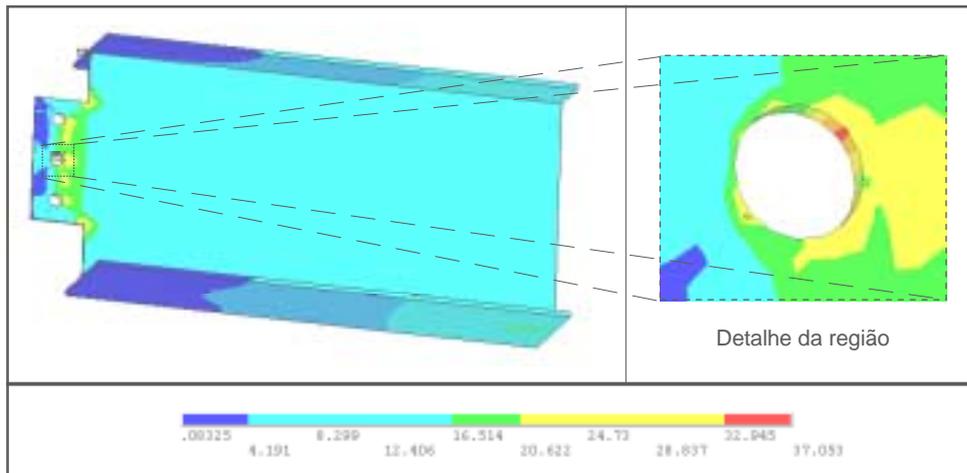
| Modelo | Carga (kN) | Região                                       |
|--------|------------|--|
| I.1.a  | 99,0       | Furo 2 – Recorte                             |
| I.1.b  | 99,8       | Furo 2 – Recorte                             |
| I.1.c  | 90,0       | Solda dos anéis e mesas da viga              |
| I.2.a  | 75,0       | Furo 1 – Chapa de ligação / Furo 2 – Recorte |
| II.1.a | 38,5       | Furo 1 – Chapa de ligação                    |
| II.1.b | 39,5       | Furo 1 – Chapa de ligação                    |
| II.1.c | 65,0       | Solda dos anéis e mesas da viga              |
| II.2.a | 35,0       | Furo 1 – Chapa de ligação                    |

#### 4.4.1 – Modelos da Classe I

No dimensionamento do modelo I.1.a (ver anexo), chegou-se a um valor de 110kN para a carga última, correspondente ao colapso da região dos furos da alma da viga. Na simulação numérica do modelo citado, a carga última foi de 99,0kN (ver tabela 4.3), mostrando que a ligação apresentou resistência aproximadamente 10% inferior ao valor teórico de resistência máxima.

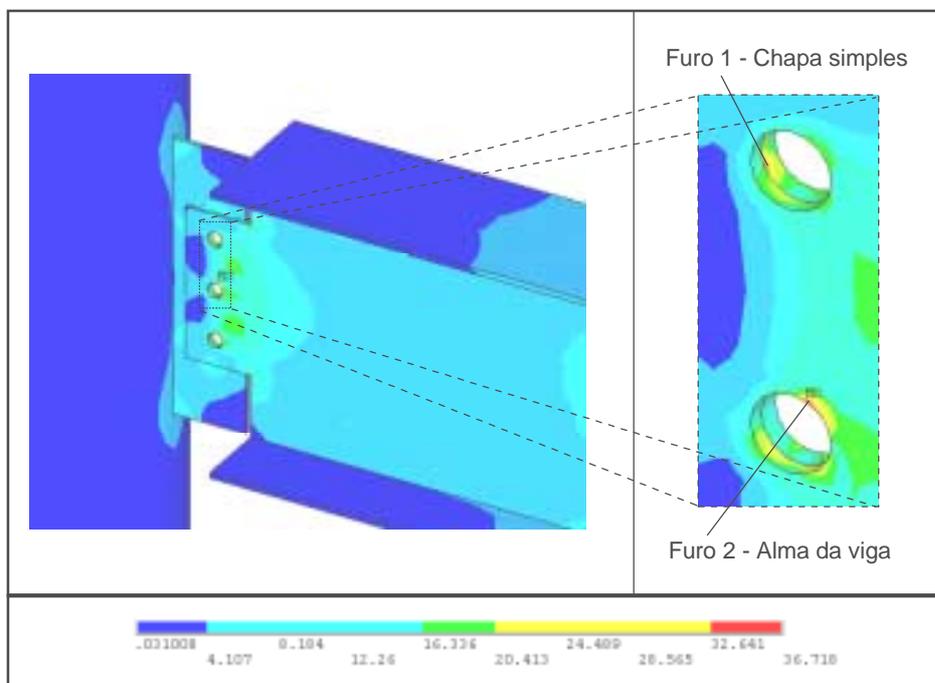
Na figura 4.30, observa-se que a região plastificada é a que está em contato com o fuste e a porca do parafuso.

Pela tabela 4.3, observa-se que a carga última para o modelo I.1.b foi apenas 0,8% maior que a do modelo I.1.a, e a região crítica foi a mesma, lembrando-se que a única diferença entre os modelos é a presença dos anéis metálicos. Isso mostra, mais uma vez, que a presença dos anéis metálicos propiciou acréscimo de resistência ao modelo.



**Figura 4.30: Plastificação do furo 2 da alma da viga do modelo I.1.a.**

No modelo I.2.a, quando apenas se diminui a espessura da chapa de ligação, de 8mm para 6,3mm, em relação ao modelo I.1.a, observa-se que a carga crítica atinge 75kN, e a plastificação ocorre nas proximidades do furo 1 da chapa e do furo 2 da alma da viga. A figura 4.31 indica a plastificação das duas regiões quase que simultaneamente para o carregamento citado.



**Figura 4.31: Plastificação do furo 2 da alma da viga e do furo 1 da chapa de ligação do modelo I.2.a.**

Já no modelo I.1.c, onde os anéis metálicos estão soldados às mesas da viga, o comportamento foi distinto ao dos modelos citados anteriormente. A presença dos anéis metálicos fez com que as regiões dos furos da alma da viga e chapa de ligação, antes críticas, fossem pouco solicitadas. Em contrapartida, as regiões de junção entre os anéis metálicos e as mesas da viga, apresentaram tensões mais altas.

Observa-se que, após o início de plastificação, correspondente à solicitação de 90kN, o modelo suporta um acréscimo de carga de 42kN devido à sua configuração estável. Nas figuras 4.32.a e 4.32.b são apresentadas distribuições de tensões na região crítica, para as solicitações de 90kN e 132kN, respectivamente, observando-se o espraio da região da plastificação.

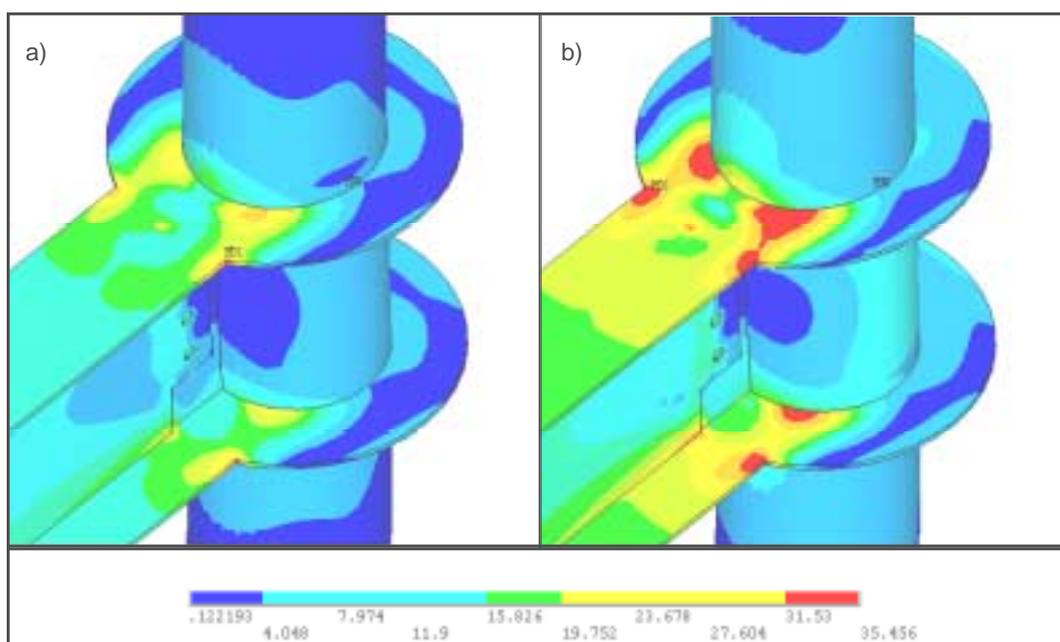


Figura 4.32: Plastificação da região de junção dos anéis com as mesas da viga, para solicitações de 90kN (a) e 132kN (b), do modelo I.1.c.

#### 4.4.2 – Modelos da Classe II

De acordo com o anexo, no dimensionamento para o modelo II.1.a, chegou-se a um valor de 94kN para a carga crítica, correspondente à resistência máxima da região dos furos da alma da viga. Entretanto, na simulação numérica, a carga crítica foi de 38,5kN (ver tabela 4.3), na região

dos furos da chapa de ligação, indicando que a ligação apresenta resistência inferior ao valor teórico de sollicitação. Porém, após o início de plastificação, a ligação resistiu a um acréscimo de carregamento de 44kN, não havendo aumento da plastificação da região do furo da chapa de ligação, ocorrendo redistribuição de tensões que originou o aumento das tensões em outros elementos da ligação.

Na figura 4.33, observa-se a primeira região a atingir tensões correspondentes à plastificação, localizada na chapa de ligação, devido à pressão de contato exercida pelo fuste do parafuso e pela porca.

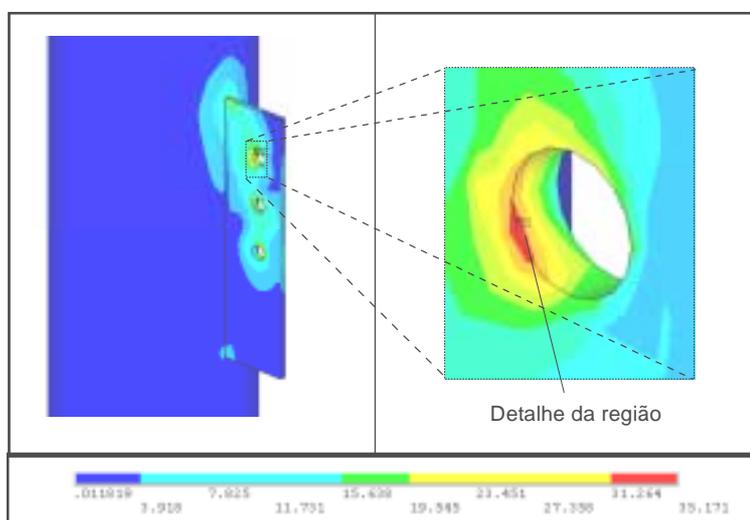


Figura 4.33: Plastificação do furo 1 da chapa de ligação do modelo II.1.a.

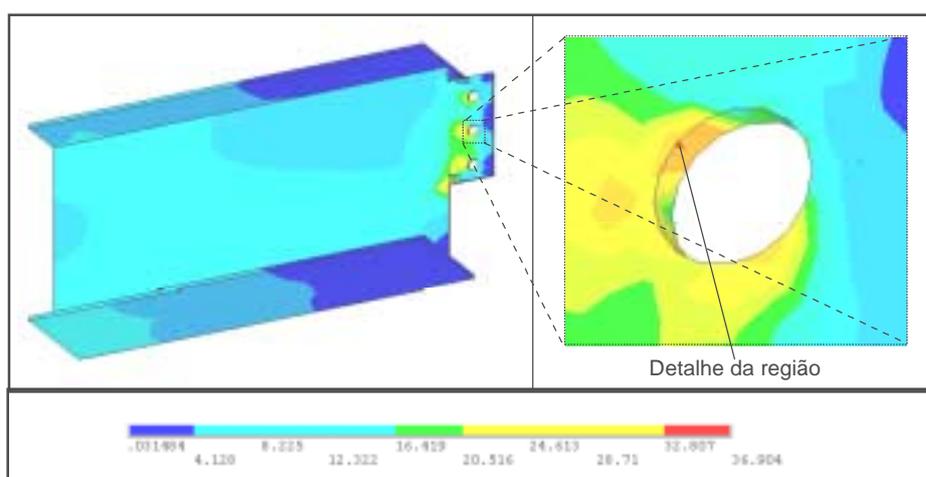


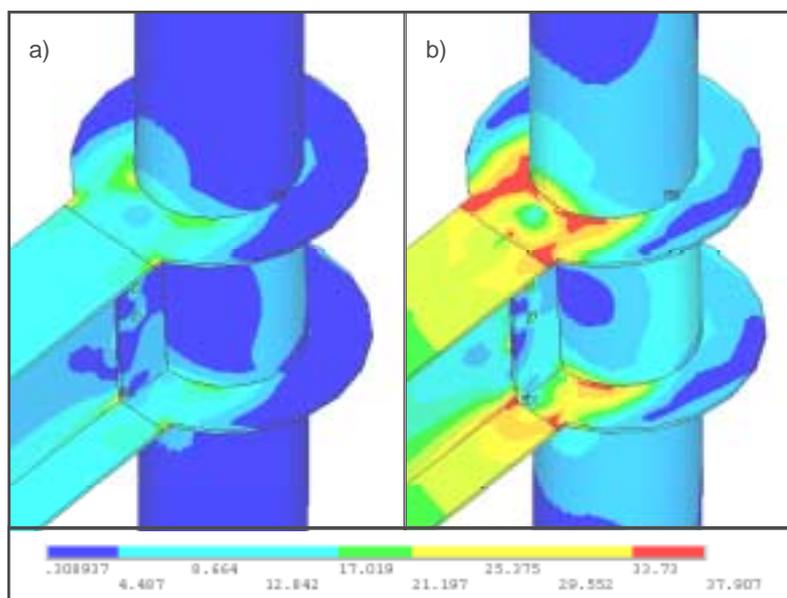
Figura 4.34: Plastificação do furo 2 da alma da viga do modelo II.1.a.

A segunda região a atingir a plastificação localiza-se nas proximidades do furo 2 do recorte da alma da viga, para uma solicitação de 82,5kN (figura 4.34).

Os resultados apresentados na tabela 4.3 indicam que a carga crítica para o modelo II.1.b foi apenas 2,6% maior que a do modelo II.1.a, com início de plastificação ocorrendo nas mesmas regiões, ressaltando-se que a única diferença entre os modelos é a presença dos anéis metálicos. Portanto, mais uma vez, comprova-se que a simples presença dos anéis metálicos, sem ligação com as mesas da viga, não proporciona acréscimo significativo de resistência ao modelo, independentemente da posição do recorte da alma da viga.

No modelo II.2.a, quando apenas se diminui a espessura da chapa de ligação em relação ao modelo II.1.a, a carga crítica atingiu 35kN e a plastificação ocorreu na região do furo 1 da chapa. A segunda região a plastificar, com uma carga de 80,6kN, foi o furo 2 da alma da viga.

Já no modelo II.1.c, a exemplo do correspondente modelo da classe I, a presença dos anéis metálicos fez com que a situação crítica fosse desviada para as regiões de junção entre os anéis metálicos e as mesas da viga.



**Figura 4.35: Plastificação da região de junção dos anéis com as mesas da viga, para solicitações de 65kN (a) e 132kN (b), do modelo II.1.c.**

Observa-se que, após o aparecimento de tensões iguais à tensão limite de escoamento do material (início de plastificação), para uma solitação de 65kN, ainda houve resistência para um acréscimo da ordem de 67kN. Nas figuras 4.35.a e 4.35.b são apresentadas as distribuições de tensões na região crítica, para as cargas de 65kN e 132kN, respectivamente.

### 4.5 – Tensões nos Tubos

Nas figuras 4.36.a, 4.36.b e 4.36.c são apresentadas as tensões resultantes nos tubos dos modelos I.1.a., I.1.b e I.1.c, respectivamente. Como já esperado, as regiões mais solicitadas são aquelas próximas à ligação. Para um carregamento de 200kN, a maior tensão resultante é a do modelo I.1.c, onde os anéis metálicos estão soldados às mesas da viga. No modelo I.1.b, onde os anéis metálicos não estão soldados às mesas da viga, as tensões resultantes no tubo foram aproximadamente 43% do valor encontrado no modelo I.1.a.

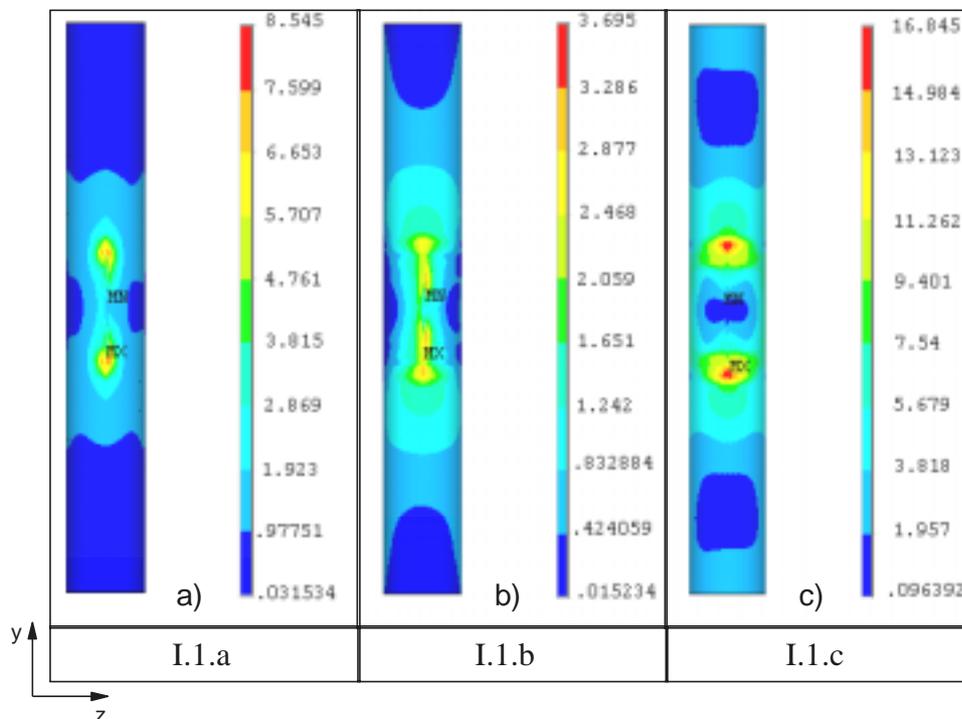


Figura 4.36: Tensões nos tubos dos modelos da classe I.

## CONCLUSÕES

Este capítulo tem como objetivos a apresentação de considerações relativas à metodologia utilizada, quanto à modelação das ligações para análise numérica via método dos elementos finitos; a discussão dos resultados obtidos por intermédio da análise numérica, em termos de representação de resultados previstos por modelos analíticos, bem como o oferecimento de subsídios para uma futura etapa de análise experimental; a apresentação das conclusões e, finalmente, relacionar algumas recomendações para o desenvolvimento de trabalhos futuros, tanto em relação à introdução de possíveis refinamentos da análise numérica quanto à realização de análises experimentais.

### 5.1 – Considerações Finais

A proposta inicial deste trabalho foi o desenvolvimento de modelos numéricos, via elementos finitos, que pudessem representar satisfatoriamente o comportamento das ligações por chapa simples de vigas “I” com pilares de seção circular tubular, recorrendo à literatura disponível sobre o assunto.

Adotando-se um tipo de modelação tridimensional já testada por pesquisadores tais como Bessa (2004), Maggi (2000) e Maggi e Gonçalves (2003). Foram analisados os estudos desenvolvidos por Mata (1998), relativos a ligações por chapa simples, nos quais adotou-se uma modelação simplificada utilizando-se elementos finitos planos, simulando-se os parafusos por meio de elementos de mola.

Dessa análise resultou a opção pela modelação tridimensional, devido à possibilidade de obtenção de maior representatividade do comportamento real das ligações. Neste trabalho, portanto, procurou-se adequar as modelações já testadas e de eficiência comprovada, inclusive com a inclusão de modificações e considerações adicionais recomendadas pelos autores citados, em especial as relacionadas por Bessa (2004) *apud* Maggi (2000), relativas:

- ✓ à consideração das folgas entre os parafusos e os furos da chapa simples e do recorte da alma da viga;
- ✓ à utilização de diagramas multilíneares para a caracterização do comportamento tensão-deformação dos materiais, o que permite representar não só a perda de resistência devido à plastificação, mas também a ruptura do material; e
- ✓ à redução do número de elementos finitos, considerando-se o acoplamento entre elementos finitos sólidos e de barra.

Realizando-se uma avaliação dos resultados obtidos, constata-se que os modelos numéricos apresentaram comportamentos que, em termos qualitativos, podem ser considerados representativos e coerentes em relação às ligações estudadas.

A obtenção das curvas cortante-rotação, carga-deflexão, distribuição de tensões longitudinais na alma da viga e dos elementos de ligação revelaram que a metodologia adotada na modelagem numérica é consistente.

Verificou-se que, para as configurações sem os anéis metálicos e para aquelas em que os anéis não são soldados às mesas da viga, o comportamento foi condizente com a consideração adotada de viga bi-apoiada, demonstrando que a função dos anéis metálicos nesse caso é aliviar a região de conexão entre a chapa de ligação e a coluna e dar maior estabilidade à primeira.

Já no caso onde os anéis metálicos estão soldados às mesas da viga, o comportamento foi análogo ao de uma viga bi-engastada, tendo seus deslocamentos e distribuições de tensões semelhantes à consideração utilizada.

A despeito das aproximações de comportamento mencionadas, é muito importante ressaltar que a adoção dos correspondentes modelos teóricos deve ser precedida da máxima cautela uma vez que a transmissão de esforços da viga para o pilar não se dá exatamente como nesses modelos.

Sendo necessário verificar com o maior cuidado as questões referentes às tensões na região da solda da chapa com o pilar tubular e deste com os anéis metálicos, bem como em termos da distribuição de esforços nos parafusos, como apontado no capítulo anterior.

Adicionalmente, é importante ressaltar que, em uma futura etapa de comparação com resultados obtidos experimentalmente, algumas discrepâncias poderão ocorrer, inerentes às simplificações adotadas nos modelos numéricos, onde não foram representadas determinadas características intrínsecas das ligações reais ou dos protótipos de ensaio, tais como as imperfeições dos perfis e chapas; a existência de tensões residuais decorrentes do processo de fabricação e montagem (soldagem e aperto dos parafusos, por exemplo), bem como aspectos relacionados ao escorregamento entre a chapa de ligação e o recorte da alma da viga, decorrente das condições superficiais desses elementos.

Em termos de subsídios para a realização de análises experimentais, os resultados obtidos proporcionaram informações que podem ser extremamente úteis para o estabelecimento da instrumentação mais adequada, tanto em termos de deslocamentos quanto de distribuição de tensões.

Além disso, também forneceram indicações preliminares quanto à influência de determinados fatores, que podem ser consideradas como diretrizes para a escolha dos protótipos mais representativos para a realização do programa experimental.

## **5.2 – Recomendações para Trabalhos Futuros**

A primeira e mais óbvia das recomendações para o desenvolvimento de trabalhos futuros, como já antecipado em vários pontos deste trabalho, é a

realização de ensaios para a validação da modelagem numérica, acompanhada de comparações de resultados que permitam, caso necessário, estabelecer-se parâmetros de correção para os resultados obtidos numericamente.

Além disso, mesmo em termos de análise numérica, a partir das constatações aqui registradas, seria recomendável o desenvolvimento de outros estudos, tais como:

- ✓ aumento do número de parafusos, para verificar a influência dos mesmos no comportamento;
- ✓ avaliação da variação do diâmetro dos parafusos;
- ✓ avaliação da variação das dimensões tanto da chapa de ligação quanto do recorte da alma da viga;
- ✓ realização de análises com um número maior de modelos numéricos, com variação dos perfis “I” e com variação da relação entre o diâmetro e a espessura da parede dos perfis tubulares utilizados como pilares; e
- ✓ avaliação mais detalhada das solicitações nos pilares, principalmente para a configuração com anéis metálicos soldados às mesas da viga.

Outra sugestão interessante é o desenvolvimento de modelos numéricos com vigas conectadas de ambos os lados do pilar, de modo a poder-se avaliar o comportamento da coluna e dos anéis metálicos na situação de momentos fletores desbalanceados.

---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abolhassan, A., Steven, M. C. e Kurt, M. M. (1993), Behavior and Design of Steel Single Plate Shear Connections, ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol. 119, No. 8, p. 2421-2440.

Abolhassan, A., Steven, M. C. e Kurt, M. M. (1989), Design of Single Plate Shear Connections, AISC, Engineering Journal, 1st Quarter, p. 21-32.

American Institute of Steel Construction. (2001), LFRD Load and Resistance Factor Design. Manual of Steel Construction. 3.ed. Chicago.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 8800 (1986), Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios, ABNT, Rio de Janeiro.

Bessa, W. O. (2004), Análise Numérica Tridimensional de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo na Direção do Eixo de Menor Inércia do Pilar, Ouro Preto, Dissertação de Mestrado, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto.

Eurocode 3. (1992), Eurocode 3: Design of steel structures: Part 1.1 - general Rules and Rules for Buildings.

---

Eurocode 3. (2001), Design of Joints, Part 1.8: Design of Steel Structures, Draft 2 Revisions. CEN, European Committee for Standardization, Brussels, Belgium.

Frye, M. J. e Morris, G. A. (1975), Analysis of Flexibly Connected Steel Frames, Can. J. Civil Eng., v. 2(3), p. 280-291.

Guerken, F. S. (2003), Perfis tubulares: Aspectos Arquitetônicos e Estruturais, Ouro Preto, Dissertação de Mestrado, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto.

Jones, W.S., Kirby, P. A. e Nethercot, D. A. (1980), Effect of Semi-Rigid Connections on Steel Column Strength, Journal of Constructional Steel Research, London, Vol.1, p.38-46.

Lothers, J. E. (1975), Elastic Restraint Equation for Semi-Rigid Connections, ASCE, Vol.116, p. 480-502.

Maggi, Y. I. (2000), Análise Numérica, via MEF do Comportamento de Ligações Parafusadas Viga-Coluna com Chapa de Topo. São Carlos, Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP.

Maggi, Y. I. e Gonçalves, R. M. (2003), Assessment on the use of FEM Modeling for the Analysis of Steel Bolted Connections, XIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE, Ouro Preto, Brazil.

Mata, L. A. C. (1998), Análise Não-Linear pelo Método dos Elementos Finitos de Ligações por Chapa Simples, Levando em Conta o Comportamento Semi-Rígido, Belo Horizonte, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.

---

Queiroz, G. (1995a), Análise Experimental e Análise Não-Linear de Nós Soldados Semi-Rígidos, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia de Belo Horizonte, Departamento de Estruturas.

Queiroz, G., Tschemmerneegg, F. (1995b), Mechanical Modeling of Semi-Rigid Joints for the Analysis of Framed Steel and Composite Structures, Third International WorkShop on Connections in Steel Structures.

Ramberg, W., Osgood, W. R. (1991), Determination of stress-strain curves by three parameters, Technical note no. 503, National Advisory Committee on Aeronautics (NACA).

Richard, R. M., Abbott, B. J. (1975), Versatile Elastic-Plastic Stress-Strain Formula, Journal of Mechanical Division, ASCE, Vol. 101(4), p. 511-515.

Richard, R. M., Elsaty, M. K. (1996), Derived Moment Rotation Curves for Partially Restrained Connections, Structural Engineering Review, Vol. 8, p. 151-158.

Richard, R. M., Gillet, P. E., Kriegh, J. D. e Lewis, B. A. (1980), The Analysis and Design of Single Plate Framing Connections, Engineering Journal, 2nd Quarter, p. 38-52.

Sherbourne, A. N. e Bahaari, M. R. (1994), 3D Simulation of End Plate Bolted Connections, Journal of Structural Engineering, v.120, n. 11, p.3122-3136, November.

Sherbourne, A. N. e Bahaari, M. R. (1996a), 3D Simulation of Bolted Connections Unstiffened Columns-I T-stub Connections, Journal of Constructional Steel Research, v. 40, n. 3, p. 169-187.

---

Sherbourne, A. N., e Bahaari, M. R. (1996b), 3D Simulation of Bolted Connections Unstiffened Columns-II Extended End Plate Connections, Journal of Constructional Steel Research, v. 40, n. 3, pp. 189-223.

Stark, J. W. B. e Bijlaard, F. S. K. (1988), Design Rules for Beam-to-Column Connections in Europe, Journal of Constructional Steel Research, v. 10, pp. 415-462.

**ANEXO**

**CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS  
DOS MODELOS NUMÉRICOS**

**e**

**DIMENSIONAMENTO DO MODELO I.1.a**  
**NBR – 8800/86**

## I – Dados Geométricos da Ligação

### I.1 Chapa de Ligação dos Modelos da Classe I

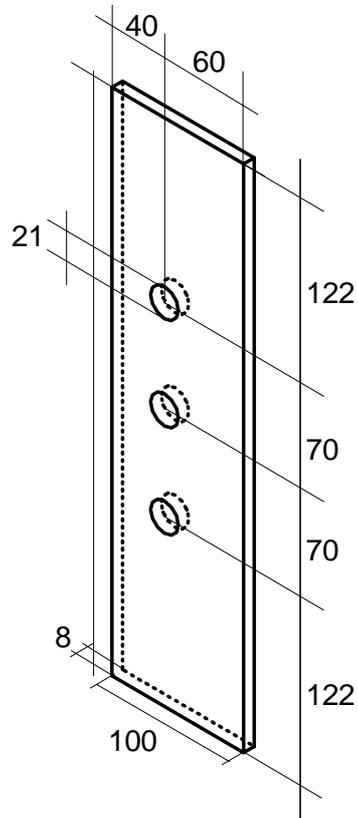


Figura A.1 –Chapa de ligação dos modelos da classe I (mm).

$n= 3$  (número de furos)

Largura: 100mm

Altura: 384mm

Distância entre os furos: 70mm

Distância do furo à borda superior: 122mm

Distância do furo à borda inferior: 122mm

Distância do furo à borda direita: 60mm

Distância do furo à borda esquerda: 40mm

Diâmetro do furo: 21mm.

Espessura: 8mm

## I.2 – Recorte da Alma da Viga dos Modelos da Classe I

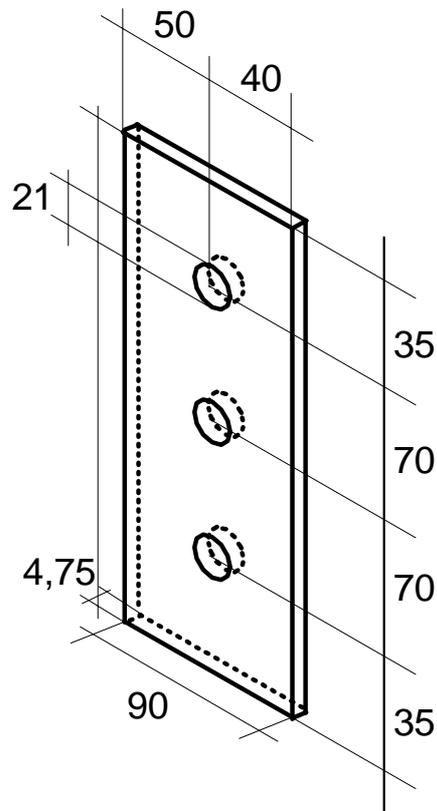


Figura A.2 –Recorte da alma da viga dos modelos da classe I (mm).

n= 3 (número de furos)

Largura: 90mm

Altura: 210mm

Distância entre os furos: 70mm

Distância do furo à borda superior: 35mm

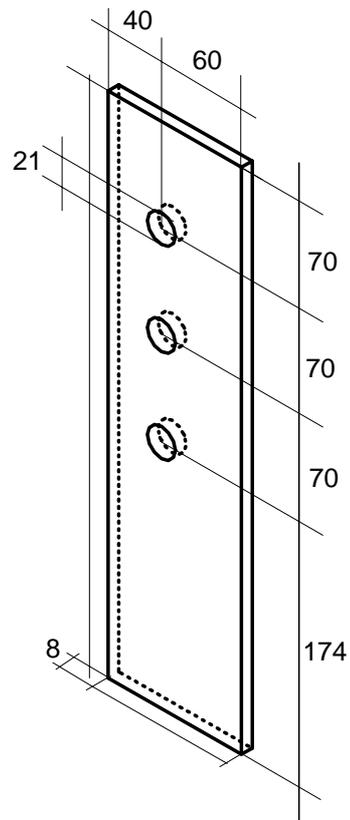
Distância do furo à borda inferior: 35mm

Distância do furo à borda direita: 40mm

Distância do furo à borda esquerda: 50mm

Diâmetro do furo: 21mm.

Espessura: 4,75mm

**I.3 – Chapa de Ligação dos Modelos da Classe II**

**Figura A.3 – Chapa de ligação dos modelos da classe II (mm).**

n= 3 (número de furos)

Largura: 100mm

Altura: 384mm

Distância entre os furos: 70mm

Distância do furo à borda superior: 70mm

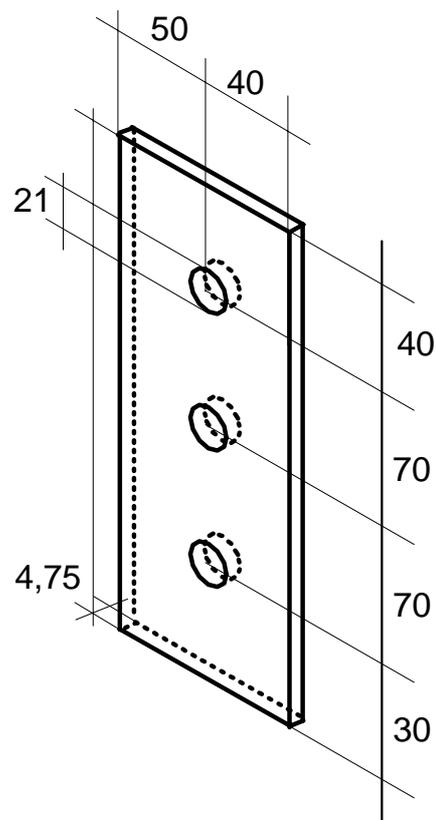
Distância do furo à borda inferior: 174mm

Distância do furo à borda direita: 60mm

Distância do furo à borda esquerda: 40mm

Diâmetro do furo: 21mm.

Espessura: 8mm

**I.4 – Recorte da Alma da Viga dos Modelos da Classe II**

**Figura A.4 –Recorte da alma da viga dos modelos da classe II (mm).**

n= 3 (número de furos)

Largura: 90mm

Altura: 210mm

Distância entre os furos: 70mm

Distância do furo à borda superior: 40mm

Distância do furo à borda inferior: 30mm

Distância do furo à borda direita: 40mm

Distância do furo à borda esquerda: 50mm

Diâmetro do furo: 21mm.

Espessura: 4,75mm

## II – Dimensionamento do Modelo I.1.a

### II.1 – Considerações

O método usual de dimensionamento de ligações com cisalhamento excêntrico é o elástico, sendo obtidos os esforços nos parafusos pela superposição dos seguintes efeitos:

- a) Esforço vertical  $F$  atuando no centro de gravidade do conjunto, originando esforço de cisalhamento igual nos “ $n$ ” parafusos.
- b) Momento de torção, produzindo cisalhamento nos parafusos, admitindo-se as seguintes hipóteses:
  - As placas da ligação são perfeitamente rígidas e os parafusos perfeitamente elásticos.
  - A rotação da ligação produz deformação por cisalhamento nos parafusos que são proporcionais e normais ao raio que vai do centro de gravidade do conjunto de parafusos ao parafuso considerado.

### II.2 – Solicitação nos Parafusos

- a) Devido ao esforço vertical:

$$F_v = \frac{F}{n}$$

- b) Devido ao momento:

- $M = F \cdot e = F \cdot 6 = 6F$
- Momento polar de inércia do conjunto de parafusos, considerando que eles tenham área unitária:

$$\sum r^2 = \sum (x^2 + y^2) = 98 \text{cm}^2$$

Os parafusos 1 e 3 (modelo I.1.a) são os mais solicitados, pois estes estão mais distantes do centro de gravidade.

- Esforço no parafuso mais solicitado pelo momento:

$$F_M = \frac{M \cdot r}{\sum r^2} = \frac{6F \cdot 7}{98} = 0,429F, \text{ onde } r \text{ é a distância do parafuso ao centro}$$

de gravidade do conjunto e  $F_M$  é perpendicular ao raio  $r$

- Esforço resultante no parafuso:

Considerando os esforços  $F_M$  e  $F_v$ , Calcula-se a componente horizontal

de  $F_M$ , em seguida calcula-se a resultante:

Componente horizontal:

$$F_M = 0,429F$$

Resultante no parafuso:

$$R = \sqrt{(0,333F)^2 + (0,429F)^2} = 0,543F$$

### II.3 – Verificação dos Parafusos

a) Corte do parafuso (NBR 8800, 7.3.2.3);

- Verificação da pega (NBR 8800, 7.3.5) espessura da chapa da ligação mais a espessura da alma da viga  $= 4,75 + 8 = 12,75\text{mm}$ , é menor que  $5d = 5 \cdot 19 = 95\text{mm}$ , ok.

- Resistência do parafuso ao corte:

$$\phi_v R_{nv} = 64,19\text{kN}$$

b) Resistência à pressão de contato nos furos (NBR 8800, 7.3.2.4):

O cálculo será feito para a alma da viga que é menos espessa que a chapa de ligação e possui menores distâncias entre centros de furos e bordas.

- Para rasgamento entre dois furos, com  $s = 70\text{mm}$

$$\phi R_n = 4,75 \cdot 16,63 = 79\text{kN}$$

- Para rasgamento entre furo e borda, com  $e = 35\text{mm}$

$$\phi R_n = 4,75 \cdot 12,73 = 60,73\text{kN}$$

Valor de  $F$  para a máxima resistência ao corte dos parafusos e para o rasgamento da chapa de conexão:

$$0,543F \leq 60,73$$

$$F \leq 110\text{kN}$$

### II.4 – Verificação da Chapa Simples

a) Flambagem local da chapa:

Como aproximação para a verificação da flambagem local da chapa, a tabela 1 da NBR 8800 pode ser usada.

$$\text{Deverá ser } \frac{h}{t} \leq 0,55 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 13,4$$

$h = 40\text{mm}$ , distância da borda livre da chapa à linha de parafusos

$t = 8\text{mm}$ , espessura da chapa;

$$\frac{h}{t} = \frac{40}{8} = 5 < 13,4, \text{ ok}$$

b) Verificação da chapa à flexão

Características da seção da chapa:

- Diâmetro efetivo do furo (NBR 8800, 5.1.1.2):  $1,9 + 0,2 + 1,6 = 2,26\text{cm}$
- Momento de inércia da seção segundo y:  $I_y = \frac{38,4 \cdot 0,8^3}{12} = 1,64\text{cm}^4$
- Momento de inércia da seção segundo x, descontando integralmente os furos (a favor da segurança):  $I_x = 3.417,27\text{cm}^4$
- Módulo resistente elástico:  $W_x = \frac{3.417,27}{20,36} = 128,14\text{cm}^3$
- Área da seção:  $A = 0,8 \cdot 38,4 = 30,72\text{cm}^2$
- Raio de giração segundo y:  $r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = 0,23\text{cm}$
- Momento de inércia à torção:  $I_T = \frac{38,4 \cdot 0,8^3}{3} = 6,55\text{cm}^4$
- Módulo resistente plástico, descontados os furos:  

$$Z = \frac{38,4^2 \cdot 0,8}{4} - (0,685 + 6,315 + 13,315) \cdot 0,8 \cdot 2,26 = 258,2\text{cm}^3$$
- Valor de  $L_p$ , comprimento destravado limite para que ocorra plastificação da seção:  $L_p = \frac{0,13 \cdot E \cdot r_y}{M_{pl}} \sqrt{I_T \cdot A} = 0,97\text{cm}$
- Valor de  $L_r$ , comprimento do trecho sem contenção lateral, correspondente ao momento  $M_r$ , onde  $M_r = W_x f_y$ :  

$$L_r = \frac{1,95 \cdot C_b \cdot E \cdot r_y}{M_r} \sqrt{I_T \cdot A}$$
- $C_b = 1$ , no caso de balanço e  $L_r = 29,5\text{cm}$

Comparação de  $L_b$  com  $L_p$  e  $L_r$ : Como a chapa não é contida lateralmente na extremidade em que atua a carga  $L_b$  será tomado igual a duas vezes a largura  $h$ .

$$L_b = 4 \cdot 2 = 8\text{cm}$$

$$L_p = 0,97\text{cm} < L_b = 8\text{cm} < L_r = 29,5\text{cm}$$

$$\text{- Momento resistente: } M_n = M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}$$

$$\text{- } M_n = 7.802,27\text{kNcm}$$

- Verificação:

$$\text{Solicitação de cálculo} = M_d = V_d \cdot 4 = 4V_d$$

$$\phi_b M_n = 0,9 \cdot 7.802,27 = 7.022\text{kNcm}$$

$$4V_d < 7022$$

$$V_d < 1.755,5\text{KN}$$

## II.5 – Verificação ao Cortante (NBR 8800, 7.5.3)

Não há problema de flambagem da chapa devido à força cortante porque o valor de  $\frac{h}{t} < 13,4$ .

a) Área efetiva de cisalhamento na seção da chapa que não contém os furos (NBR 8800, 5.1.1.4):

$$0,67A_g = 0,67 \cdot 38,4 \cdot 0,8 = 20,58\text{cm}^2$$

b) Área líquida efetiva de cisalhamento na seção que contém os furos:

Serão descontados os furos, considerando o diâmetro nominal dos mesmos (NBR 8800, 5.1.1.4),  $19 + 1,6 = 20,6$ :

$$0,67A_g = 0,67(38,4 \cdot 0,8 - 3 \cdot 0,8 \cdot 2,06) = 17,27\text{cm}^2$$

c) Solicitação de cálculo na seção da chapa que não contém os furos:

$$\frac{F}{20,58} = 4,86 \cdot 10^{-2} F \text{ (kN/cm}^2\text{)}$$

d) Solicitação de cálculo na seção da chapa que contém os furos:

$$\frac{F}{17,27} = 5,79 \cdot 10^{-2} F \text{ (kN/cm}^2\text{)}$$

e) Resistências de cálculo ao cisalhamento:

Na seção que não contém os furos:  $\phi R_n = 0,9 \cdot 0,6 \cdot f_y = 18,63\text{kN/cm}^2$

$$4,86 \cdot 10^{-2} F \leq 18,63\text{kN/cm}^2$$

$$F \leq 383 \text{ kN}$$

Na seção que contém os furos:  $\phi R_n = 0,75 \cdot 0,6 \cdot f_u = 21,83 \text{ kN/cm}^2$

$$5,79 \cdot 10^{-2} F \leq 21,83 \text{ kN/cm}^2$$

$$F \leq 377 \text{ kN}$$

A menor resistência de cálculo encontrada foi a do item II.3.b:  $F \leq 110 \text{ kN}$